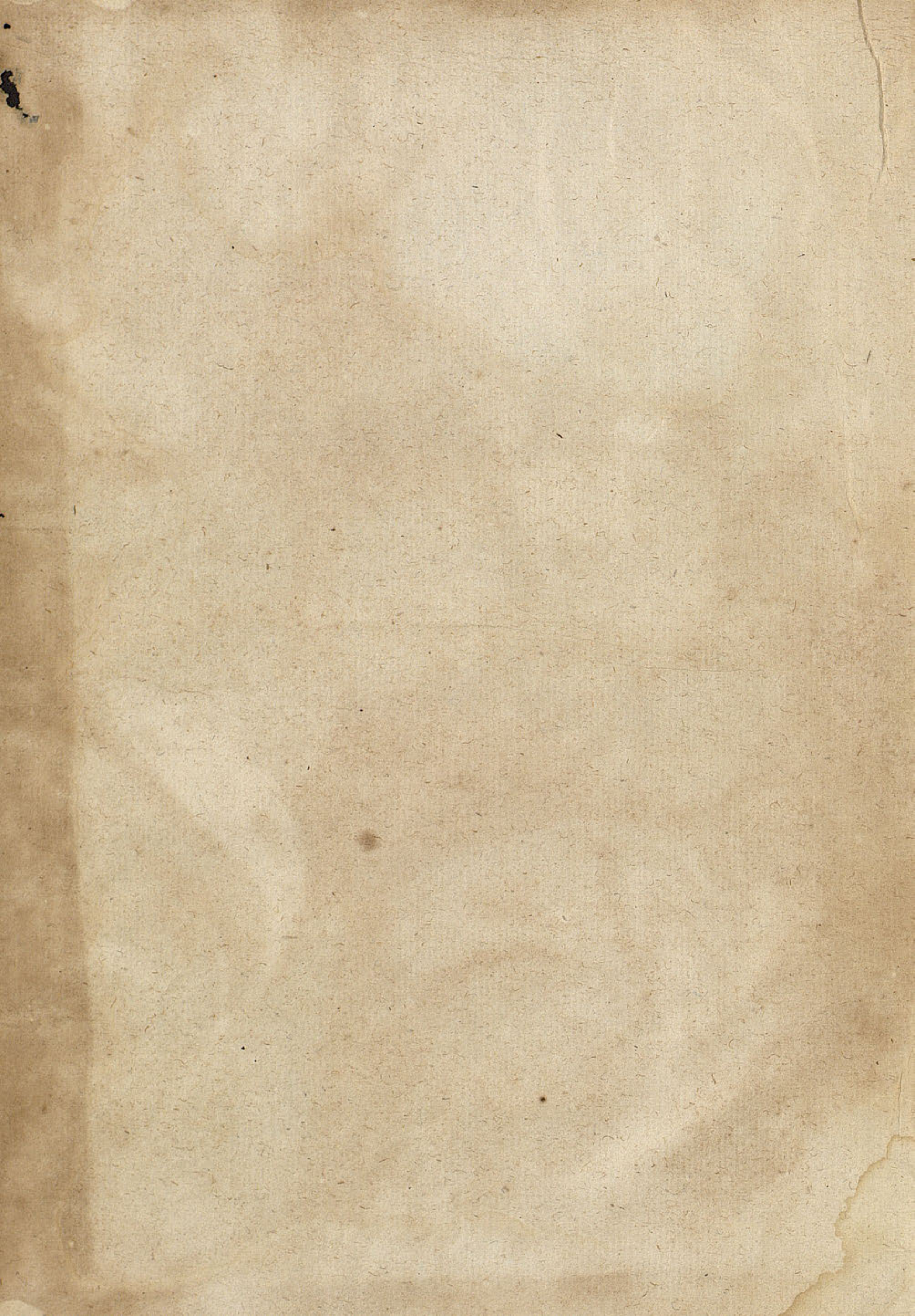

UNIVERSIDAD D SEVILLA
Biblioteca

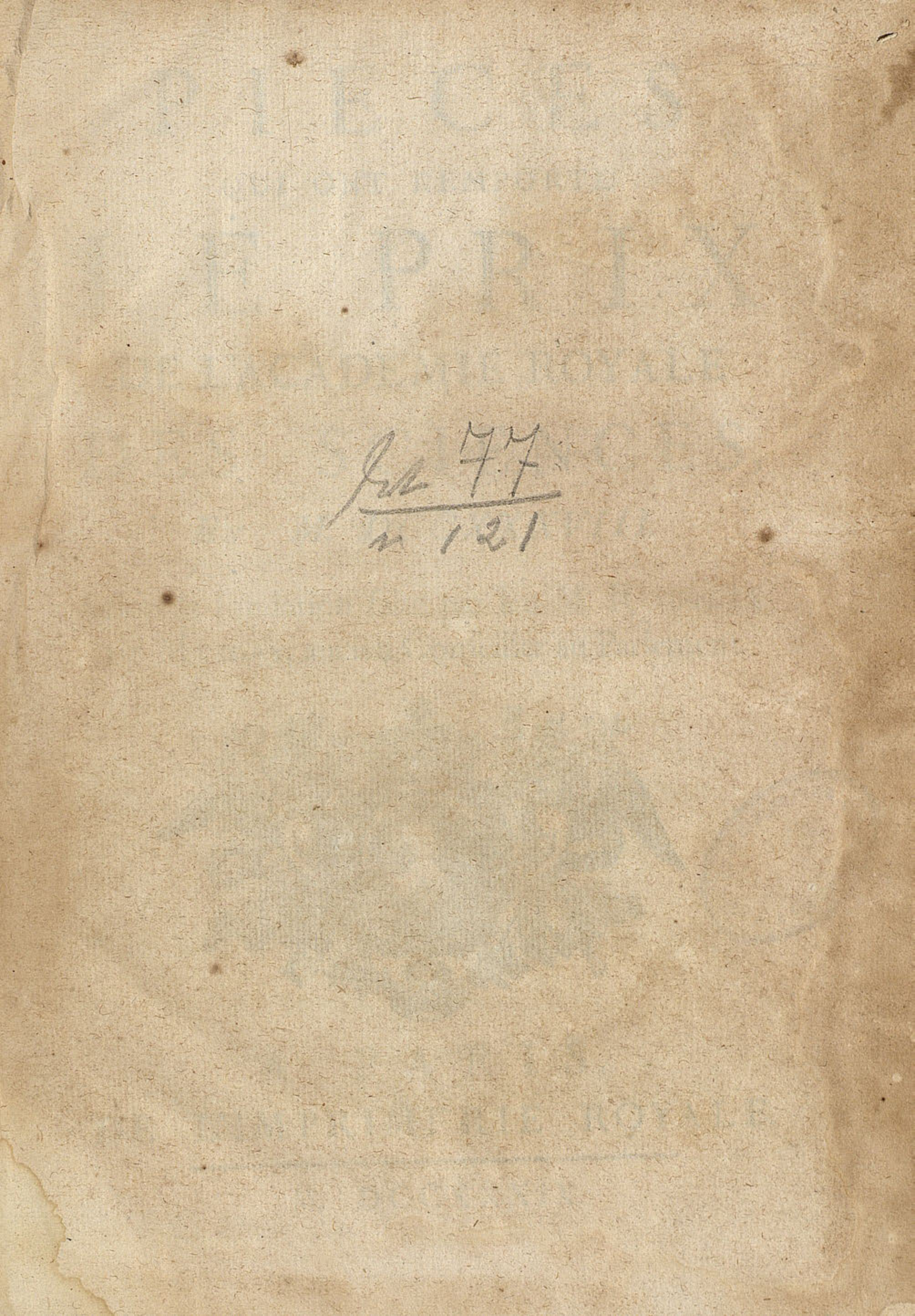

UMASS
BOSTON




EX BIBLIOTECA
D. A. de VLLOA



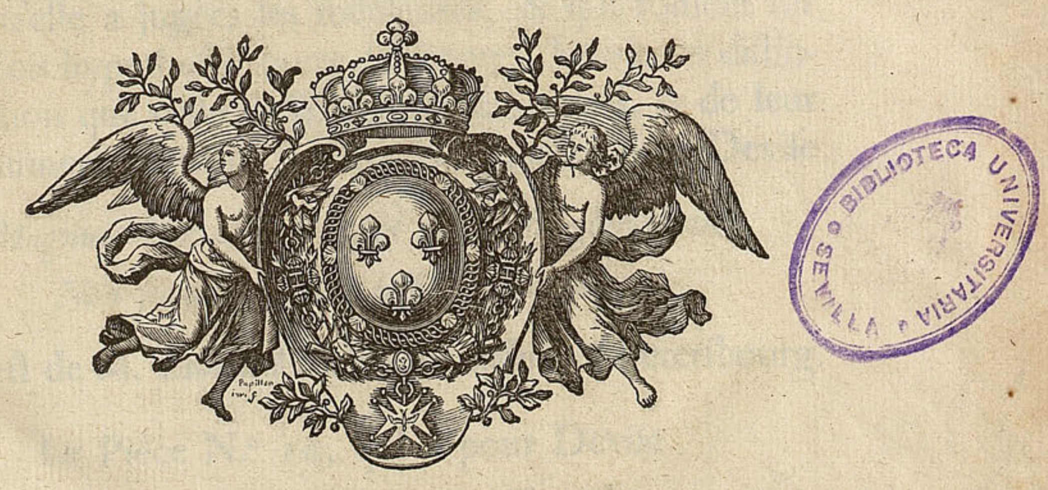






PIECES
QUI ONT REMPORTÉ
LE PRIX
DE L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES,
EN M. DCCXXXVIII.

Selon la fondation faite par feu M. ROUILLÉ DE MESLAY, ancien Conseiller au Parlement.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXIX.

Avertissement de l'Académie.

L'ACADÉMIE n'a pu se conformer aux intentions du Fondateur sur le Prix de Physique, sans proposer souvent des Sujets qui ne donnent presque aucune prise à la Géométrie, & dont l'application devient par-là très-difficile, ou passe même nos connoissances actuelles. La question de la Nature & de la Propagation du Feu est peut-être de ce nombre, & l'on ne pouvoit guére attendre que des Systemes sur cette matiére: aussi en a-t-on reçû plusieurs, parmi lesquels il y en a de très-ingénieux. L'Académie n'en ayant point trouvé cependant, qui lui ait paru satisfaire pleinement à la question, elle s'est déterminée à couronner les trois Piéces qu'elle a jugées les meilleures, & qui roulent sur trois hypotheses toutes différentes, sans autre distinction que celle de l'ordre de leur envoi, & de leur numero: sçavoir, la Piéce N.° 4, qui a pour Devise

Magnum iter ascendo, sed dat mihi gloria vires,
Non juvat ex facili lecta corona jugo,

est de M. *Leonard Euler,* Professeur à Petersbourg.

La Piéce N.° 10, qui a pour Devise

Omne ignotum pro magnifico est,

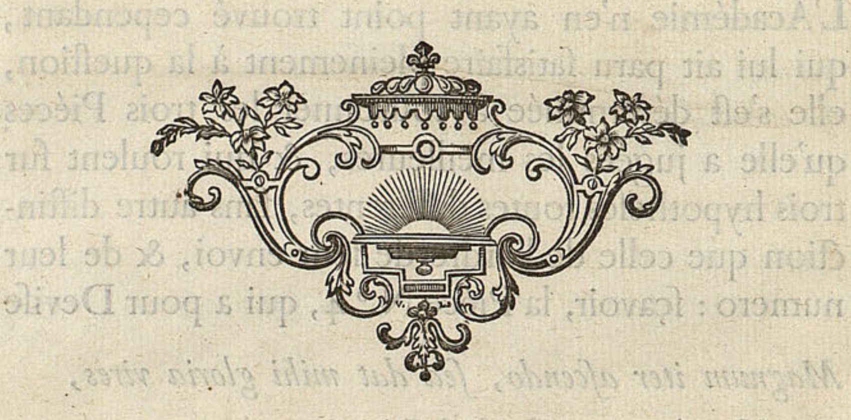
est du P. *Lozeran de Fiesc,* de la Compagnie de Jesus.

Et enfin la Piéce numerotée 11, qui a pour Devise

Exercitio Athleta valet,

est de M. le Comte de *Crequy.*

Le Public verra du moins par ce choix, que l'Académie ne prétend adopter, ni rejetter aucun Systeme, & qu'au contraire elle invite les Sçavants à lui proposer, ou à éclaircir ceux qu'ils croiront les plus vraisemblables, sans qu'ils ayent à craindre aucune partialité dans ses jugements.



DISSERTATIO

DISSERTATIO DE IGNE,

IN QUA

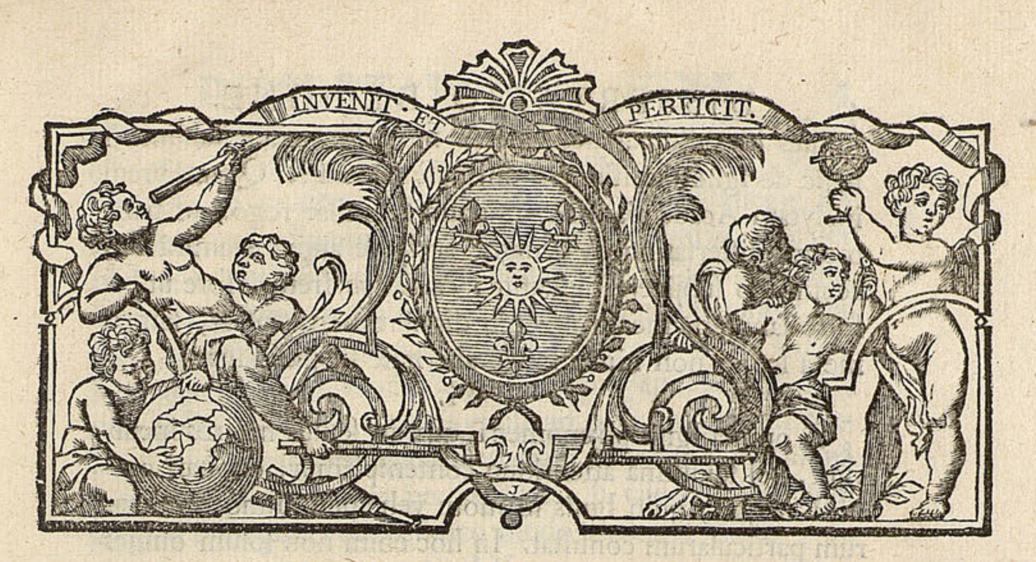
EJUS NATURA ET PROPRIETATES EXPLICANTUR:

Occasione Quæstionis, cum præmio annexo, ab Illustrissimâ ACADEMIA SCIENTIARUM REGIA PARISINA pro anno 1738 propositæ, ejusdem Academiæ judicio æquo submissa:

Cui præmium, in tres partes divisum, pro unâ ex illis addictum fuit.

Auctore D. LEONARDO EULER, Mathematicæ Profess. & Academiæ Scientiarum Petropolitanæ Socio.





DISSERTATIO DE IGNE,

IN QUA EJUS NATURA & Proprietates explicantur.

Magnum iter ascendo, sed dat mihi gloria vires;
Non juvat ex facili lecta corona jugo.
Propert. Lib. III.

---

§. I.

CUM illustrissima Academia Scientiarum Regia hoc tempore explicationem Naturæ & Propagationis Ignis requirat, non dubito sequentes meas de hoc argumento meditationes exquisitissimo illius judicio submittere. Quamvis enim hæc quæstio tam sit ardua, atque tot tantisque difficultatibus involuta, ut nemo adhuc admirandis Phænomenis eò pertinentibus satisfacere potuerit; tamen mihi quidem ego videor

omnes iſtas difficultates feliciter ſuperaſſe, atque ſublimem hanc de Igne quæſtionem diſtinctè enodaſſe. Quamobrem inclytam Academiam Scientiarum ſubmiſsè rogo, ut hanc meam Diſſertationem benignè accipere atque examini ſuo acutiſſimo ſubjicere dignetur: certâ ſpe fretus, fore ut, ſi fortè laborem meum præmio dignum non cenſeat, tamen me à ſcopo non nimis longè aberraſſe ſit judicatura.

§. II.

Si omnia Ignis phænomena, quæ in ſenſus noſtros incurrunt, vel leviſſimâ attentione contemplamur, dubitari omninò nequit, quin Ignis in motu vehementiſſimo minimarum particularum conſiſtat. In hoc enim non ſolùm omnes Naturæ ſcrutatores unanimiter conveniunt, ſed talem etiam motum vires, quibus Ignis gaudet, calefaciendi, comburendi & lucendi evidentiſſimè evincunt. Quocirca ad Ignis naturam explicandam, imprimis neceſſe eſt, ut qualis ſit materia Ignem flammamque conſtituens, & quonam ea cieatur motu, definiatur: omnes enim Naturæ effectus à Materia & Motu determinari, ab omnibus Phyſicis rationem & experientiam ſequentibus, ſatis ſuperque eſt comprobatum. Cùm autem cognitionem ſufficientem Materiæ Motuſque quibus Ignis conficitur, fuerimus conſecuti, tùm Phænomena Ignis præcipua erunt perpendenda, atque ex ante inventâ Ignis naturâ deducenda & explicanda: quorum utrumque, ſi, uti confido, præſtitero, quæſtioni propoſitæ penitùs ſatisfeciſſe putandus ero.

§. III.

Quanquam in quæſtionibus Phyſicis poſt experientiam hypotheſes plurimùm valent, atque ſine hypotheſi præmiſsâ vix ullius Phænomeni vera cauſa eſt inventa: tamen ſummoperè circumſpectum eſſe oportet, qui ab hypotheſibus cujuſpiam Phænomeni explicationem aggredi voluerit. Quandò enim accidit, ut uni Phænomeno plures hypotheſes æquè ſatisfaciant, quarum plus una vera eſſe nequit, in dubio relinquimur, quænam reliquis ſit præferenda; ſin autem eædem hypotheſes ſimul cum aliis Phænomenis comparentur,

sæpiùs evenire solet, ut nulla ampliùs satisfaciat: quod certum est indicium nullam assumtarum hypothesium veram fuisse Phænomeni causam. Hoc verò incommodum magis est metuendum si Phænomena ejusmodi considerentur, quæ per multas hypotheses explicationem admittunt; tùm enim difficulter omnes hypotheses satisfacientes enumerantur, & ideò veram præterire proclive erit. Quamobrem in naturâ scrutandâ initio ejusmodi Phænomena perpendisse expediet, quæ quàm paucissimis modis explicari patiantur, ne in inutilem variarum hypothesium copiam labamur; certissimâ autem viâ ad veritatem pertingemus, si tale Phænomenon seligere contigerit, quod unico modo explicari queat.

§. IV.

Cùm igitur hoc principio, tanquam normâ, in præsente disquisitione uti constituissem, statim vim Ignis calefaciendi & lucendi, tanquam Phænomena minùs idonea ad veram Ignis indolem indagandam, ejeci: ad ea enim explicanda motus quicumque vehemens minimarum particularum, pro quo innumerabiles hypotheses excogitari possunt, est sufficiens. Hanc ob rem de industriâ aliud anquisivi Phænomenon, cui per hypotheses difficillimè & unico fortè modo satisfieri posset. Tale autem Phænomenon ipsa quæstionis propositio ab illustrissimâ Academiâ factâ mihi suggessit, quod est Ignis propagatio, seu vis incendendi, Ignemve cum aliis corporibus combustibilibus communicandi; cujus Phænomeni explicatio meritò disertis verbis est postulata, cùm difficulter hypothesis conveniens excogitari queat.

§. V.

Ideò autem hoc Phænomenum explicatu difficile videtur, quòd primâ fronte legibus Naturæ & Motus contrarium appareat. Si enim perpetuò effectus causæ proportionalis esse debeat, atque motus viriumve quantitas augeri nequeat, maximè paradoxum certè videtur, ex minimâ scintillâ maximum Ignem enasci posse, quo tantæ moles destruantur; deindè cùm in communicatione motus corpus movens de motu suo tantùm amittat, quantùm in alterum transfert,

hîc non ſine admiratione videmus, ex Igne qui, ut certò conſtat, in motu conſiſtit, alium Ignem adeoque motum produci ſine ullo prioris detrimento. Quò ergo hoc Phænomenum explicatu eſt difficilius, eò magis operam dabo, ut ejus idoneam cauſam reperiam, ex quâ, ſi invenero, eò majorem utilitatem haurire ſpero, quòd multæ hypotheſes ei quadrantes concipi nequeant. Dabo autem non ſolùm explicationem iſtius Phænomeni, ſed etiam idoneis argumentis evincam explicationem meam eſſe unicam, & propterea ipſam veram. Hinc ergo porrò eximius uſus normæ, quam mihi in indagando formaveram, conſpicietur: cujus beneficio ſine ullâ hypotheſi aſſumtâ ad tam ardui Phænomeni veram cognitionem pervenerim.

§. VI.

Cùm ergo hujus Phænomeni præcipuus nodus in hoc verſetur, quòd in Igne productio & incrementum motus obſervetur, ſine abolitione vel decremento motus: atque vis minima, qualis eſt in ſcintillâ, maximam virium copiam generare poſſit: in id potiſſimùm erit incumbendum, ut horum perverſorum effectuum cauſam phyſicam aſſignemus. Ejuſmodi igitur materiæ ſtatum ſeu ſtructuram inveſtigare oportet, in qua vis minima, ſi ritè applicetur, maximam virium motuſque quantitatem producere valeat, atque ab hujus problematis legitimâ ſolutione tota noſtra de naturâ Ignis diſquiſitio pendebit.

§. VII.

Licèt autem iſte materiæ ſtatus, quem quærimus, ad ſolam illam Materiam ſubtilem, quâ Ignis conſtat, ſit referendus: tamen expediet talem ſtatum, in materiâ craſſiore noſtroſque ſenſus magis afficiente, determinare, quo de eo ejuſque cum legibus Naturæ convenientiâ eò tutiùs & certiùs judicare queamus. Quando enim noſtram inquiſitionem, circa ipſam illam materiam ſubtilem Ignis, inchoare vellemus, proclive foret in ratiociniis labi, atque contra Naturæ leges impingere; quod facilè evitatur, ſi materiam craſſiorem tractemus, quippe cui ratiocinia noſtra ſecuriùs accommodare liceat. Cùm autem

talis ſtatus, qualem requirimus, in materiâ craſſiori fuerit determinatus, illum ſine periculo ad materiam quantumvis ſubtilem transferre poterimus; quicquid enim in materiâ craſſiore locum invenit, idem etiam in materiâ ſubtiliſſimâ eſt admittendum.

§. VIII.

Hujuſmodi autem materiæ ſtatum, quo minima vis in maximam excreſcere valet, in pulvere pyrio obſervamus: eadem enim exigua vis, quâ unicum granum incenditur, apta eſt ad maximam hujus pulveris copiam explodendam. Hoc quidem exemplum ad inſtitutum noſtrum, quo in materiâ ab Igne diversâ ſimilem proprietatem deprehendere ſuſcepi, minùs idoneum videri poſſet, cùm pulveris pyrii exploſio cùm Igne ſit conjuncta atque per ipſum Ignem fiat: ita ut ad id ipſum, quod eſt in quæſtione recurrere, cenſeri poſſem. Sed ſi hoc Phænomenon attentiùs conſideremus, illud virium incrementum, quod in pulvere pyrio conſpicitur, omninò diverſum deprehendemus à ſimili Ignis qualitate. Quanquam enim Ignis propria eſt cauſa exploſionis pulveris pyrii, tamen ipſa exploſio, cum tanto impetu conjuncta, à ſolo Igne minimè proficiſci poteſt: ſed potiùs peculiari hujus materiæ ſtructuræ tribui debet; adeò ut etiam Ignis actionem ab hâc proprietate pulveris pyrii cogitatione prorſus ſeparare liceat.

§. IX.

Satis autem jam conſtat inter Phyſicos, neque ulteriore probatione habet opus, in Materiâ pulveris pyrii, latere aërem aliudve ſimile fluidum elaſticum vehementer compreſſum, quod accenſione, quâ particulæ hoc fluidum coërcentes diſrumpantur, ingenti vi ſeſe expandat, ſtupendoſque illos effectus edat. Ex quâ explicatione, contra quam, quid excipi poſſet, non video, ſatis ergo apparet, Ignis vim multiplicationis à propriâ vi pulveris pyrii rectè diſtingui, atque cogitatione prorſus poſſe ſeparari. Quâ enim in exploſione pulveris pyrii Ignis nil aliud præſtat, niſi quod clauſtra, quibus aër compreſſus continetur, recludat, ſalvo effectu;

loco Ignis, aliam quamcunque vim ſubſtituere licebit, dummodò par ſit illis clauſtris recludendis. Quin etiam, loco Ignis talem vim ſubſtituiſſe ſufficiet, quæ unicum granulum diſfringere valeat: ſi quidem unius ruptio, aërisque vehemens ejaculatio, aliis quoque effringendis inſervire poteſt.

§. X.

Ex hâc pulveris pyrii conſideratione poterimus nunc ejuſmodi materiæ ſtatum nobis mente concipere, qui legibus Naturæ minimè adverſetur, atque quæſito noſtro plenè ſatisfaciat: ſcilicet ut ab exiguâ vi etiam maxima generari poſſit. Nam, ut totum negotium adhuc craſſiùs repræſentemus, concipiamus bullularum vitrearum quantumvis magnam copiam, quæ omnes aëre vehementer compreſſo ſint repletæ: eritque hujuſmodi bullularum acervus talis materia, qualem deſideramus. Ponamus enim tantillam vim applicari, quâ unica bullula frangatur, manifeſtum erit, tam ab eruptione aëris quàm fruſtulorum vitri projectione, vicinas bullulas ſimiliter actum iri, ab hiſque porrò alias, donec omnes fuerint effractæ, ingentique ſtrepitu aërem incluſum emiſerint. Iſta ergo, quam formavimus, materia ratione illarum proprietatum, quas meminimus explicatu eſſe difficillimas, admodùm ſimilis eſt Materiæ Ignis, cùm in illâ minima vis ingentem motum cauſari, & per ipſum motum ſine ullo diſpendio novus motus generari queat.

§. XI.

Si autem hanc à nobis formatam Materiam penitiùs ſcrutemur, intelligemus ſimul præter hanc, quam finximus, ſtructuram aliam omninò exhiberi non poſſe, quæ ad eadem Phænomena eſſet apta. Nam, cùm contra leges Naturæ fundamentales pugnet, ut vires multiplicentur, neceſſe eſt, ut quoties talis multiplicatio in Naturâ obſervatur, ea tantùm ſit apparens, atque vires productæ jam ante in ipsâ materiâ latuerint. Hoc autem, niſi ad qualitates occultas, quæ funditùs ex Phyſicâ ſunt exterminandæ, confugere velimus, alio modo præter vim elaſticam obtineri nequit. Nulla enim vis vel potentia ad motum generandum apta, alia in Naturâ admitti

poteſt,

præter vim centrifugam, à quâ tam vis elastica quàm gravitas omnesque aliæ vires ortum trahunt. At si ratio nostri Phænomeni, in vi elasticâ seu conatu sese extendendi, collocari debet: certè alio modo, præter assignatum, materiæ status idoneus concipi nequit. Non solùm igitur structuram mechanicam & legibus naturæ conformem invenimus, quæ nostro quæsito satisfaciat, sed simul certi sumus eam esse unicam quæ in mundo existere potest; quam idcircò, quoties ejusmodi Phænomena explicanda occurrunt, semper tutò statuere possumus & debemus.

§. XII.

Ex his igitur satis intelligitur, quàm commodè ad aliquid certi de naturâ Ignis stabiliendum inter alia Ignis Phænomena id potissimùm selegerim, quo Ignis sese extendere & multiplicare observatur. Nam cùm alia Phænomena plures explicationes admisissent, quarum, quæ saltem verisimilior esset, difficulter definiri potuisset; hâc viâ ingressus ad certam unius præcipuæ Ignis proprietatis cognitionem nulla prorsus hypothesi innixam perveni. Hocque ipso jam maximâ ex parte propositæ quæstioni satisfecisse mihi videor, cùm hanc de Igne conceptam ideam ulteriùs prosequendo, omnium reliquorum Ignis phænomenorum explicationem facilè prævideam.

§. XIII.

Structura autem, quam in materiâ crassiore aëre scilicet fabricatam concepi, ad Ignem vel potius materiam, quâ Ignis constat, accommodabitur, si modò loco aëris materia illa subtilis & elastica ad Ignem producendum apta substituatur, quam materiam subtilem propterea materiam Igneam vocabo; loco bullularum verò vitrearum cujusvis materiæ particulas substitui posse per se patet, dummodò ita fuerint constitutæ, ut materiam Igneam in statu compressionis coërcere, simulque facilè rumpi possent. Quamobrem materia ad Ignem producendum apta, seu uti vocatur, materia combustibilis erit ea, quæ multas ejusmodi particulas materiâ Igneâ repletas continet, eòque magis proindè materia erit

combustibilis, quò plures in eodem volumine complectatur ejusmodi particulas. Præterea verò etiam reliqua corporis materia est consideranda, quæ particulas illas vel ita inclusas tenere potest, ut ipsas à viribus effringentibus tueatur, vel hujusmodi impetibus expositas relinquit, ita ut etiam ab hac differentiâ combustibilitas plurimùm pendeat.

§. XIV.

Perspectâ nunc naturâ illius materiæ, quæ ad Ignem suscipiendum est apta, videamus quemadmodum Ignis actu excitetur. Intelligetur autem, ex similitudine bullularum aërearum, facilè à vi, quâ unica particula materiam Igneam compressam continens effringitur, subitò plures simul recludi debere: ex quibus adeò materia Ignea magno impetu erumpet, & quasi explodetur; quæ explosio tamdiu durabit, quamdiu ejusmodi particulæ aderunt, quæ disrumpi possunt. Hæc igitur ipsa explosio materiæ subtilis est id, quod Ignis vocatur. Quamobrem Ignem ita definio, ut sit explosio materiæ subtilis Igneæ compressæ: seu subitanea dilatatio istius materiæ sequens ruptionem particularum, quibus hæc materia in statu vehementer compressò coërcebatur. Quàm subtilis autem sit ista materia Ignea non multùm interest nosse: sufficiet enim eam summè esse elasticam, aëre multò subtiliorem, atque ab æthere distinctam, ad omnia Ignis phænomena explicanda. In sequentibus autem discrepantia istius materiæ Igneæ ab æthere ostendetur.

§. XV.

Inter vires, quæ Ignem excitare valent, referendæ sunt omnes eæ, quæ aptæ sunt ad particulas illas materiâ Igneâ impletas disrumpendas: inter quas primum locum ipse Ignis tenet; ruptio enim illarum particularum atque vehemens materiæ Igneæ ejaculatio, sine dubio, alias particulas effringere debet. In hoc igitur ipso consistit vis Ignis, in idoneâ materiâ sese extendendi atque ulteriùs communicandi: quæ Ignis facultas, uti initio explicatu difficillima est visa, ita hìc facillimè explicatur; quod quidem mirum non est, cùm nostram de Ignis naturâ theoriam ex hoc ipso Phænomeno simus

conſecuti. Quæſtionis ergo propoſitæ alteri parti, quâ explicatio propagationis Ignis requirebatur, perfectè & mechanicè me ſatisfeciſſe minimè dubito. Progredior itaque ad reliquorum Phænomenorum contemplationem, oſtenſurus, quàm congruè omnia ex hâc de naturâ Ignis theoriâ ſequantur.

§. XVI.

Ignis autem phænomena, ratione explicationis, ad duas claſſes ſunt revocanda: ad quarum alteram ea refero Phænomena quæ ex ſolâ hâc theoriâ Ignis explicari poſſunt, neque ullo modo ab æthere pendent; ad alteram verò claſſem pertinent ea, quorum cauſa præter Ignis naturam in æthere ſimul eſt quærenda. Ad prius genus pertinent vis calefaciendi, comburendi atque, quam jam explicavimus, vis ſeſe multiplicandi; poſterioris verò generis Phænomena ſunt flamma & lumen: quæ, niſi nexus inter ætherem & materiam Igneam antè exponatur, explicari non poſſunt. Incipiam igitur à Phænomenis prioris generis, atque in eorum cauſam, quæ quidem ſe ſponte manifeſtabit, inquiram.

§. XVII.

Quod itaque primùm ad vim calefaciendi attinet, ea ſtatim immediatè ex noſtrâ Ignis theoriâ fluit. Cùm enim calor in Motu quodam minimarum particularum corporum conſiſtat, ſatis perſpicuum eſt Ignem in omnibus corporibus calorem excitare debere. Namque exploſio materiæ illius ſubtilis Igneæ, atque ingens vis quâ minimæ moleculæ disjiciuntur, neceſſariò particulis non nimis diſſitis motum inducere debet; quo ipſo motu calor exiſtit. Quod quò clariùs ob oculos ponatur, atque affinitas, quæ inter Ignem & calorem intercedit, evidentiùs exponatur, attendamus ad primariam Ignis proprietatem, quâ exploſio particularum Ignearum alias ſimiles particulas vicinas effringere valet. Ex quo intelligitur, ſi tales particulæ vel omninò non adſint, vel ſi vi exploſionis non ſatis ſint expoſitæ, eandem vim tamen in reliquas particulas circumjectas ſeſe exerere; quæ, cùm idoneas Igni producendo particulas diſrumpere poſſit, certè quoque reliquas materiæ particulas movere debebit. Calor itaque ab Igne in hoc differt,

quod calor ſit motus particularum minimarum ſine exploſione, cum in Igne iſte motus cum exploſione ſit conjunctus. Hinc igitur ratio conſtat cur calor, ſine decremento, ſeſe in alia corpora ingerere nequeat: quia quantùm motûs inteſtini, quo calor conſiſtit, in aliud corpus transfertur, tantundem in priore perire debet, prout experientia ſatis declarat, & leges motûs poſtulant.

§. XVIII.

Deindè etiam ex his intelligere licet ex calore ſatis intenſo Ignem oriri poſſe. Si enim calor tantoperè increſcit motuſque particularum minimarum tam ſit vehemens, ut ab eo particulæ Igneæ effringi queant, tum corpus illud, quod tantum calorem concepit, ſi tales particulas Igneas contineat, Ignem ſuſcipiet. Conſtat autem hoc utique ex omnibus modis quibus Ignem excitare ſolemus, quibus maximam partem minimæ particulæ per frictionem tantoperè ad motum cientur, ut particulas Igneas effringere atque adeò accendere valeant. Ita videmus chalybem fortiter ad ſilicem fricatum ſcintillas emittere, quibus porrò Ignis excitari ſolet; hâc autem chalybis contra ſilicem frictione particulæ exiguæ à chalybe abraduntur, quæ ſimul vehementem motum inteſtinum concipiant neceſſe eſt, quo ipſo particulæ Igneæ quæ in chalybe latent accenduntur. Continere autem chalybem plurimas particulas materiâ Igneâ fœtas, ignitio ejus facilis ſatis declarat. Ex quo perſpicitur chalybem ad Ignem excitandum ideò eſſe aptum, quòd particulis Igneis ſcateat ſimulque ſit perquàm durus; ob duritiem enim frictio eò majorem motum ejus particulis inducit, atque eò minores particulas abradit: quæ propterea eò faciliùs Ignem concipiunt.

§. XIX.

Quemadmodùm autem Ignis ſine ingenti calore exiſtere nequit, contra tamen ſummus calor ſine Igne in corpore idoneo ineſſe poteſt. Omnia enim corpora caloris ſunt capacia, etſi non omnia æquali gradu, prout in aquâ videmus, quæ non ultrà datum gradum calefieri patitur; ad Ignem autem ſuſcipiendum ea corpora tantùm ſunt apta, quæ particulas

Igneas in se continent ruptioni expositas. Corpus igitur talibus particulis carens utique majorem caloris gradum accipere poterit, quàm in alio corpore cum Igne solet esse conjunctus. Hujus rei exemplum videre licet in metallis durioribus, quæ etiam non ignita lignum aliaque corpora combustibilia accendere valent; quod autem ignita hoc præstent, id minus est mirandum, quia tùm reverà ardent, in iisque explosio materiæ subtilis Igneæ adest.

§. XX.

Hinc etiam ratio reddi potest modorum quibus Ignis extingui solet, qui plerumque in adjectione materiæ non combustibilis consistunt. Tali autem adjectione materia non combustibilis particulas Igneas corporis ardentis obducit, vel sese inter eas ingerit: quo fit, ut vis explosionis in hanc materiam exerceatur, in eâque consumatur, atque idcircò reliquæ particulæ Igneæ vim explosionis minus sentiant. At si materia ardens pulveris pyrii qualitate gaudeat, ut Ignis cum explosione aëris sit conjunctus, tum Ignis extinguetur, si modò aëris eruptio & dilatatio impediatur; quia enim, hoc pacto, aëris explosio mox sistitur: tum simul Ignis, qui cum hâc explosione est conjunctus, cessare debet. Præterea autem facilè intelligetur, talem Ignem adjectione materiæ non combustibilis nisi ingenti fiat copiâ, difficulter extingui; aëris enim explosio, quæ cum tali Igne est conjuncta, particulas materiæ aspersæ disjicit, impeditque quominùs reliquæ Ignis particulæ à ruptione salventur.

§. XXI.

Deindè etiam circà materiam quæ in Ignem injicitur, notandum est, an cum materiâ ardente misceri sive inhærere queat. Nisi enim materia adjecta corpus ardens ingredi sive adhærere possit, ob suprà allatas causas, Ignem extinguere non poterit; ita videmus, adspersione aquæ, oleum accensum non extingui nisi omninò aquâ offundatur: cujus rei ratio est, quod oleum cum aquâ misceri non patiatur. Deniquè etiam quò materia non combustibilis, cæteris paribus, fuerit densior, eò promtiùs Ignem extinguet: quia in eâ vis explosionis

magis consumitur, prout experientiâ satis est notum. Hanc ob rem aër, etsi combustionis est incapax, tamen propter raritatem ad Ignem extinguendum est ineptus, nisi magno impetu in Ignem irruat, quo casu vicem corporis crassioris sustinere censendus est. Quin potius aër sæpiùs ad Ignem conservandum est necessarius, uti constat in candela accensa, quæ in spatio ab aëre evacuato extinguitur; particulæ enim ex sebo vel cera, quæ sunt Ignis nutrimentum, ob gravitatem specificam per aërem ascendunt, flammamque ingrediuntur, quæ nutritio, demto aëre, cessare debet.

§. XXII.

Porrò etiam intelligitur cur pleraque corpora combustione destruantur, atque magnum massæ suæ decrementum patiantur. Ab ingente enim vi, quâ particulæ Igneæ dissiliunt, non solùm materia earum propria dissipatur, sed etiam simul aliæ corporis particulæ ejaculantur atque à corpore separantur: quo ipso non solùm corpus multùm de suâ materiâ perdit, verùm etiam ratione status sui atteritur. Eò magis autem corpus in suo statu alterabitur, quò magis fuerit combustibile: hoc est, quò plures in se continet particulas Igneas, eò faciliùs reliquæ particulæ dissipari patiuntur. Ita materiæ combustibiles minus compactæ & duræ, cujusmodi sunt ligna, ossa, ferèque omnes aliæ materiæ ex regno vegetabili & animali, combustione in cineres convertuntur, reliquæ verò particulæ omnes à vi Ignis disperguntur. Duriores verò magisque compactæ materiæ, cujusmodi sunt mineralia & metalla, in cineres non convertuntur, sed statum suum, ob firmiorem partium nexum, fortiùs conservant. Longè autem minorem particularum Ignearum copiam mineralia & metalla, si materiæ inflammabiles excipiantur, continere videntur, quàm materiæ ante memoratæ. Inter metalla verò ferrum reliquis plures particulas Igneas continere ejus facilis ignitio, ejusque denique plenaria destructio, satis evincit. Contrà verò aurum minimâ particularum Ignearum copiâ præditum sit oportet, quia Igne, fieri-ne in vehementissimo quidem Igne, patitur. Quòd autem aqua, aliaque corpora combustionis expertia,

ab Igne diſſipentur & in vapores reſolvantur, id non tam Igni quàm ſoli calori eſt tribuendum, quo particulæ ita expanduntur & tam fiunt ſubtiles ut per aërem, tanquam per medium gravius, avolent.

§. XXIII.

His Phænomenis, quæ hactenùs explicavimus, adjici poſſent alii Ignis effectus ſingulares, quibus alia corpora in vapores reſolvit, alia in cineres convertit, (quos quidem jam obiter attigimus,) alia liquefacit, alia in calcem reducit, alia in vitrum transformat: ſed, cùm horum effectuum cauſa, non tam in Igne, quàm potius in peculiari corporis cujuſque ſtructurâ, ſit poſita, hìc de illis diſſerere nec inſtitutum poſtulat, nec illis explicandis me parem ſentio. Quamobrem nunc reliqua Ignis phænomena propria aggrediar, ad quæ exponenda præter Ignis traditam theoriam, æther in ſubſidium debet vocari; quæ Phænomena ſunt Flamma & Lumen. Flammam ſcilicet hìc conſidero, tanquam peculiare & à Lumine diſtinctum Phænomenon, quatenùs ſpatium determinatum occupat, atque figurâ eſt prædita. Lumen autem mihi erit Flammæ proprietas, quâ radios lucidos emittit, iiſque in oculis noſtris lucis ſenſum excitat.

§. XXIV.

Quod igitur ad Flammam attinet, ex notione datâ, conſtat eam nil aliud eſſe niſi ſpatium circa Ignem exiſtens, diſtinctum & peculiari materiâ repletum; cùm autem Flamma perpetuò cum Igne ſit conjuncta, neceſſe eſt ut materia quâ Flamma conſtat, ſit illa ipſa materia ſubtilis, cujus exploſione Ignis gignitur. Quamobrem manifeſtum eſt Flammam eſſe ſpatium materiâ illâ ſubtili Igneâ repletum. Cùm autem materia iſta ſubtilis in Igne tantâ vi explodatur, quâquaverſùm longiſſimè diſſipari deberet, niſi ab alio medio coërceretur, & in definito ſpatio contineretur. Quare cùm Flamma determinatam habeat figuram, atque tantùm in viciniâ Ignis ſubſiſtat, neceſſe eſt ut aliud adſit medium fluidum elaſticum ubique expanſum, quod ſuâ elaſticitate indefinitam materiæ ſubtilis Igneæ expanſionem impediat, eamque materiam in determinato ſpatio

contineat. Hoc autem medium cur ab æthere diversum statuam nulla ratio suadet; quin etiam ex sequentibus clariùs perspicietur, medium hoc ejusdem esse indolis, cujus à Physicis æther esse statuitur.

§. XXV.

Quemadmodùm autem in medio quodam elastico alia materia pariter elastica spatium distinctum ad aliquod saltem tempus occupare queat, sequenti exemplo clarè apparebit. Ponamus bullulas nostras vitreas aëre vehementer compresso repletas, quas suprà ad Ignis naturam explicandam adhibuimus, in aquâ esse constitutas, ibique disrumpi. Quo facto manifestum est aërem erumpentem seseque expandentem aquam aliquantulùm de loco suo esse expulsurum, atque in mediâ aquâ spatium distinctum & definitum esse occupaturum: quod spatium eousquè augebitur, quoad compressio aquæ, quæ hîc vicem elasticitatis gerit, vim aëris ulteriorem sese expandendi in æquilibrio teneat. Generabitur igitur, explosione aëris, in medio aquæ bulla aërea à reliquo spatio distincta, quæ in ipso aëre non genita fuisset, cum aër explosus sese statim cum aëre externo confudisset.

§. XXVI.

Si ergo casum hunc ad nostrum argumentum accommodemus, aëris locum materia subtilis Ignea, aquæ verò locum æther sustinebit. Indè verò simul patet ætherem fluidum esse à materiâ subtili Igneâ omnino diversum, seque ad hanc materiam propemodùm habere, ut se habet aqua ad aërem. Erit itaque æther, respectu materiæ Igneæ ita comparatus, ut, ab hâc, in æthere quasi bullæ formari queant. Posito igitur æthere undiquaque diffuso, facilè erit explicatu, quomodò ex Igne Flamma formetur. Explosione enim materiæ Igneæ æther repellitur, ipsaque hæc materia in æthere tantùm occupabit spatium, quoad vis elastica ætheris cum ulteriori vi materiæ Igneæ in æquilibrio consistat. Spatium igitur hoc in æthere materiâ subtili Igneâ repletum erit ipsa Flamma. Quod autem Flamma cessante Igne simul cesset, ratio im promtu est: bulla enim illa in æthere diù durare nequit, sed materia Ignea mox per

per ætherem diſtribuetur; quarè Flamma diutiùs durare non poterit, quàm ipſa materiæ Igneæ exploſio. Interim tamen non nego, ſine exploſione, per aliam cauſam talem bullam materiæ Igneæ in æthere ſubſiſtere poſſe, quæ Flammæ ſpeciem præ ſe ferre radioſque emittere queat; ſed talis Ignis calore carebit: cujuſmodi Phænomena, etiam plura, obſervantur inter Meteora & Phoſphoros, quæ ex hoc fonte explicare nullus dubitarem.

§. XXVII.

Hâc jam Flammæ naturâ ſtabilitâ, lux, ſeu emiſſio radiorum, ſecundùm leges mechanicas neceſſariò cum Flammâ conjuncta eſſe debet. Quanquam enim Flammæ, ſeu bullæ illius, ſtatus ab æquilibrio, inter elaſticitatem ætheris & materiæ Igneæ, pendet: tamen propter continuas novas exploſiones ſummamque ætheris agitationem, hoc æquilibrium perpetuò aliquantulum turbabitur, quo ipſo æther continuò à Flammâ ſuccuſſiones patietur. Iſtæ autem ſuccuſſiones in æthere, tanquam fluido ſummè elaſtico, producunt vibrationes, quæ ſeſe quâquaversùs ſecundùm lineas rectas communicabunt; his igitur vibrationibus, in æthere procreatis, efficiuntur radii luminis, ſimili prorſus modo quo in aëre ſonori radii producuntur. Hìc autem naturæ lucis fuſiùs non immorabor, cùm hæc quæſtio jam ante biennium ab illuſtriſſimâ Academiâ ſit ventilata atque excuſſa; ſed pro inſtituto meo ſufficiet monſtraſſe, quomodò Ignis lucem emittat.

§. XXVIII.

Interim tamen, antequàm huic diſſertationi finem imponam, non abs re fore arbitror, ſi formulam ſubjungam, ex quâ, quantâ celeritate vibrationes per quodvis medium elaſticum propagentur, intelligere licebit. Eò minùs autem hanc meam formulam communicare dubito, cùm Neutoni formula non ſolùm experientiæ de celeritate ſoni non quadret, ſed etiam infirmis nitatur fundamentis. Mea autem formula eſt ſequens: Sit K altitudo Mercurii, cujus pondus vi elaſticæ medii ſit æquale, quo abibit in altitudinem barometricam, ſi aër pro medio illo accipiatur. Deinde exprimat $1 : n$ ratio-

nem gravitatum ſpecificarum, ſeu denſitatum Mercurii & medii; prætereàque deſignet f longitudinem Penduli ſimplicis ſingulis minutis ſecundis oſcillantis. His poſitis, inveni vibrationes in tali medio uno minuto ſecundo propagari per ſpatium $= 4 \sqrt{\frac{fK}{n}}$.

§. XXIX.

Si hæc formula ad aërem accommodetur ad ſoni celeritatem inveſtigandam, erit, menſuram pedis Rhenani, in 1000 particulas diviſi, adhibendo, $f = 3166$; K variis tempeſtatibus intra limites 2460 & 2260 continebitur, atque ob denſitatem aëris pariter variabilem, pono n intra hos limites $\frac{1}{10000}$ & $\frac{1}{12000}$. His ſubſtitutis, in formulâ datâ, reperietur ſonus, minuto ſecundo, per ſpatium transferri intra limites 1222 & 1069 pedum contentum: id quod longè meliùs cum obſervationibus congruit, quam Neutoni determinatio, qui tantùm 950 pedes Rhenanos invenit, experientiâ vero 1108 pedes præbeat, qui numerus ferè medius eſt inter limites à me aſſignatos.

§. XXX.

Si ergo tam denſitas ætheris quàm ejus elaſticitas eſſet nota, ope hujus regulæ, facilè poſſet celeritas luminis determinari. Cùm autem de denſitate & elaſticitate ætheris nil certi conſtet, celeritas lucis verò ſatis ſit explorata, ope formulæ meæ viciſſim quicquam de denſitate & elaſticitate ætheris concludere licebit. Sequitur autem ex regulâ datâ, celeritates vibrationum in diverſis mediis eſſe in ratione ſubduplicatâ, compoſita ex directâ elaſticitatum & inversâ denſitatum. Quarè ſi elaſticitas ætheris ad elaſticitatem aëris ponatur, ut E ad e, & denſitas ætheris ad denſitatem aëris, ut D ad d, erit celeritas luminis ad celeritatem ſoni, ut $\sqrt{Ed}$ ad $\sqrt{eD}$. Si ergo, ſecundùm obſervationes, hæc ratio aſſumatur ut 700000 ad 1, prodibit $\frac{Ed}{eD} = 490000000000$; unde patet, ſine denſitate ætheris cognitâ, ejus elaſticitatem definiri non poſſe.

§. XXXI.

Plures autem rationes ſuadent ætherem longè eſſe rariorem

quàm aërem: quarum præcipua est, quòd corpora cœlestia, in illo mota nullam sensibilem resistentiam patiantur. Deindè elasticitas ætheris multò quoque major esse debebit aëris elasticitate, cùm ex eâ durities corporum aliaque similia Phænomena explicari debeant. Ponamus igitur ætherem 1000000 vicibus esse rariorem quàm aërem, & reperietur elasticitas ætheris 490000 vicibus major, quàm est aëris elasticitas. Sin autem ætheris elasticitas millies major aëris elasticitate sufficiens putetur, tùm densitas eò minor prodibit scilicet 490000000 vicibus minor quàm densitas aëris. Etiamsi autem nec de densitate nec de elasticitate ætheris seorsim certi quid affirmare liceat: tamen ratio, quam habet elasticitas ætheris, ad suam densitatem applicata, ad aëris elasticitatem, ad suam pariter densitatem applicatam: certò assignari poterit, quippè quæ est ut 4900000000000 ad 1.

FINIS.

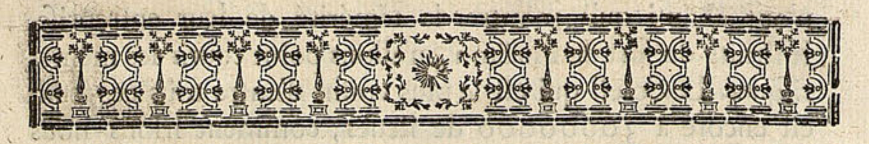
DISCOURS
SUR LA PROPAGATION DU FEU.

Cette Piéce est une des trois entre lesquelles le Prix a été partagé également.

Par le Pere LOZERAN DE FIESC, de la Compagnie de Jesus.







DISCOURS SUR LA PROPAGATION DU FEU.

Omne ignotum pro magnifico eſt. *Tac. &c.*

LA Propagation du Feu dépend viſiblement de la nature du Feu. Il eſt donc néceſſaire de connoître celle-ci pour découvrir ſûrement la maniére dont ſe fait celle-là : tels ſont les deux objets que je dois embraſſer dans ce Diſcours, pour dire quelque choſe de raiſonnable ſur le ſujet propoſé.

Mais avant d'entrer en matiére, il faut bien fixer l'état de la queſtion. Toute ſimple qu'elle paroît, elle peut devenir compliquée par la diverſité des Feux réels ou réputés tels, qu'on pourroit conſidérer.

Il y a, par exemple, des Feux immenſes que l'Auteur de la Nature a placés à de grandes diſtances de la Terre, c'eſt les Etoiles & le Soleil. Tout ce que nous pouvons connoître de ces Feux, ſe réduit à la diverſité & à la régularité de leurs mouvements ſenſibles & apparents.

Il eſt vrai que depuis les temps les plus reculés les Philoſophes ont voulu deviner la conſtitution ou la nature de ces feux. Point de ſujet ſur lequel on ait bâti tant de ſiſtemes différents. Mais ſi nous voulons en penſer raiſonnablement, nous ſerons perſuadés que toutes les recherches de ces grands Philoſophes

n'ont abouti qu'à montrer la témérité de leur entreprise. Instruits du sort de Phaëton, n'allons point courir les mêmes risques. Le Soleil qui est le plus voisin d'entre tous ces feux, est encore à 30000000 de lieuës, comment irions-nous y faire l'analyse des principes qui le composent? Si c'est un mixte, ou si ce n'est pas un corps mixte, quel Télescope assés bon pourroit nous en montrer les petites parties, pour en découvrir la forme & le mouvement! Par quelle voye même pourrions-nous nous assûrer que le feu du Soleil & des Etoiles est de la même nature que nos feux ordinaires & usuels?

Il est vrai que le Soleil & les Etoiles répandent de la lumiére comme nos feux, & infiniment plus que nos feux; mais il y a d'ailleurs tant de différence des uns aux autres, qu'on ne peut plus, avec quelque apparence de raison, conclurre de ce point seul de ressemblance, que tous ces feux sont d'une même nature.

Je ne parlerai donc point de ces feux admirables, ni de leur propagation, s'il y en a quelqu'une; car je ne puis penser que l'inflammation des matiéres combustibles qu'on expose aux rayons du Soleil réunis au foyer d'un miroir ardent, ou d'une Loupe de verre, soit une véritable propagation du feu du Soleil.

Outre ces feux, dont il ne peut pas être ici question, on s'est accordé de temps immémorial, car il seroit difficile de fixer l'époque d'une idée si générale, on s'est, dis-je, accordé à distinguer un feu élémentaire du feu commun & ordinaire qui sert à nos usages.

Je serois très-embarrassé à rapporter le fondement sage & raisonnable de cette distinction. Il est vrai que les Philosophes ont distingué quatre éléments, le Feu, l'Air, la Terre & l'Eau. De ces quatre éléments, ont-ils dit jusqu'à Descartes, sont composés tous les mixtes. Si cette derniére proposition étoit vraye, il ne faudroit pas douter qu'il n'y eût un feu élémentaire; mais les Chimistes qui ont décomposé les mixtes, n'y ont jamais trouvé de feu : ils y trouvent cinq

cinq autres ſubſtances différentes, l'Eſprit ou le Mercure, le Soufre ou l'Huile, le Sel, le Flegme, ou l'Eau & la Terre; ils concluent de-là que ces cinq ſubſtances ſont les véritables éléments immédiats des mixtes.

Je ne décide point s'ils ont tort ou raiſon dans cette conſéquence; mais je crois pouvoir conclurre du ſuccès de leurs opérations, que le feu n'eſt pas un élément réel, qu'il n'y a point de feu principe ou élémentaire. Car ſi le feu entroit dans la compoſition des mixtes, les Chimiſtes, après toutes les opérations qu'ils font ſur les mixtes dans leurs laboratoires, en auroient ſans doute trouvé des veſtiges certains. Il n'en eſt pas du Feu comme de l'Air, celui-ci eſt inviſible, à moins qu'il ne traverſe quelque fluide de différente denſité, ainſi il peut n'être pas apperçû quand il ſe ſépare des autres principes qui entrent dans la compoſition des mixtes: mais le feu eſt non-ſeulement viſible, c'eſt encore par lui ou par ſa lumiére que nous voyons les autres objets; il n'auroit donc pû échapper à la vûë des Chimiſtes, s'il étoit ſorti des mixtes qu'ils ont décompoſés.

On dira peut-être que les particules ignées de ce feu élementaire ſont ſi bien cachées dans les mixtes ou dans les parties des divers principes que les Chimiſtes tirent des mixtes, que leurs élaborations les plus délicates n'ont pû les en détacher. Mais ſi elles y ſont ſi bien cachées, qui a pû les y découvrir, & par quelle voye? L'auteur de cette découverte auroit dû nous montrer le chemin pour y arriver après lui; puiſqu'il nous a envié la connoiſſance des routes qu'il a tenuës, il mérite bien de n'être pas cru ſur ſa parole.

Si pourtant on veut appeller feu élémentaire avec Ariſtote, une matiére extrémement ſubtile & déliée répanduë par-tout, qui pénétre tous les corps, dont les parties toûjours en mouvement donnent le branle à tous les autres mouvements, qui n'a conſtamment les qualités ſenſibles du feu que dans le Soleil peut-être & dans les Etoiles, qui ne l'acquiert ailleurs que dans certaines circonſtances, ou lorſqu'elle trouve des diſpoſitions particuliéres dans les mixtes, je ne

m'y oppoſerai pas : alors ce feu élémentaire ne ſera que la matiére éthérée ou la matiére ſubtile de Deſcartes, dont le Pere Malebranche me paroît avoir mieux expliqué le mouvement que tout autre, & dont, par cette raiſon, je ſuivrai le ſentiment dans le reſte de ce diſcours.

Toute la queſtion préſente roulera donc ſur les feux uſuels dont il faut d'abord rechercher la nature, pour découvrir enſuite avec plus de lumiére le vrai ſiſteme de leur communication ou propagation.

De la Nature du Feu.

Le Feu eſt un mixte compoſé de ſels volatils ou eſſentiels, de ſoufre, d'air, de matiére éthérée, communément mêlé d'autres ſubſtances hétérogenes, de parties aqueuſes, terreſtres, métalliques, & dont les parties deſunies ſont dans un grand mouvement de tourbillon.

Telle eſt l'idée que je me forme du feu, & qu'il me faut juſtifier dans la premiére partie de ce Diſcours, par des obſervations certaines, & des raiſonnements clairs ſur ces obſervations.

1.° C'eſt une expérience conſtante que ſi l'on prend parties égales de limaille de Fer & de Soufre en poudre, qu'on en faſſe une pâte avec de l'eau, & qu'on mette 30. ou 40. livres de cette pâte dans une terrine, elle s'y fermentera, & dans quelque temps elle s'enflammera.

Dans cette pâte il y a du Soufre, des Sels vitrioliques, dont le fer contient une grande quantité, de l'air, de la matiére éthérée, des parties aqueuſes, des parties terreſtres.

Par la fermentation, les parties ſulfureuſes & ſalines éthérées & aëriennes ſe mêlent intimement, & par ce mêlange compoſent le feu qui y paroît, après que la fermentation a mêlé toutes ces ſubſtances au point néceſſaire.

2.° Si lorſque l'on calcine de l'Etain, on en prend une portion dès qu'il eſt réduit en poudre, & avant qu'il ne ſe calcine davantage, & qu'on le mêle avec une portion à peu-près égale de précipité d'Argent fait avec de l'eau ſalée, ſéché,

mais de maniére qu'il y reſte encore un peu d'humidité, ce mêlange s'échauffe & prend feu de lui-même, rendant une odeur ſoufrée.

Dans ce mêlange, il y a des ſoufres de l'Etain & des ſels de l'Eſprit de Nitre, qui a ſervi à la diſſolution de l'Argent, & qui ſont demeurés attachés aux petites parties de l'Argent, lorſqu'il a été précipité par l'eau ſalée; il y a encore beaucoup d'air & de matiére éthérée dans les intervalles que laiſſent entr'elles les petites parties de ces poudres hétérogenes. L'humidité qu'on laiſſe au précipité d'Argent, ne ſert qu'à la fermentation de ce mêlange.

Par cette fermentation les ſels du Nitre ſe mêlent intimement avec les ſoufres de l'Etain, l'air & la matiére éthérée, & ce mêlange intime de ces diverſes ſubſtances, par le mouvement de tourbillon qu'y entretient la matiére éthérée, compoſe le feu qu'on voit dans cette expérience.

3.° Si on mêle de l'Huile eſſentielle de plante aromatique avec de l'Eſprit de Nitre bien pur & bien déflegmé, ce mêlange s'échauffe & s'enflamme.

Ce mêlange ne contient que des ſels du Nitre & des ſoufres de plante aromatique, quelque peu de flegme avec beaucoup d'air & de matiére éthérée, qui rendent fluides ces ſels & ces ſoufres avant leur mêlange. Quand le mouvement de fluidité a bien mêlangé les ſoufres avec les ſels, l'air & la matiére éthérée, ce mêlange eſt un feu qui donne de la flamme. Le feu n'eſt donc qu'un mixte compoſé de ſels eſſentiels, ou de ſels volatils, de ſoufres, d'air & de matiére éthérée.

4.° Si on jette du Charbon pulveriſé dans un creuſet où on a fait fondre du Salpêtre, il ſe fera une grande flamme avec une détonation.

Avant qu'on y jette le Charbon, le Salpêtre ne donne point de flamme; le Charbon ſeul ne donne qu'une petite flamme bleuë : c'eſt le mêlange de l'un avec l'autre qui donne cette grande flamme, & forme ce feu.

Dans le Salpêtre, il y a beaucoup de ſels volatils, dans

le Charbon il y a beaucoup de parties huileuſes & ſulfureuſes, l'un & l'autre contiennent beaucoup d'air & de matiére éthérée; c'eſt par le mêlange de toutes ces ſubſtances que s'allume ce feu. Le feu eſt donc un mixte compoſé de toutes ces ſubſtances.

5.° Dans tous les feux nous trouvons des ſels, des ſoufres, de l'air & de la matiére éthérée mêlés enſemble.

6.° Par-tout où nous trouverons ce mêlange intime, nous trouverons du feu.

7.° Nous ne trouverons point de feu où il manquera quelqu'une de ces ſubſtances.

Ainſi l'air, la matiére éthérée & les ſels mêlés enſemble ne donnent point de feu, comme on le voit dans l'Eſprit de Nitre & dans le Salpêtre fondu.

Ainſi l'air, la matiére éthérée & les ſoufres mêlés enſemble ne donnent point de feu, comme on le voit dans les eſſences.

Ainſi les ſels, les ſoufres & la matiére éthérée mêlés enſemble, ne donnent point de feu, comme on le voit dans la machine du vuide, où le feu s'éteint quand on en a pompé l'air. A l'égard des feux qui s'y ſoûtiennent, ils ſont compoſés de ſels volatils & de ſoufres extrémement exaltés, & alors le peu d'air qui demeure ſous le balon de la machine du vuide, ſuffit pour compoſer avec les ſoufres, les ſels & la matiére éthérée, un véritable feu.

Je ſçais que les Chimiſtes penſent que les ſoufres ſont inflammables, ſans être mêlés avec des ſels. S'ils avoient raiſon, mon ſyſteme ne ſeroit pas bon. Mais quelle expérience, quelle obſervation apporteront-ils en preuve de leur ſentiment ? Ils me démontrent que les ſels ſans les ſoufres ne ſont pas inflammables, parce que ſi on n'adjoûte point de Soufre au Salpêtre, quelque vivacité qu'on donne au feu qui le fond, jamais il ne s'enflammera. Pour me prouver que les ſoufres ſans les ſels ſont inflammables, il faudroit qu'ils me montraſſent des ſoufres exempts de ſels, qui pourtant s'enflammaſſent : c'eſt ce qu'ils ne font pas & ne feront jamais.

Car ſelon eux, l'Huile ou le Soufre ſe tire toûjours impure des mixtes, étant toûjours mêlée avec des eſprits, comme les huiles de Romarin & de Lavande, qui ſurnagent ſur l'eau : or ces eſprits ne ſont que des ſels volatils extrémement exaltés; ou elle eſt remplie de ſels qu'elle entraîne dans la diſtillation, comme les huiles de Buis, de Gayac & de Gerofle, qui ſe précipitent dans l'eau.

Pour le Soufre commun & minéral, on ſçait qu'avec l'Huile il contient du Sel, on en tire un eſprit qui n'eſt qu'un Sel vitriolique.

Tout cela étant avoué par les Chimiſtes mêmes, qui veulent que les Soufres ou Huiles ſoient inflammables, ſur quoi peuvent-ils appuyer leur ſentiment? & n'ai-je pas eu raiſon de dire que ſans les ſels ce principe n'eſt pas plus inflammable que les ſels ſans les ſoufres?

Toutes ces expériences, obſervations & réflexions démontrent viſiblement que le Feu eſt véritablement un mixte compoſé de ſels, de ſoufres, d'air & de matiére éthérée. J'appellerai ces quatre ſubſtances les *ſubſtances ignées*.

Mais il faut obſerver que tout mêlange de ces ſubſtances n'eſt pas du feu. Le bois, par exemple, eſt un mixte compoſé de toutes ces ſubſtances, avec des parties aqueuſes & terreſtres, & même ferrugineuſes; car dans le bois il y a beaucoup de matiére éthérée qui en remplit les pores les plus petits : il y a beaucoup d'air, puiſqu'on l'en voit ſortir, lorſque l'ayant haché en tranches minces, on jette ces tranches, & on les fait tremper dans l'eau : il y a des ſels & des huiles, puiſqu'on en tire par la Chimie : il y a des parties terreſtres qui demeurent après en avoir tiré les huiles & les ſels ; il y a des parties aqueuſes, qui ſont le flegme qu'on en tire : il y a des parties ferrugineuſes qui s'attachent à un couteau aimanté, avec lequel on remuë les cendres du bois; le bois cependant n'eſt pas du feu.

La raiſon en eſt que ces ſubſtances ignées, ou les parties de ces ſubſtances, ſont unies dans le bois : or pour faire du feu il faut des parties déſunies, ou qui ne tiennent point les

unes aux autres ; il faut que les parties des ſubſtances qui doivent entrer dans la compoſition de ce mixte, ne ſoient point liées enſemble par des parties hétérogenes qui les tiennent ſéparées, ou qui les contraignent à demeurer en repos en les ſerrant.

Il ne ſuffit même pas, pour compoſer la matiére du feu, que les parties de ces ſubſtances ſoient deſunies & un peu mêlées. Elles ſont dans cet état dans la matiére de la poudre à canon lorſqu'elle eſt dans le mortier ou ſous le pilon, même après qu'on y a mis de l'eau pour l'humecter, cette matiére n'eſt pourtant pas alors la matiére du Feu. Il faut donc que le mêlange de ces parties ſoit bien intime, & que la multitude des parties hétérogenes qui y ſont mêlées, ne les embarraſſe point trop, comme il arrive à la matiére de la poudre à canon, lorſqu'elle eſt pilée & trop humectée.

Ainſi on peut définir la matiére du Feu un mixte compoſé de ſels, d'huiles, d'air, de matiére éthérée, dont les petites parties ſont deſunies & intimement mêlées, aſſés dégagées de toutes ſubſtances étrangéres qui embarraſſeroient celles-là.

Mais ce n'eſt-là que la matiére immédiate du Feu, ce n'eſt qu'un corps ſans ame : ce qui anime cette matiére, ou qui lui donne la forme qui en fait du Feu, c'eſt le mouvement, mais un mouvement de tourbillon, qui fait tournoyer toutes les parties de ces ſubſtances chacune autour de ſon propre centre, & pluſieurs enſemble autour d'un centre commun.

Il eſt viſible que pour bien connoître la nature du Feu, & parler enſuite raiſonnablement ſur ſa propagation, il ne ſuffit pas de connoître & de s'être aſſûré que la matiére dont il eſt immédiatement compoſé, ſont des ſels, des huiles ou ſoufres, de l'air, de la matiére éthérée, il faut encore en connoître la véritable forme eſſentielle, ou le mouvement que doivent avoir toutes ces ſubſtances pour être du Feu. Il faut donc juſtifier ce que je viens d'avancer, que ce mouvement eſt un véritable mouvement de tourbillon, tel que je l'ai énoncé.

Mais cette entrepriſe n'eſt pas ſans difficulté, les parties

du Feu ſont trop petites pour être apperçûës ſolitairement, il n'eſt même pas poſſible de découvrir à la vûë le mouvement de pluſieurs enſemble, quand même le nombre de celles qui ſe meuvent enſemble ſelon une même détermination, pourroit faire un objet ſenſible en d'autres circonſtances. La raiſon en eſt palpable ; toutes les parties du Feu ſont ſenſiblement contiguës, & quoique le mouvement de tourbillon de pluſieurs enſemble puiſſe ſe faire, & ſe faſſe en divers ſens, cependant à cauſe que le tout eſt lumineux & ſemblablement lumineux, on n'y ſçauroit appercevoir d'autre mouvement que celui qui lui vient de l'inégale preſſion ou de l'inégale réſiſtance de l'air environnant, laquelle donne lieu aux ondées qu'on voit dans la flamme, de la même maniére que des preſſions inégales ſur la ſurface de tout autre liquide, & imprimées tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, y produiſent des ondulations.

Au défaut de la vûë qui ne peut avoir aucune priſe ſur les parties ignées, nous ferons quelques obſervations d'où nous pourrons conclurre aſſés ſûrement que leur mouvement eſt réellement le mouvement que je leur ai ſuppoſé.

1.° Lorſqu'on bat le fuſil pour en tirer du Feu, ce Feu s'allume par le mouvement qu'on donne aux parties ignées qui ſont dans le caillou ou dans l'acier, ou peut-être dans tous les deux, & qui en ſont détachées par le choc. Or il eſt viſible que la maniére même dont ſe fait le choc, détermine ces parties détachées, à un mouvement circulaire très-prompt. Donc les parties du Feu qu'on tire du caillou, en battant le fuſil, ont un mouvement de tourbillon, donc auſſi les parties de tout autre feu ont ce mouvement.

2.° C'eſt un ſentiment généralement reçû aujourd'hui, & confirmé par une infinité d'expériences, que la fluidité des corps conſiſte dans un mouvement reſpectif de leurs parties. Divers Auteurs expliquent diverſement ce mouvement reſpectif : il y en a qui prétendent que ce n'eſt qu'un mouvement de tourbillon qui agite les petites molécules du fluide, chacune autour de ſon propre centre, & pluſieurs autour

d'un centre commun. Les raiſons qu'ils donnent de leur ſentiment, me paroiſſent, & à bien d'autres, aſſés prouvantes. De toutes ces raiſons, qu'il n'eſt pas beſoin de rapporter ici, j'ai droit de conclurre que les petites molécules de la flamme, qui eſt un véritable fluide, ſont agitées de ce mouvement de tourbillon.

Mais comme tout le monde n'a pas ces raiſons préſentes à l'eſprit, & que ceux qui les ont préſentes, n'en ſont pas tous également touchés, voici une preuve qui va, ce me ſemble, démontrer en particulier le mouvement de tourbillon que j'attribuë aux petites molécules de la flamme.

Il eſt certain que les petites parties de la flamme ont une vîteſſe inconcevable; quand on refuſeroit d'en convenir, la lumiére qu'elle répand en ſeroit une démonſtration, car ces parties n'ont pas ſans doute moins de vîteſſe que la lumiére qu'elles répandent. Or ſi avec une vîteſſe ſi prodigieuſe, leur mouvement étoit en ligne droite, il eſt viſible que l'air environnant, qui ſert de limites à la flamme, ne ſeroit pas capable de les contenir, & par conſéquent elles ne demeureroient point aſſés près les unes des autres pour compoſer un tout ſenſible, mais ſe diſſiperoient infiniment plus vîte qu'elles ne font. Comment l'air pourroit-il leur ſervir de vaſe & les contenir, ſi elles avoient un tel mouvement, puiſqu'elles tirent aſſés de force de leur mouvement pour ſéparer les parties des corps durs, calciner les pierres & fondre les métaux? mais ſi leur mouvement eſt un mouvement de tourbillon, il n'eſt plus néceſſaire que l'air ait tant de force pour leur réſiſter. Dans ce cas elles n'agiſſent contre l'air que par leur force centrifuge : or leur vîteſſe ſelon cette force, ou leur vîteſſe en éloignement du centre, ſi elles n'étoient point retenuës, étant très-petite, ces parties elles-mêmes étant très-petites, leur effort pour chaſſer l'air, en eſt bien moins conſidérable. Ainſi l'air peut les contenir & les ramaſſer en un tout ſenſible, d'autant plus que la plus grande partie de leur vîteſſe eſt employée à faire leur révolution périodique autour de leur propre centre, & la moindre partie à faire

leur

leur revolution autour d'un centre commun, & qu'elles n'agiſſent pour écarter l'air, que par leur effort en éloignement d'un centre commun. Le mouvement des petites parties de la flamme eſt donc un mouvement de tourbillon.

Il eſt donc vrai que le mouvement des petites parties du Feu eſt un mouvement de tourbillon; car le Feu, à le bien prendre, n'eſt que de la flamme. Les charbons ardents ne ſont ardents que par la flamme qui les pénétre: un boulet rouge de feu n'eſt rouge que par la flamme qui le rend lumineux: c'eſt ainſi que le bois qu'on a frotté avec un linge, après l'avoir ſorti de l'eau où il a trempé, eſt humide par l'eau qu'il a imbibée. Il eſt vrai que cette flamme ne paroît point ſenſiblement dans les charbons ardents ni dans le boulet rouge; elle n'en eſt pas moins réelle, puiſqu'elle donne de la lumiére, ce que ne feroient pas les charbons ni le boulet, quelque chauds qu'ils puſſent être d'ailleurs. Ainſi un boulet de fer immédiatement avant que d'être rougi au feu, quoique plus chaud que bien des flammes qui ne brûlent pas des corps très-combuſtibles, ne donne pourtant point de lumiére, & ces flammes en donnent.

Ce ne ſont point ici des idées peu réfléchies & hazardées: Il eſt certain qu'il faut des parties deſunies & enflammées, pour donner de la lumiére. Qu'on faſſe bien chauffer un boulet de fer, ſon poids ne diminuëra pas, tandis qu'il ne deviendra pas rouge: qu'on le faſſe rougir au feu, ſon poids diminuëra, parce que la chaleur deſuniſſant les parties qui ſont la flamme qui le rougit, ces parties ſe diſſipent comme celles de toute autre flamme.

D'ailleurs il eſt conſtant que plus il y a de parties deſunies & enflammées par le feu, plus un corps donne de la lumiére; ainſi une bougie qu'on commence à allumer, ne donne d'abord qu'une petite lueur, parce qu'il y a peu de parties deſunies & enflammées: elle donne enſuite une grande lumiére, parce qu'il y a beaucoup de parties deſunies & enflammées. Ces parties deſunies elles-mêmes ne donnent point de lumiére avant que d'être enflammées, comme on le voit

dans la cire fonduë autour du coton de la bougie, & avant qu'elle ne ſoit montée pour s'enflammer.

Mais puiſque la lumiére augmente à meſure qu'il y a plus de parties deſunies enflammées, puiſqu'elle diminuë à meſure qu'il y a moins de parties deſunies & enflammées, puiſqu'il n'y a plus de lumiére lorſqu'il n'y a point de parties enflammées, il eſt viſible qu'un corps en feu, que les charbons ardents ne donnent de la lumiére que par leurs parties deſunies & enflammées.

Pour détruire ces raiſonnements, on pourroit apporter en preuve contre moi divers phoſphores où on ne ſoupçonne point de flamme : tels ſont les vers luiſants, certains bois pourris, qui deviennent lumineux, la pierre de Bologne; mais outre que la lumiére que donnent ces phoſphores & tous autres quelconques, dépend du mouvement de leurs parties deſunies, & que le mouvement de telles parties doit être un mouvement de tourbillon, par les raiſons que j'ai données lorſque j'ai prouvé que les petites parties de la flamme ont un mouvement de tourbillon, ſi on ne veut pas que ce qui répand de la lumiére dans ces phoſphores, ſoit un vrai Feu, il ne ſera pas ſurprenant qu'il n'y ait point de flamme, quoiqu'ils donnent de la lumiére, parce que la flamme eſt toûjours compoſée des ſubſtances ignées dont j'ai parlé, & qu'il n'eſt pas d'ailleurs conſtant que d'autres ſubſtances par un ſemblable mouvement, ne puiſſent point donner de lumiére, puiſqu'au contraire il eſt très-apparent que le Soleil, dont la lumiére eſt ſi éclatante, n'eſt pas compoſé des mêmes ſubſtances que nos feux uſuels. On ne peut donc tirer de ces phoſphores aucune légitime conſéquence contre moi dans la matiére préſente.

Ainſi puiſque les ſubſtances ignées ne donnent point de lumiére, ſi elles ne ſont deſunies & enflammées, ou, ce qui eſt le même, ſi elles n'ont un mouvement de tourbillon; puiſqu'il n'y a point de feu ſans lumiére, je conclurai que le Feu eſt une véritable flamme, & que le mouvement des petites parties du Feu eſt un mouvement de tourbillon.

3.° La fumée se change en flamme, & la flamme en fumée, ce sont des expériences journaliéres. Qu'on éteigne la flamme d'une chandelle, si on approche une autre chandelle de la fumée qui en sort, on la verra s'enflammer : qu'on mette du bois assés sec sur des charbons ardents, il en sortira bientôt une fumée noire & épaisse; peu-à-peu cette fumée deviendra plus blanche, & enfin on la verra s'enflammer. L'huile bouillante exhale une fumée qui s'enflamme à l'approche d'une chandelle ou de la flamme du foyer. On voit encore toutes les flammes ordinaires se changer sensiblement en fumée.

La fumée qui se change en flamme, est composée de la même matiére que le Feu, mais elle n'a pas encore assés de mouvement pour être Feu, elle ne devient flamme que lorsque le mouvement de ses parties a acquis la vîtesse nécessaire : or il est certain que le mouvement des parties de cette fumée, est un mouvement de tourbillon, on le voit à l'œil, on voit la vîtesse de ce mouvement augmenter à mesure que la fumée qui sort du bois est plus prête à s'enflammer; cette vîtesse est si rapide l'instant qui précéde l'inflammation, qu'on a peine à l'appercevoir; donc le mouvement de ces mêmes parties, l'instant suivant, c'est-à-dire, lorsque cette fumée est enflammée, est encore un mouvement de tourbillon, le mouvement qu'elles avoient, n'ayant fait qu'augmenter à chaque instant, & n'y ayant aucune cause qu'on puisse légitimement soupçonner d'un mouvement différent : on doit d'autant moins soupçonner ce changement, que le grand éclat de cette fumée, l'instant qui précéde son inflammation, vient apparemment de ce qu'il y a déja plusieurs parties qui ont assés de vîtesse pour être feu, & donner de la lumiére; lumiére sans doute qui vient de leur mouvement de tourbillon, puisqu'il est certain qu'elles ont alors ce mouvement.

Le mouvement de tourbillon qu'on voit dans les parties de la flamme lorsqu'elle s'est changée en fumée, nous prouve encore assés bien que leur mouvement étoit un mouvement

de tourbillon avant que la flamme ne fût changée en fumée. L'expérience nous montre que l'éclat de la flamme s'affoiblit peu-à-peu, jusqu'à ce que changée en fumée, elle ne donne plus de lumiére. Cette diminution qui se fait par degrés de la lumiére de la flamme, ne peut venir que de l'affoiblissement ou de la diminution du mouvement des parties de la flamme, & non du changement de leur mouvement en un mouvement d'une autre espece : donc aussi la perte entiére de l'éclat de la flamme, ou son changement en fumée, ne vient que de ce qu'il ne reste plus assés de mouvement dans ces parties pour donner de la lumiére, & non d'un changement de leur mouvement en un mouvement d'une autre espece, ni de la perte entiére de leur mouvement, puisqu'en cessant de donner de la lumiére, elles n'ont pas perdu tout leur mouvement; il faut donc que le mouvement qui leur reste, soit de la même espece que celui qu'elles avoient: or il leur reste un mouvement de tourbillon qu'on y découvre sensiblement; elles avoient donc un mouvement de tourbillon lorsqu'elles étoient encore flamme: le mouvement des petites parties de la flamme, & par conséquent du feu, est donc un mouvement de tourbillon.

A cette idée si bien prouvée d'un mouvement de tourbillon, que j'ai dit être la forme du Feu, dont les sels volatils ou essentiels, les soufres, l'air, la matiére éthérée sont la matiére, on pourroit opposer quelque expérience par laquelle on voudroit prouver que le mouvement des parties du feu est un simple bouillonnement. On le voit clairement ce bouillonnement, dira-t-on, au bout de la meche d'une chandelle allumée, & dans le Soufre enflammé; on le voit dans les liqueurs dont le mêlange s'enflamme : donc le mouvement des petites parties du Feu est un semblable bouillonnement.

Ces expériences ou observations ne prouvent pas ce que l'on prétend, puisque la meche de la chandelle allumée, ni le Soufre qui bouillonne au-dessous de la flamme bleuë qu'il jette, ni les liqueurs bouillonnantes au-dessous de la

flamme qu'elles donnent, ne ſont point du feu; il n'y a que la flamme qui ſoit un véritable feu. A l'égard de ce bouillonnement, le feu en eſt la cauſe ou l'occaſion. Le Soufre qui bouillonne n'eſt que du ſoufre fondu, & par conſéquent dont les petites parties ont un mouvement de tourbillon, mais trop foible encore & trop embarraſſé de parties terreſtres ou de Sel fixe, pour former un vrai feu & donner de la lumiére. Par ce mouvement de tourbillon des parties du Soufre fondu, les parties trop groſſiéres ſe ſéparent peu-à-peu des autres, & forment à la ſurface une eſpece de creme ou de pellicule; les petits tourbillons de Soufre fondu qui ſont au-deſſous, ſe dégagent plûtôt les uns que les autres des parties groſſiéres, & par leur reſſort perçant çà & là la pellicule, ſortent, ſe dilatent, & par cette dilatation leur mouvement devenant plus libre, ils deviennent feu, & forment cette petite flamme bleuë. C'eſt en s'échappant ainſi çà & là hors de la pellicule, qu'ils produiſent un bouillonnement, lequel dure tandis qu'il y a dans le Soufre fondu aſſés de matiére propre à être feu, qui ſe dégage ſucceſſivement des parties terreſtres & ſalines d'un Sel trop fixe.

Il faut raiſonner à peu-près de la même maniére ſur les liqueurs dont le mêlange s'échauffe & donne enfin de la flamme avec un bouillonnement ſenſible au-deſſous de cette flamme.

Le bouillonnement de la meche d'une chandelle allumée vient auſſi du ſuif fondu qui ſort par les pores de la meche ou du charbon qui s'y forme à meſure qu'elle brûle. Ces parties du ſuif fondu, en ſortant ainſi du charbon, ont déja un mouvement de tourbillon, mais trop gêné pour être un vrai feu; de-là vient qu'on les diſtingue à leur ſortie. Ces petits tourbillons de ſuif ſe dilatent un peu en s'écartant, & commencent à former un vrai feu, mais moins éclatant, parce que leur mouvement n'eſt point encore aſſés libre. Ce n'eſt qu'à une certaine diſtance qu'ayant aſſés de liberté par une plus grande dilatation & accélération de leur vîteſſe, ils forment une flamme claire.

Ces explications très-naturelles ſont ſentir que les expériences citées ne donnent aucune atteinte au ſentiment que j'ai tâché d'établir.

Nous pouvons donc aſſûrer maintenant que le Feu eſt un fluide composé de ſels eſſentiels ou volatils, de ſoufre, d'air, de matiére éthérée, communément mêlé d'autres ſubſtances hétérogenes qui en retardent la vivacité, dont les petites parties ſont dans un mouvement de tourbillon très-violent. Nous avons prouvé par de ſolides raiſons cette idée que nous donnons du Feu, tant lorſque nous avons démontré que la matiére dont il eſt composé, ſont les ſels, les ſoufres, l'air & la matiére éthérée, que lorſque nous avons prouvé que la force qui anime cette matiére, & la détermine à être feu, eſt le mouvement de tourbillon de toutes ces ſubſtances.

Je n'ai expliqué la nature du Feu que pour établir ſolidement ce que j'ai à dire ſur ſa propagation, qui eſt la queſtion propoſée. Ainſi je ne m'arrêterai point ici à expliquer ſes autres propriétés, qui ne ſont point de mon ſujet, comme ſa vertu d'éclairer, ſa force de dilatation qui eſt ſi grande quand il eſt reſſerré & ne peut pas ſe diſſiper, que ſuivant le calcul aiſé qu'on peut faire du chemin que parcourroit un boulet de 4 livres, s'il recevoit toute la force de la poudre enflammée qui le chaſſe, ſa vîteſſe ſeroit pluſieurs milliers de fois plus grande que celle de la lumiére. Par les mêmes raiſons, on n'attend pas que je parle des différences qu'on obſerve dans différents feux; ce ſeroit des recherches auſſi inutiles qu'étrangéres à mon ſujet.

De la communication du Feu.

La communication du Feu n'eſt pas douteuſe. On demande quelle eſt l'opération de la Nature dans cette propagation: c'eſt ce qu'il faut expliquer maintenant; mais il faut obſerver que le Feu ſe communique en diverſes maniéres. Une bougie allumée en allume une autre; le Feu des tiſons ardents du foyer ſe communique à une buche, quoique verte, qu'on y

mêle; toute ſorte de plantes jettées dans le feu, y prennent feu; tout corps en feu communique le feu à d'autres corps combuſtibles qui en ſont approchés : c'eſt la maniére ordinaire dont le feu ſe répand; mais nous le voyons encore ſe communiquer ſans aucun feu communiquant : ainſi le bois ſec jetté dans un four bien chaud, y prendra feu: ainſi le foin renfermé trop humide s'échauffe & prend feu: ainſi des matiéres ſoufrées & ſalines prennent feu dans les nuës au milieu des airs: ainſi des matiéres ſemblables prennent feu dans le ſein de la terre: ainſi un corps éclairé par les rayons du Soleil, réunis au foyer d'une grande loupe de verre, prendra feu : des liqueurs mêlées enſemble prennent feu: les parcelles d'un caillou détachées par un acier qui le choque, prennent feu, & le Feu qui a pris dans toutes ces circonſtances, ſe répand enſuite de près en près aux matiéres combuſtibles, tandis qu'il n'y a rien qui en arrête la propagation.

Nous examinerons d'abord la propagation du Feu uſuel la plus commune : tout le reſte s'expliquera enſuite avec une extrême facilité.

M. Bouillhet, Correſpondant de l'Académie royale des Sciences, préſenta en 1719. à l'Académie de Bordeaux un diſcours ſur la nature des ferments, où il me paroît s'en former une idée très-débarraſſée, & plus vraiſemblable que tout ce que j'en ai pû voir ailleurs.

Selon cet Auteur, le ferment eſt un mixte propre à convertir en un ferment ſemblable d'autres mixtes analogues, qu'on lui mêle. Ainſi le levain eſt propre à convertir la pâte en un levain ſemblable.

Dans cette idée, la fermentation eſt un mouvement par lequel le ferment convertit les mixtes analogues en un ferment ſemblable.

La cauſe occaſionnelle de la fermentation ſont les ſecouſſes par leſquelles les parties du ferment ébranlent & deſuniſſent les parties des mixtes analogues.

La cauſe immédiate de la fermentation, c'eſt la matiére éthérée, qui trouvant ces parties deſunies, les meut, les fait

bouillonner avec elle, & par ce bouillonnement les briſe, leur donne une autre conformation, ou plûtôt par la ſéparation des parties hétérogenes donne lieu aux homogenes de s'unir pluſieurs enſemble ; en conſéquence de ce changement, le mixte fait ſur nous la même impreſſion que faiſoit le premier ferment, & lui devient ſemblable ; impreſſion que ce mixte ne faiſoit pas avant la fermentation, parce que les parties propres à faire cette impreſſion y étoient trop ſéparées & trop mêlées avec d'autres parties qui en émouſſoient le goût.

Suivant cette idée des ferments, nous devons regarder le Feu comme un véritable ferment, & la propagation du Feu comme une véritable fermentation. Le Feu ſera même un ferment général avec lequel tous les mixtes ou preſque tous les mixtes ſont analogues, qui les fait tous fermenter, & les convertit en un ſemblable ferment, puiſque le Feu change en feu preſque tous les mixtes : il ſera en même temps le ferment le plus actif, puiſqu'il n'en eſt point qui faſſe fermenter les mixtes analogues avec tant de promptitude.

Ces réflexions font déja appercevoir les démarches de la nature dans la communication du feu aux matiéres combuſtibles. Ces matiéres, telles que ſont les bois de toutes les eſpeces, contiennent beaucoup de ſels volatils ou eſſentiels, & des ſoufres, puiſqu'on les en tire par les opérations de la Chimie ; ces deux principes, outre l'air & la matiére éthérée qui y ſont par-tout répandus, y ſont encore mêlés avec beaucoup d'autres ſubſtances hétérogenes, aqueuſes, terreſtres, &c. C'eſt le divers mêlange de ces ſubſtances, leur différente proportion, leur arrangement divers, qui fait la diverſité des bois. Quand on met ces bois au feu, les petits tourbillons du feu agiſſant d'abord contre les parties de la ſurface, les agitent par le mouvement qu'ils leur communiquent, les ſecouent fortement, les ſéparent enfin & les deſuniſſent, ſur-tout par l'action des ſels qui ſont roides, aigus & tranchants. Pendant tout ce mouvement, les pores s'élargiſſent, des petits tourbillons de feu y entrent & agiſſent en-dedans,

de la

de la même maniére que les petits tourbillons de feu contigus à la ſurface, agiſſent en-dehors. Les petites parties du bois étant enfin ſéparées & deſunies par ces efforts redoublés, ne prennent pas ſi-tôt feu, parce que leurs ſels & leurs ſoufres, le peu d'air qu'il y a, & la matiére éthérée ſont encore trop embarraſſés par la quantité des parties hétérogenes qui y ſont mêlées, mais peu-à-peu les parties aqueuſes s'envolant en vapeurs, les ſels & les ſoufres ont plus de liberté pour bouillonner avec l'air & la matiére éthérée, ſe dilater & ſe mouvoir enfin d'un mouvement de tourbillon aſſés vif pour donner de la lumiére, & être un vrai feu. La premiére couche de la matiére combuſtible étant ainſi convertie en feu, fait de même fermenter la ſeconde couche, & la convertit pareillement en feu, & ainſi de couche en couche, juſqu'à la derniére, toute la matiére combuſtible ſe change ſucceſſivement en feu, & ſe conſume, ſi nul accident ne retarde & n'arrête cette propagation du feu.

Pour voir plus en détail l'opération du feu dans ſa propagation, il faut obſerver la part que chacune des quatre ſubſtances qui le compoſent, peut y avoir.

Quoique le mouvement de la matiére éthérée autour des corps durs & de leurs parties, ſoit très-grand, loin de deſunir ces parties, contre leſquelles elle exerce ſa force, elle les lie au contraire & les unit par cette même force.

Dans la ſuppoſition même que ces parties ſeroient déja toutes deſunies, hors du cas où elles ſe trouveroient mêlées avec une ſuffiſante quantité d'air, de ſoufres & de ſels, cette matiére auroit peine à en faire un fluide. Nous ne connoiſſons que les parties aëriennes dont elle faſſe un véritable fluide immédiatement par elle-même, & ſans le ſecours d'aucun autre agent. Tous les autres fluides doivent peut-être autant leur fluidité aux petites parties d'air qui y ſont mêlées, qu'à la matiére éthérée.

La matiére éthérée & l'air mêlés enſemble, avec les parties des ſoufres ou des ſels, deſunies, ne peuvent en faire que

de ſimples fluides, comme nous le voyons dans les eſſences ou huiles, & dans les eſprits acides; c'eſt que les parties ſulfureuſes de même que les ſalines étant homogenes, elles laiſſent trop peu d'intervalle entr'elles pour admettre autant d'air & de matiére éthérée, qu'il en faudroit pour leur donner un mouvement auſſi violent que celui du feu; d'autant plus que les parties ſulfureuſes ſont trop molles & trop ſouples, & les parties ſalines trop peſantes pour recevoir un ſi grand mouvement de l'impreſſion de ces agents ſi déliés, & d'un ſi petit volume comparé au leur.

Il en va tout autrement lorſque les parties ſulfureuſes & ſalines ſont bien mêlées avec l'air & la matiére éthérée. Comme les parties ſulfureuſes & ſalines ſont hétérogenes, elles s'approchent moins, & admettent entr'elles beaucoup d'air & de matiére éthérée : la matiére éthérée & l'air agitent beaucoup plus violemment les ſoufres par les ſels, & les ſels par les ſoufres, qu'ils ne pourroient le faire ſans ce ſecours. C'eſt ainſi que la pile d'un pont eſt tout autrement ébranlée par une grande poutre ou par quelque grand arbre que le torrent y entraîne, que par l'eau ſeule ou par le ſable & les broſſailles qu'elle charie.

Tout le mouvement du Feu vient donc de la matiére éthérée; mais, comme on le voit, pour le produire elle a beſoin des parties aëriennes, comme d'un inſtrument néceſſaire pour mouvoir les ſoufres & les ſels. L'air & la matiére éthérée unis enſemble ont encore beſoin des ſoufres pour donner autant de mouvement qu'il en faut aux ſels, & des ſels pour donner aux ſoufres un mouvement ſuffiſant. Ce mouvement enſuite augmente ſans relache juſqu'à la diſſipation des parties, parce que les ſoufres & les ſels qui ont des parties oblongues, ne pouvant pas tourner ſur leur petit axe, ſans s'écarter les unes les autres, & occuper un plus grand eſpace, cet eſpace ſe remplit tout de ſuite d'air & de matiére éthérée; cette plus grande quantité d'air & de matiére éthérée augmente néceſſairement le mouvement des

parties ſalines & ſulfureuſes, leſquelles déterminées & par leurs chocs mutuels & par le mouvement même de l'air & de la matiére éthérée, à former par-tout de petits tourbillons, prennent une force de reſſort, ou une force centrifuge proportionnée à la vîteſſe de leurs révolutions autour du centre de leur mouvement. Par l'augmentation de cette vîteſſe, le reſſort de toute cette matiére devient bientôt ſupérieur à la réſiſtance de l'air qui lui ſert de vaſe, & tout ſe diſſipe, ainſi qu'il arrive à la poudre enflammée.

Toute flamme cependant ne doit pas ſe diſſiper avec la même promptitude; celle d'une bougie, par exemple, dure bien plus long-temps : en voici pluſieurs raiſons, dont le concours contribuë à la conſerver dans la même grandeur ſenſible juſqu'à la conſommation de la bougie.

1.° La cire fonduë qui monte par la meche fournit ſans interruption un nouvel aliment à cette flamme.

2.° Les ſels & les ſoufres de cette flamme n'y ſont pas auſſi dégagés de toute matiére hétérogene, que dans celle de la poudre à canon : ils ſont mêlés avec beaucoup de flegme qui en rallentit le mouvement, ainſi leur mouvement n'augmente pas ſi bruſquement au point de vaincre la réſiſtance de l'air environnant.

3.° Cette flamme eſt plus preſſée en bas qu'en haut, parce que l'air environnant qui la preſſe, y a plus de hauteur, & par conſéquent de peſanteur : c'eſt de-là que vient en partie ſa figure oblongue.

4.° Les parties aqueuſes du flegme plus legeres que les autres, montent vers le haut de la flamme, où elles ſe trouvent par conſéquent en plus grande quantité qu'ailleurs. Comme elles prennent moins de mouvement, la force centrifuge ou le reſſort de la matiére eſt plus foible en cet endroit, ainſi l'air a reſpectivement plus de force pour la preſſer, & c'eſt pour cette raiſon qu'il affile cette flamme par ſa preſſion à meſure qu'elle s'éleve.

5.° L'excès des vapeurs aqueuſes ſur les ſoufres & les

ſels croiſſant toûjours à proportion que cette flamme monte plus haut, ſa lumiére diminuë ſans ceſſe juſqu'à ce qu'elle s'éteint tout-à-fait; la flamme alors ſe change en fumée, que la peſanteur de l'air continuë à faire monter, cette fumée fait comme une ouverture dans le vaſe d'air qui contient la flamme, & c'eſt par cette ouverture que la flamme s'écoule ſans ceſſe, en ſe changeant en fumée, ainſi que je viens de l'expliquer. Cette flamme ayant une extrême facilité à s'écouler par cette ouverture où elle eſt toûjours pouſſée par la peſanteur de l'air, les ſoufres & les ſels dont elle eſt composée, n'ont pas le temps de recevoir un mouvement aſſés violent pour ſe diſſiper en forçant les barriéres du lit d'air qui la contient, ainſi elle ne doit pas ſe diſſiper par les côtés, mais en s'écoulant, comme je l'ai dit, elle doit durer tandis que la cire fonduë fournit la même quantité de matiére à enflammer.

De tout ce que nous avons dit avant cette digreſſion ſur la maniére dont le Feu ſe diſſipe, il ſuit que ce ſont les ſels qu'il contient, qui ébranlent, qui ſéparent, qui deſuniſſent les parties des corps combuſtibles qui ſont appliqués à la flamme; la matiére éthérée & l'air n'y peuvent rien, les ſoufres ſont trop mols & trop émouſſés, ce ſont les ſels peſants, roides, aigus & tranchants qui heurtent fortement les petites parties de ces corps combuſtibles, & qui les mettent, par la deſunion qu'ils en font, dans la diſpoſition prochaine d'être enflammées. Après cette deſunion la matiére éthérée, l'air, les ſoufres & les ſels de la flamme ſe mêlent, par le mouvement, avec la matiére éthérée, l'air, les ſoufres & les ſels qui ſe trouvent dans ces corps combuſtibles parmi leurs parties deſunies, les ſont bouillonner & les enflamment par le mouvement de tourbillon qu'ils leur communiquent; c'eſt ainſi que le Feu ſe répand d'abord par l'action des ſels qu'il contient, enſuite par l'action des autres ſubſtances ignées dont il eſt composé.

Mais il faut que les quatre ſubſtances ignées, pour faire

leur manœuvre avec ſuccès, ayent entr'elles une certaine proportion, ſans laquelle on auroit beau les mêler enſemble, il n'y auroit point de feu ; cette proportion a pourtant quelque étenduë, & c'eſt ce qui fait la diverſe vivacité des feux, car ſi cette proportion qui doit être entre les quatre ſubſtances qui compoſent le Feu, étoit fixée en un certain point, en de-çà ou au de-là duquel il n'y eut point de feu, tous les feux ſeroient d'une égale ardeur. Nous voyons pourtant le contraire, ainſi le Soufre commun ne donne qu'un feu bien foible, parce qu'il n'y a pas aſſés de parties ſalines pour la quantité des parties ſulphureuſes & d'autres parties hétérogenes qu'il contient ; ainſi la Poudre à Canon bien pilée & bien ſerrée, ne forme pas un feu ſi violent, que lorſqu'elle eſt grenée & moins preſſée, parce que lorſqu'elle eſt ainſi pilée, elle ne contient point aſſés d'air, ainſi pour augmenter la force de la Poudre pilée, on y adjoûte un peu de Salpêtre, ainſi pour l'affoiblir, on y adjoûte du Charbon, qui contient véritablement des ſoufres, mais en même temps des parties fuligineuſes en trop grande quantité pour ne pas embarraſſer le mouvement des ſubſtances ignées ; ainſi le même mixte qui donne un beau feu hors de la machine du vuide, n'en donne point ſous le balon de cette machine lorſqu'on en a pompé l'air, non-ſeulement parce que l'air environnant eſt néceſſaire pour empêcher la ſubite diſſipation des parties de la flamme, & lui ſervir de vaſe qui la contienne, mais encore parce qu'il faut une certaine quantité d'air pour faire du feu par ſon mêlange avec les autres ſubſtances ignées.

Tout cela fait voir pourquoi le Feu ne ſe propage pas avec la même rapidité dans tous les mixtes, ſa propagation dans la Poudre à Canon eſt d'une promptitude étonnante, ſur-tout lorſqu'elle eſt en plein air, parce que la Poudre eſt un mixte dans lequel les ſubſtances ignées ſont en une proportion réciproque parfaitement convenable, & très-peu embarraſſées par les parties legeres du Charbon qu'on y a fait entrer, & que d'ailleurs avant que le feu les touche,

elles ſont déja intimément mêlées, à peu-près comme elles doivent l'être pour faire du feu, & ſi peu liées enſemble, que le moindre ébranlement de la bluette qui tombe deſſus, les deſunit ſuffiſamment pour donner liberté entiére à la matiére éthérée de les agiter.

La propagation du feu de la Poudre à Canon enfermée & un peu preſſée dans un Canon, eſt plus lente, parce que y étant plus reſſerrée, & par-là ſon mouvement étant plus gêné, y ayant même moins d'air, toutes les ſubſtances ne peuvent pas ſi-tôt prendre un degré de mouvement auſſi vif; bien-tôt pourtant elle s'allume, & ſon feu devient plus fort que celui de la Poudre brûlée en plein air, parce que ne pouvant pas ſe diſſiper de même, à cauſe des obſtacles qu'il trouve à ſa diſſipation, les ſubſtances qui le compoſent ont le temps de recevoir une augmentation de mouvement infiniment plus grande, qui rend ce feu capable des effets étonnants que nous voyons avec ſurpriſe.

Le Feu ne ſe répand pas avec la même promptitude dans les autres matiéres combuſtibles, parce que les ſubſtances ignées n'y ſont pas dans la même proportion, parce qu'elles y ſont plus mêlées de matiéres hétérogenes, parce qu'elles y ſont plus fortement liées par la cauſe de la dureté, & qu'ainſi il en coûte plus au feu qu'on y applique, pour en deſunir les parties, dont le mouvement eſt enſuite plus gêné par les matiéres hétérogenes qui y ſont en ſi grande quantité.

La propagation du Feu eſt plus lente dans la même eſpece de bois quand il eſt vert que lorſqu'il eſt ſec, parce que les parties aqueuſes du bois vert embarraſſent trop le mouvement des ſubſtances ignées, & que les ſubſtances ignées du bois ſec ſont délivrées de cet embarras.

On voit par-là d'où vient que la propagation du Feu eſt plus lente en Eté qu'en Hiver, dans une chambre bien fermée, que dans une chambre ouverte. En Eté, l'air eſt plus dilaté par la chaleur de la ſaiſon, & il eſt moins pur, d'où

il arrive que les parties d'air ſont alors en moindre quantité dans le feu, & qu'elles y ſont plus mêlées de parties hétérogenes ; deux ſources inévitables du retardement de la propagation du Feu. En Hiver, au contraire, l'air eſt plus denſe, il eſt plus pur & moins chargé de matiéres hétérogenes: il y a donc en pareil volume plus de parties aëriennes pour animer le feu, & moins de ces matiéres hétérogenes qui en retardent l'action; car je ne mets pas en ce nombre le Nitre qui, dans les grands froids, ſe trouve par-tout répandu dans l'air, ces parties nitreuſes, au contraire, qui ſont des ſels, contribuent beaucoup à l'ardeur & à l'activité du feu dans la ſaiſon la plus rude.

De même dans une chambre bien fermée, l'air qui ne ſe renouvelle pas, eſt bien-tôt impregné de vapeurs & autres matiéres exhalées du feu même, & dilaté par la chaleur que le feu produit, ſur-tout autour du foyer; ainſi il y a moins de parties aëriennes autour des tiſons, & plus de matiéres hétérogenes qui embarraſſent le mouvement des ſubſtances ignées. Au contraire, ſi la chambre eſt ouverte, l'air ſe renouvelle ſans ceſſe autour des matiéres combuſtibles qui ſont au foyer, parce que l'air qui eſt auprès étant échauffé & rarefié, l'air qui eſt dehors, plus denſe, peſe plus, pouſſe & chaſſe ſans ceſſe l'air du foyer pour prendre ſa place; ainſi c'eſt toûjours un air tout neuf, ſi on peut ainſi parler, & en plus grande quantité, qui ſe mêle avec les autres ſubſtances ignées, & anime leur mouvement. D'ailleurs, cet air nouveau venant avec impétuoſité dans le foyer, ſouffle & diſſipe les matiéres hétérogenes que le feu n'a pû enlever, & qui s'accumulant parmi les parties enflammées, en retardent le mouvement.

C'eſt par cette raiſon que le feu ſe répand avec plus de vîteſſe lorſqu'on ſouffle dedans, car alors on y répand beaucoup plus d'air qu'il n'y en avoit, & cette quantité d'air favoriſe extrêmement l'action de la matiére éthérée pour mouvoir les autres ſubſtances ignées. D'ailleurs, en ſoufflant

ainſi, on chaſſe les parties terreſtres & hétérogenes que l'action du feu n'avoit pû enlever, & qui demeurant deſſus, comme les cendres & autres fuliginoſités, retardoient le mouvement des ſubſtances ignées.

De tout ce que nous venons de dire, il ſera aiſé de conclurre le moyen de retarder la propagation du Feu, & de l'arrêter entiérement. Pour la retarder, il faut ſeulement y mêler des ſubſtances hétérogenes, ou diminuer la quantité de l'une des ſubſtances ignées dont il eſt composé, ainſi on retarde le feu de la Poudre à Canon, en la pilant & la preſſant enſuite, parce qu'alors elle contient moins d'air; on retarde encore plus ſa propagation, en y mêlant du Charbon pulvériſé, ou en l'humectant un peu avec de l'eau; on retarde la propagation du feu ordinaire, en y jettant deſſus des cendres, ou encore mieux de la terre qui, par ſa peſanteur, arrête mieux, & diminuë davantage le mouvement des ſubſtances ignées; on la retarde plus efficacement encore, & on l'arrête tout-à-fait en y jettant une ſuffiſante quantité d'eau, parce que l'eau ſe mêlant mieux avec les ſubſtances ignées, à cauſe de ſa fluidité, doit en arrêter beaucoup plus vîte le mouvement.

Dans les cas où on n'a pas une ſuffiſante quantité d'eau, ou qu'on ne peut pas la tranſporter aſſés promptement ou aſſés facilement, on ſera toutesfois aſſûré d'arrêter la propagation du feu, & même de l'éteindre bientôt, ſi on peut lui ôter toute communication avec un nouvel air; ainſi quand le feu a pris à une cheminée, quelque enflammé & étendu qu'il ſoit, pour l'éteindre, on n'a qu'à boucher la cheminée par le bas & par le haut avec du foin ou de la paille, qu'il ſera plus ſûr d'employer mouillée, ſi on le peut; car alors les vapeurs & fuliginoſités dont la fumée du feu imprégne l'air qui eſt dans la cheminée, ſe mêlant parmi les ſubſtances ignées, en embarraſſent extrêmement le mouvement, & par-là le font diminuer conſidérablement, les matiéres hétérogenes qui, dans l'endroit enflammé, ſont mêlées

mêlées avec les soufres & les sels, ne peuvent plus être élevées par l'action du feu, ainsi diminuées, elles demeurent donc mêlées parmi les substances ignées, & en arrêtent le mouvement bien plus efficacement; leur mouvement s'affoiblissant ainsi par ces deux causes dont chacune seroit suffisante, le feu ne tarde pas à s'éteindre. Mais il faut prendre garde de n'employer ce moyen d'éteindre le feu que lorsque la cheminée est assés forte pour soûtenir l'effort du ressort de l'air enfermé, qui s'augmente beaucoup par la chaleur, car si les murs de la cheminée étoient foibles, elle pourroit créver, & le feu s'échappant par les crévasses, faire plus de mal encore qu'on n'en auroit eu à craindre si on l'avoit laissé agir & consumer la suye.

Voyons maintenant les autres circonstances où le feu se communique sans aucun feu communiquant.

Quand nous n'aurions point de preuves de fait, que des matiéres combustibles prennent feu quelquefois, sans qu'aucun autre feu le leur communique, la chose nous paroîtroit très-possible & très-naturelle en consultant l'idée que j'ai donnée du feu, lorsque je l'ai représenté comme un ferment, ou comme un mixte propre à faire fermenter d'autres mixtes analogues, & à les convertir en un semblable mixte, & la communication du feu comme une véritable fermentation des mixtes analogues au feu. Car de même que la pâte sans levain ne laisse pas de fermenter en certaines occasions, quoique plus lentement, & d'être convertie par cette fermentation en un véritable levain, de même les matiéres combustibles pourront dans certaines circonstances, fermenter sans qu'aucun feu leur soit appliqué, & par ces fermentations être converties en un véritable feu.

Il faut seulement pour cela qu'il y ait quelque cause capable de secouer, d'ébranler, de desunir les parties insensibles de ces corps combustibles. Ces parties étant ainsi desunies, si les sels & les soufres, l'air & la matiére éthérée y sont en suffisante quantité, cette matiére éthérée donnera

peu-à-peu à toutes les autres ſubſtances ignées le mouvement propre au feu, & les convertira par-là en un véritable feu. C'eſt ainſi que nous expliquerons facilement :

1.° Pourquoi, ſi l'on jette du bois bien ſec & facile à prendre feu dans un four bien chaud, le bois après quelque temps s'enflamme; c'eſt que la chaleur de l'air & des pierres du four échauffant extrémement le bois, en ſecoue les petites parties, les ébranle peu-à-peu, les deſunit enfin par le mouvement violent qu'elle leur communique: ces petites parties nageant ainſi deſunies dans la matiére éthérée, elle les agite, les fait bouillonner avec elle, juſqu'à ce que le mêlange des ſels, des ſoufres & de l'air ſoit devenu aſſés intime pour prendre par l'action de la matiére éthérée, un mouvement de tourbillon aſſés violent, & c'eſt alors que le bois s'enflamme.

2.° Pourquoi le foin renfermé & entaſſé ſans être aſſés ſec, s'échauffe & s'enflamme quelquefois; car les parties aqueuſes par leur mouvement, ſecouent ſans ceſſe les petites parties des cellules qui les contiennent, les ébranlent peu-à-peu, les ſéparent enfin, ce qui fait la pourriture qui précede l'inflammation du foin : dégagées ainſi de leurs petites priſons, elles s'échappent & s'envolent en vapeurs par la chaleur que produit la fermentation qui ſe fait alors de toutes ces parties deſunies; la fermentation continuant après leur départ, elle mêle intimement la matiére éthérée, l'air, les ſels & les ſoufres; ce mêlange intime donne lieu à la matiére éthérée d'augmenter inſenſiblement le mouvement de tourbillon de toutes les ſubſtances ignées, & de le pouſſer juſqu'au point néceſſaire à l'inflammation, ſans que les parties des ſubſtances hétérogenes puiſſent l'empêcher, parce qu'elles n'y ſont pas en aſſés grande quantité. Lorſqu'au contraire on enferme le foin bien ſec, il n'y a aucune ſource d'ébranlement & de deſunion des parties, ainſi demeurant liées enſemble, il n'eſt pas ſurprenant que le foin ne prenne pas feu dans ces circonſtances.

3.° Pourquoi des matiéres ſulfureuſes & ſalines prennent feu au milieu des nuées dans un orage; car on ſçait qu'avec

les vapeurs s'élevent quantité d'exhalaiſons ſalines, ſulfureuſes, metalliques, &c. Ces exhalaiſons, de même que les vapeurs répanduës & diſperſées dans l'immenſité des airs, y demeurent ſuſpenduës par la peſanteur même de l'air dont elles n'obſcurciſſent pas ſenſiblement la tranſparence, tandis qu'elles demeurent ainſi diſperſées; mais lorſqu'il vient à ſouffler des vents contraires, ces vents rapprochent, raſſemblent ces exhalaiſons avec les vapeurs, & en font des nuées. Ces vents continuant à ſouffler contre & dans ces nuées, y produiſent une infinité de mouvements variés dans les vapeurs & les exhalaiſons qui les compoſent; cette variété de mouvement doit viſiblement former, ſinon par-tout, du moins en bien des endroits, des tourbillons plus grands ici, là plus petits. Lorſqu'il arrive que quelqu'un de ces tourbillons contient beaucoup d'exhalaiſons ſulfureuſes & ſalines, & peu d'autres exhalaiſons ou de vapeurs, comme les ſoufres & les ſels y ſont mêlés avec beaucoup d'air & de matiére éthérée, & qu'il y a peu de matiéres hétérogenes, il n'eſt pas ſurprenant que le mêlange de ces ſubſtances ignées devenant toûjours plus intime par le mouvement, & ce mouvement croiſſant ſans ceſſe, l'inflammation ſuive bientôt, & que le feu en ſoit d'autant plus vif & plus éclatant, que les ſels & les ſoufres en ſont plus purs, pour avoir été élevés par une chaleur plus modérée, & plus exaltés.

4.° Pourquoi des matiéres ſulfureuſes & ſalines prennent feu dans le ſein de la terre, & produiſent les effroyables effets dont on a vû en divers lieux tant de triſtes exemples dans tous les ſiécles, & que l'on vient d'éprouver cette année dans le Royaume de Naples, où le Veſuve vomiſſoit avec un bruit épouvantable d'horribles flammes, & lançoit d'immenſes pieces de rochers à la diſtance de 10 à 12 milles. Car quand il ne ſeroit pas d'ailleurs conſtant que l'intérieur de la terre eſt par-tout imprégné d'exhalaiſons de toutes les eſpeces, ſalines, ſulphureuſes, métalliques, &c. leſquelles, ſuivant leur différent mêlange & les différentes matrices où

elles se figent, forment des pierres de différentes especes, des métaux, des sucs visqueux, & nourrissent les Plantes de toutes les sortes; les torrents enflammés qui sortent quelquefois des lieux où s'allument ces feux soûterrains, nous démontrent assés qu'il y a dans ces endroits beaucoup de sels & de soufres, puisque les matiéres de ces torrents en sont presque entiérement composées. Il y a grande apparence que dans les Volcans qui jettent de temps en temps de grandes flammes, les sels & les soufres y découlent comme par des petites sources en forme de bitumes liquides, telles qu'on en voit en divers lieux sur la surface de la terre: ces différents bitumes coulant & s'assemblant dans les mêmes cavités de ces Volcans, leurs parties différentes sulfureuses, salines, métalliques, &c. se mêlent par leur mouvement de fluidité: ce mêlange donne lieu à de petites fermentations, parce que les sels & les soufres, lorsqu'ils sont ensemble, admettent entr'eux, comme nous l'avons dit ailleurs, une plus grande quantité d'air & de matiére éthérée, & que cet air & cette matiére éthérée leur donnent un plus grand mouvement que n'étoit leur mouvement de fluidité avant ce mêlange: cette fermentation fait évaporer les parties aqueuses, & dégage insensiblement les sels & les soufres des autres matiéres hétérogenes qui ne sont pas si propres au mouvement; par-là les sels & les soufres étant moins gênés, ils se dilatent davantage par leur mouvement de tourbillon, lequel croissant sans cesse par l'action de la matiére éthérée & de l'air qui y sont mêlés en plus grande quantité, devient enfin si violent en quelques endroits, qu'ils s'enflamment. Ces petites inflammations se communiquant au reste de cette matiére avec grande promptitude, elle s'enflamme toute; mais comme les parties de ce feu renfermé dans la terre ne peuvent pas se dissiper, la vîtesse de leur mouvement de tourbillon augmente à l'infini, de sorte qu'il n'est pas surprenant qu'enfin la force de leur ressort creve avec grand fracas, les voutes qui renferment ce feu; ou que s'il s'y trouve déja quelque

ouverture mal bouchée, comme au mont Vesuve, le feu soûterrain s'élance par-là avec une force effroyable, & lance par cette ouverture toutes les énormes piéces de rocher qu'il trouve dans son chemin, & les lance à des distances étonnantes, de même que la Poudre enflammée dans un Canon lance un boulet de fer avec une vîtesse incroyable, par l'ouverture de ce canon.

5.° Pourquoi les rayons du Soleil réunis au foyer d'une loupe de verre, enflamment les corps combustibles qu'on y expose : la cause en est visible ; ces rayons par leur force ébranlent & desunissent bientôt les petites parties du corps combustible, & mettent ainsi les sels & les soufres qu'il contient, dans la disposition où ils doivent être pour que la matiére éthérée les enflamme.

Ce que j'ai dit ailleurs de l'Huile essentielle de plante aromatique mêlée avec de l'esprit de Nitre & des parcelles du caillou qu'on en détache en le battant avec un acier, suffit pour entendre comment ces liqueurs mêlées, & ces parcelles du caillou s'enflamment : une explication plus longue seroit superfluë.

Du reste, on voit assés que la propagation de ces feux ainsi allumés sans aucun feu communiquant, doit se faire de la même maniére que la propagation des autres feux.

En finissant ce discours, il y a une réflexion à faire sur les parties ignées qu'on employe à tout propos pour l'explication de bien des phénomenes, que l'on croit dépendre de quelque action du feu. Il semble qu'on regarde ces parties ignées, comme des parties d'un élément particulier, qui sont très-différentes des parties des sels & des soufres, ou de l'air, & qui conservent toutes les qualités du Feu dans les mixtes où on les dit cachées. Il est visible par tout ce que j'ai établi dans ce discours, qu'on se trompe beaucoup en cela, puisque le Feu considéré comme un élément particulier & non comme un mixte, est une véritable chimere qui ne se trouve nulle part. Il faut donc traiter de fausses toutes les

explications physiques où on fait entrer ces parties ignées comme un agent nécessaire aux opérations qu'on veut expliquer. S'il y a des parties ignées cachées dans tous les corps, ce ne sont que les sels, les soufres, l'air & la matiére éthérée qui se trouvent réellement dans tous les mixtes, mais qui n'y ont nullement les propriétés du feu avant l'inflammation de ces mixtes, & par conséquent qui n'y peuvent pas plus agir que les autres parties de ces mixtes avant d'avoir été desunies, rassemblées intimement, mêlées & agitées du mouvement qui doit leur donner la forme de Feu.

FIN de la seconde Piéce.

EXPLICATION
DE LA
NATURE DU FEU,
ET DE SA PROPAGATION.

Cette Piéce est une des trois entre lesquelles le Prix a été partagé également.

Par M. le Comte de CREQUY.

EXPLICATION



EXPLICATION DE LA NATURE DU FEU, ET DE SA PROPAGATION.

Exercitio Athleta valet.

QUOIQUE la queſtion du programme ſoit d'un genre qui n'intéreſſe que la curioſité des hommes, puiſque, ſoit qu'ils connoiſſent ou non la nature du Feu, ils jouiſſent également de tous les avantages qu'il leur procure, on peut néantmoins tirer quelque profit de cette recherche & des autres ſemblables, par l'exercice qu'elles peuvent donner à l'eſprit, qui, comme le corps, ſe fortifie par la variété des exercices, & devient enſuite plus capable de réſoudre les queſtions qui importent à notre bien-être.

Entrons donc dans ce labyrinthe, & eſſayons ſi entre les divers ſentiers qui ont égaré tant de Philoſophes, nous pourrions marcher dans celui par lequel on peut aller à la vérité. Heureuſement, ſi nous nous égarons comme eux, notre égarement n'aura pas d'autre inconvénient, que celui d'être privé de la connoiſſance d'une vérité dont l'ignorance n'eſt pas incompatible avec la vertu humaine.

Les hommes employent le Feu en une infinité de façons, pour amollir, fondre ou diſſoudre tous les corps, ce qui

fait, avec raiſon, conjecturer que la nature du Feu conſiſte dans le mouvement; & comme c'eſt un axiome reçû, que le néant n'a point de propriété, il en réſulte une ſeconde conjecture, que par-tout où il y a du feu, il y a auſſi quelqu'être qui le produit, & duquel il emprunte toute la puiſſance avec laquelle il opére la diſſolution des corps; ſans quoi il faudroit penſer que le mouvement produit par le Feu, eſt créé par l'Auteur de la Nature pendant la durée du Feu, & proportionnellement à ſa quantité, ce qui répugne.

Au lieu de cette erreur, il vaut mieux admettre avec la multitude des Philoſophes cet axiome, *que Dieu a créé dans l'Univers une certaine quantité de matiére & de mouvement, dont l'eſſence ne périt jamais*, & qu'il a combiné ces deux eſſences dans un ſi parfait mêlange, qu'il en a fait éclorre toute la Nature, du ſein de laquelle nous voyons ſortir toutes les merveilles que nous admirons, & cette variété infinie de productions dont la ſurface de la Terre eſt ornée.

La quantité du mouvement une fois déterminée par cet axiome, il en réſulte deux Corollaires qui en ſont conſéquences infaillibles.

L'un, qu'*un corps qui commence à ſe mouvoir, ou qui accélere ſon mouvement, reçoit ſon mouvement ou l'excès de celui qu'il avoit, d'un ou pluſieurs autres corps viſibles ou inviſibles qui le lui communiquent.*

L'autre, qu'*un corps qui rallentit ou perd ſon mouvement, communique le mouvement qu'il perd, à quelque corps viſible ou inviſible.*

Ces deux Corollaires ſuppoſent néceſſairement l'impénétrabilité de la matiére, ſans laquelle la communication du mouvement eſt impoſſible, & qu'un corps mû vers un lieu continuëroit éternellement ſon mouvement en ligne droite, s'il ne rencontroit rien qui l'arrêtât.

Comme le Feu, s'il eſt aſſés violent, fond tous les corps & les rend fluides, nous tirerons ſans doute de grandes lumiéres ſur ſa nature, ſi nous pouvons découvrir en quoi conſiſte celle des fluides.

En considérant une portion de matiére comme un tout indivisible, on lui trouve deux diverses capacités de se mouvoir; l'une de parcourir l'espace en ligne droite dans un parfait parallelisme à soi-même; l'autre de tourner sur le centre de sa masse, & sans déplacer.

De ces deux capacités, il en naît par le mêlange une infinité d'autres; car la matiére peut recevoir en même temps ces deux différents mouvements, comme le fait la Terre, qui parcourt son cercle annuel presqu'en ligne droite, pendant qu'elle tourne encore sur son centre en 24 heures, & comme la vîtesse du mouvement axiligne peut différer en une infinité de façons, de celle du mouvement rectiligne; & encore le couper de tous les angles possibles, depuis le parallelisme de l'axe au mouvement rectiligne, jusqu'à 90 degrés, il s'ensuit que ces deux premiers genres de mouvement en peuvent engendrer par toutes les combinaisons dont ils sont capables, une infinité d'autres.

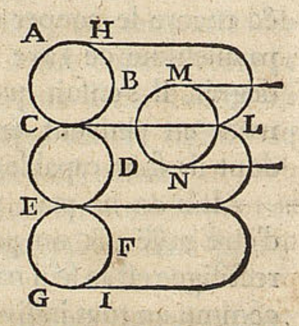
Mais on ne peut attribuer à la matiére d'autre capacité d'être mûë, & on peut même assûrer que le mouvement rectiligne est le seul naturel; car lorsque la matiére considérée comme un tout indivisible, tourne sur son centre, les parties de ce tout décrivent des cercles, & ont une véritable inclination de se mouvoir en ligne droite; elles ressemblent à la rouë du Coûtelier, dont les parties sont toûjours prêtes à échapper par la tangente, comme ces Ouvriers en ont quelquefois fait la malheureuse expérience aux dépens de leur vie ou de leurs membres, par les éclats échappés de leur pierre.

C'est le sentiment commun, que les parties des fluides sont divisées les unes des autres par le mouvement continuel de leurs parties; à quoi j'adjoûte que comme on ne peut pas attribuer à ces parties le mouvement rectiligne, elles ont nécessairement le mouvement axiligne, par lequel la division actuelle de toutes les parties est nécessairement produite, & en conséquence la fluidité de leur tout.

C'est pourquoi il faut considérer tous les fluides, sans

exception, comme des corps dont les parties ſont fermes & indiviſibles, ſemblables aux atomes inſécables des Anciens, & qui ſe tiennent réellement diviſés les uns des autres par le mouvement axiligne; diviſion qui eſt d'autant plus parfaite, que le mouvement axiligne eſt plus précipité.

Si on attribuë à un cylindre le mouvement axiligne, ce mouvement ſera éternel, à moins qu'il ne ſe communique; & ſi on approche deux ſemblables cylindres, juſqu'à ce que leurs circonférences ſe touchent, leur mouvement pourra encore être éternel malgré cette union, pourvû que les portions touchantes de leurs circonférences ſe meuvent en même part & d'égale vîteſſe.



Ainſi ſi le cylindre *B* ſe meut ſelon *ABC*, & le cylindre *D* ſelon *EDC*, il eſt manifeſte que ces deux mouvements ſe concilient, & concourent vers le point *C*: ainſi la continuation de leur mouvement ne répugne pas à l'impénétrabilité de la matiére: & qu'on ſuppoſe tant de cylindres qu'on voudra ſur la même ligne *BDF*, ſi leur mouvement axiligne eſt ſelon *ABC*, *EDC*, *EFG*, &c. ils ſeront compatibles, & leur durée ſera éternelle.

Il n'en ſeroit pas de même ſi les cylindres ſe mouvoient comme *ABC*, *CDE*, *EFG*, car le mouvement des parties touchantes ſeroit directement oppoſé; alors il eſt évident que le mouvement axiligne doit ſe rallentir, mais comme le mouvement ne ſçauroit s'anéantir, & le cylindre *C* ne pouvant ſe réfléchir ni vers *H*, ni vers *I*, les cylindres *B* & *F* partageront la ſomme de mouvement axiligne perdu dans les trois cylindres, & le transformeront en mouvement rectiligne vers *H* & vers *I*. C'eſt ainſi que par la communication, le mouvement axiligne peut ſe transformer en mouvement rectiligne en tout ou en partie, c'eſt ce qui mérite toute l'attention poſſible, & qui aura ſon application ci-après. Au contraire, ſi deux corps ſe choquent ſans

que les centres de gravité ſe rencontrent directement, il eſt évident que leur mouvement rectiligne ſe rallentira, & qu'une portion d'icelui ſe transformera en mouvement axiligne.

De ceci il réſulte que le mouvement axiligne des parties des fluides ne ſçauroit ſubſiſter que par une cauſe toûjours renaiſſante; car ſi les cylindres *B, D, F,* ſe meuvent comme *ABC, EDC, EFG,* ſans ſe nuire; lorſqu'on adjoûtera le quatriéme cylindre *L,* s'il ſe meut ſelon *MLN,* il s'oppoſera au mouvement *ABC,* & au contraire s'il ſe meut ſelon *NLM,* il s'oppoſera au mouvement *EDC;* & comme il ne ſçauroit tourner que de l'une de ces deux maniéres, il faut néceſſairement qu'il s'oppoſe au mouvement de l'un ou de l'autre des deux cylindres, & ainſi des autres qui ſeroient adjoûtés; & comme il en ſeroit de même des ſpheres que des cylindres, il en réſulte que le mouvement axiligne des parties des fluides, qui reſſemble à un amas innombrable de ſpheres, ne peut ſe perpétuer de ſoi-même, à cauſe de la multitude infinie des frottements oppoſés, il faut donc qu'il ſoit perpétué par quelque être préſent qui en ait la puiſſance.

S'il eſt quelque être capable d'opérer perpétuellement le mouvement axiligne des parties des fluides, il eſt conſtant que cet être doit exiſter en tous lieux, puiſque le feu peut y être produit.

Or quel être avons-nous préſent en tous lieux? Ce n'eſt ni le Soleil, ni la Lune, ni les Etoiles, ni l'Eau, ni l'Air, ni la Terre, mais un être qui pénétre ſans doute toutes ces ſubſtances, & dont la connoiſſance ne nous eſt parvenuë qu'à la faveur des expériences de l'Aimant, c'eſt le double cours de matiére ſubtile magnétique, qui ne reſſemble en rien aux Eléments de Deſcartes: matiére ſi déliée & ſi ſubtile qu'elle pénétre tous les corps, même tous les métaux, à l'exception du Fer & de l'Aimant, avec autant de facilité que l'air même.

Pluſieurs révoquent en doute l'exiſtence de ce double cours, & n'admettent qu'un ſeul courant de matiére magné-

tique, par la raiſon que deux courants contraires ne ſemblent pas pouvoir compatir; mais cette prétenduë incompatibilité s'évanouit par des exemples qu'on ne ſçauroit révoquer en doute; car ſi on ſuppoſe avec ceux qui nient le double cours, qu'il n'y en ait qu'un ſeul qui ſe meuve, par exemple, du Sud au Nord, il eſt conſtant que le vent du Nord au Sud ſubſiſte avec lui lorſque le cas arrive. Donc deux courants de matiére peuvent ſubſiſter dans des directions diamétralement oppoſées.

Entre ceux à qui les expériences de l'Aimant ſont familiéres, je crois qu'il ne s'en trouvera guéres qui ne ſoient convaincus, ou tout au moins perſuadés de ce double cours, & peut-être que les réflexions ſuivantes pourront contribuer à lever leurs doutes.

Soit une aiguille de Bouſſole, dont l'une des deux branches ſoit d'Acier & l'autre de Cuivre, elle ſe dirige comme les autres, quoiqu'avec moins de vivacité; on peut déterminer la branche d'acier au Nord ou au Sud ſelon le ſens dont on l'a touchée ſur la pierre; lors donc qu'elle ſe dirige au Nord, n'eſt-il pas manifeſte que c'eſt un courant du Sud au Nord qui l'y pouſſe & qui l'y conduit, comme le vent fait une girouette qu'il entraîne le plus qu'il eſt poſſible vers le lieu où il tend? Et au contraire lorſqu'elle eſt touchée pour déterminer la branche d'acier au Sud, n'eſt-il pas évident que c'eſt un courant du Nord au Sud qui l'y détermine, & par conſéquent qu'il en eſt deux diamétralement contraires? car dans la ſuppoſition d'un ſeul courant, il eſt impoſſible de concevoir que la même aiguille puiſſe être déterminée tantôt vers le Nord, tantôt vers le Sud: au contraire il ſaute aux yeux que le bras d'acier doit être entraîné au de-là du ſupport, & il faut ſe faire violence pour penſer qu'elle puiſſe retrograder vers le courant lorſqu'elle eſt touchée pour ſe diriger du côté où on le ſuppoſe.

Prouver qu'il entre de la matiére par chacun des deux poles d'une pierre, ou bien prouver qu'il en ſort, c'eſt auſſi prouver l'exiſtence des deux courants: or ſi vous approchés

deux pierres avec de petites gondoles ſur l'eau, en ſorte que les poles de même nom ſe regardent, elles ſe chaſſeront l'une l'autre en arriére, ce qui prouve nettement qu'il ſort de la matiére par ces deux poles, car puiſque ce ſont des poles de même nom, on ne peut rien ſuppoſer qui ne leur ſoit commun ; & comme les deux autres poles de ces mêmes pierres ſe chaſſeroient également, il en réſulte qu'il ſort de la matiére par les quatre poles de ces deux pierres, ce qui démontre le double cours.

Entre les ſuppoſitions qu'on peut faire pour expliquer les phénomenes de la Nature, on ne doit point tolérer celles qui ſont purement arbitraires, à moins que l'explication des phénomenes ne s'en déduiſe avec beaucoup de clarté & de ſimplicité. Mais lorſqu'outre l'explication des phénomenes, on appuye encore les ſuppoſitions par des raiſons pertinentes, elles acquiérent des dégrés de probabilité qui entraînent les ſuffrages, parce que la raiſon de ſuppoſer, jointe à l'explication des phénomenes, approche ſouvent de la certitude d'une démonſtration; ainſi je me perſuade qu'on m'accordera l'exiſtence du double cours, moins comme une ſuppoſition que comme une vérité démontrée par les expériences de l'Aimant, & qu'il eſt facile de confirmer par l'explication des phénomenes de cette pierre.

La communication du mouvement étant une ſuite néceſſaire de l'impénétrabilité de la matiére, l'impénétrabilité de la matiére ſe prouve également par la communication du mouvement : or en tous les êtres matériels, nous ne connoiſſons que l'Aimant & le Fer à qui le double cours communique manifeſtement ſon mouvement, ils ſont donc auſſi les ſeuls que cette matiére ne ſçauroit commodément pénétrer, & qui lui faſſent réſiſtance.

Cette réſiſtance que le double cours trouve à pénétrer l'Aimant, eſt la cauſe efficiente de toutes ſes merveilles, car cette pierre eſt comme un crible qui épure la matiére du double cours, & qui fait que lorſqu'on approche deux de ces pierres par les poles de différents noms, le double cours

pénétre mieux les poles intérieurs, que les extérieurs, parce que la matiére épurée qui ſort de ces poles intérieurs, eſt réciproquement admiſe avec plus de facilité d'une pierre à l'autre.

Ainſi en diviſant l'effort du double cours ſur les poles de toutes les pierres en 100 parties, lorſqu'on approche deux pierres par les poles de différents noms, les efforts du double cours ſur les poles extérieurs ſont toûjours 100, pendant que les efforts ſur les poles intérieurs, ſe réduiſent à 99, 98, 97, &c. à proportion de la proximité & de l'excellence des deux pierres, parce que les efforts intérieurs ſont d'autant moindres que la matiére a été mieux épurée par les pierres, & qu'elle a eu moins d'eſpace à parcourir après ſa ſortie, pour ſe remêler dans la maſſe générale du double cours.

Or dès que les impulſions ſur les deux poles d'une même pierre ne ſont plus équilibres, & que l'effort ſur le pole intérieur eſt moindre que ſur l'extérieur, il s'enſuit néceſſairement que la pierre doit être pouſſée par la plus grande impulſion vers la moindre; c'eſt-à-dire, du pole extérieur vers l'intérieur, & par conſéquent que les deux pierres doivent s'approcher.

Je penſe qu'il eſt impoſſible de déterminer en quelle raiſon l'équilibre des efforts réciproques du double cours eſt rompu, parce que nous ne connoiſſons ni la vîteſſe du mouvement de ce double cours, ni quelle eſt la meſure de la réſiſtance que l'Aimant lui fait.

Nous ſçavons néantmoins qu'il y a des Aimants qui ſoûlevent juſqu'à 20 livres & au de-là, quoique les ſurfaces touchantes d'entre l'armure & le crochet n'ayent pas 1 ligne de large ſur 12 de long, & ſi la raiſon ſelon laquelle l'équilibre eſt rompu, étoit ſeulement d'une centiéme partie, c'eſt-à-dire comme 99 à 100, il s'enſuivroit que les efforts de chacun des deux courants ſeroit de 2000 livres ſur une ſurface de 12 lignes; car ſi l'unité pour différence produit 20 livres, la force totale 100 produira 2000 livres.

Davantage

Davantage comme l'impénétrabilité de l'Aimant n'eſt pas totale, puiſque réellement le double cours le pénétre, quoiqu'avec quelque difficulté, ſi on diviſe encore en 100 degrés tous les cas poſſibles depuis l'impénétrabilité totale juſqu'à la pénétrabilité parfaite, & qu'on n'attribuë à l'Aimant qu'un ſeul degré d'impénétrabilité, il s'enſuivra encore que le double cours ne comprimera les deux poles de l'Aimant que d'une centiéme partie de ſa puiſſance réelle : or ſi cette centiéme partie ſur une ſurface de 12 lignes peut valoir 2000 livres, l'impénétrabilité totale peut valoir 200000 livres ſur la même ſurface, ce qui fait appercevoir l'immenſité de la puiſſance de ce double cours, puiſſance néantmoins qui ne ſe communique aucunement aux corps qu'elle pénétre parfaitement, par la raiſon ſuſdite, que la communication du mouvement eſt une ſuite néceſſaire de l'impénétrabilité de la matiére; & au contraire, que l'impénétrabilité de la matiére eſt une ſuite néceſſaire de la communication du mouvement.

Il eſt vrai qu'en n'attribuant à l'Aimant qu'une centiéme partie de l'impénétrabilité totale, & de même une centiéme partie ſeulement à la raiſon ſelon laquelle l'effort réciproque du double cours eſt rompu, ces deux ſuppoſitions ſont purement arbitraires; en quoi j'ai eu deſſein de faire appercevoir ce qui eſt par ce qui peut être; car ſi on peut réduire ces deux ſuppoſitions vers le moins, on peut auſſi les augmenter vers le plus; en ſorte que quoique la puiſſance du double cours ſoit impoſſible à déterminer, on apperçoit néantmoins qu'elle eſt ſans doute infiniment grande.

En effet étant convaincu de l'exiſtence de cet être immenſe, quant à l'étenduë, il ne reſte pas beaucoup de chemin à faire pour lui attribuer une extrême puiſſance, parce que les êtres ne ſont pas créés en vain, & la direction de l'Aiguille aimantée n'eſt certainement pas l'unique fin pour laquelle cet être a été créé; ſa vaſte étenduë & ſon extrême puiſſance font entrevoir en lui le mobile de l'Univers; car d'où tous ces grands globes emprunteroient-ils leurs mou-

vements, ſi ces mouvements étoient rectilignes. On pourroit peut-être leur attribuer une durée éternelle, mais le mouvement des Aſtres étant circulaire, il faut que quelque mobile inviſible les guide perpetuellement; & comme le Feu eſt plein de mouvement, il eſt probable qu'il l'emprunte de ce même mobile dont il dépend, ainſi que tous les autres phénomenes de la Nature.

Après avoir déclaré l'agent par lequel le Feu eſt produit, voyons en quoi conſiſte la fermeté des corps qu'il peut diſſoudre.

Tous les corps ſenſibles ne ſont autre choſe qu'une multitude innombrable d'atomes inſécables réunis, mais je n'eſtime pas (comme on l'a fait juſqu'à préſent) que le ſeul contact de ces atomes ſuffiſe à opérer la fermeté de leur union. Il eſt impoſſible de concevoir que la fermeté du Diamant procéde de ce ſeul contact, il faut que quelqu'autre cauſe intervienne à former cette dureté : en effet, j'en trouve une qui me paroît ſenſible, & qui me fait appercevoir que ſans elle tous les corps ſenſibles ne ſeroient que de purs amas de poudre, ſans fermeté ni conſiſtance.

Cette cauſe conſiſte uniquement dans la preſſion de la maſſe univerſelle du double cours; & voici comme j'en explique l'effet.

On doit ſans doute attribuer l'impénétrabilité parfaite aux atomes inſécables dont les êtres ſenſibles ſont compoſés, ſans quoi leur eſſence ſeroit incompréhenſile : or ſi un de ces atomes inſécables nage dans la matiére du double cours, il doit en être comprimé de toutes parts, parce qu'il en eſt enveloppé, & qu'il occupe un eſpace qui ſeroit rempli dans l'inſtant par le double cours, ſi Dieu le réduiſoit au néant. On peut conjecturer ce que cette preſſion pourroit être, ſi l'Univers étoit plein, comme Deſcartes l'a ſuppoſé; car il eſt manifeſte en ce cas qu'un ſeul atome créé, le ſoûleveroit de toutes parts pour acquérir ſa place.

Si deux de ces atomes inſécables ſe rencontrent & ſe touchent par deux petits plans, ils ſe colleront l'un à l'autre,

parce que la matiére du double cours cessant de s'appuyer sur les surfaces intérieures touchantes, cessera aussi de les y comprimer, pendant qu'elle continuëra sa pression ordinaire sur les surfaces extérieures qui seront poussées vers le centre de figure des deux atomes.

Si un troisiéme atome rencontre les deux premiers, en sorte qu'il les touche tous deux, il pourra encore leur être uni par les surfaces touchantes, par la même pression sur les surfaces extérieures ; mais l'irrégularité de figure des trois atomes formera quelqu'intervalle entre les six surfaces touchantes, & le double cours continuëra son mouvement par cet intervalle, & d'en presser les surfaces intérieures ; il en sera de même du quatriéme atome, du cinquiéme & de tous ceux qui seront adjoûtés pour former un corps sensible dont la fermeté sera relative à la quantité des surfaces intérieures ou extérieures sur lesquelles le double cours continuë sa pression vers les surfaces touchantes ; d'où il résulte que les corps les plus durs sont ceux qui ont une plus grande multitude de pores, & dont les atomes sont d'un genre fort délié.

Il ne faut pas confondre la pression du double cours avec l'effort de son mouvement rectiligne ; ce sont deux choses très-distinctes : par exemple, la pression de l'air est entiérement distincte de l'effort du vent, la pression de l'air fait monter l'eau dans les pompes, pendant que ce même air agité d'un mouvement rectiligne arrache les arbres des campagnes ; de même la pression du double cours est autre chose que l'effort de son mouvement rectiligne. Nous venons de voir que la fermeté des corps procéde de cette pression, & celle de l'air peut nous en fournir un bel exemple ; car si on prend plusieurs bandes de Glace de Venise, épaisses d'une ligne, larges de six, & longues de 48, & qu'on en dispose sur un plan horisontal quatre du Nord au Sud à un pouce d'intervalle, puis quatre autres sur celles-ci d'Orient en Occident, successivement quatre autres du Nord au Midi, &c. jusqu'à ce qu'il se forme un tout cube dont la racine

ſoit quatre pouces, ce tout ſera au reſpect de l'air qui le tiendra uni, ce que tous les corps ſont au reſpect du double cours. Car l'air ne comprimant aucunement les ſurfaces touchantes, peſera ſeulement ſur les ſurfaces qui ne ſe touchent point, au milieu de ce tout, comme à ſes extrémités, & formera de toutes ces bandes un corps ſolide & en quelque ſorte poreux, puiſqu'il ſera rempli d'intervalles, & la fermeté de ce tout ſera relative à la preſſion de l'air ſur les ſurfaces oppoſées aux touchantes.

Il en eſt de même de tous les corps ſenſibles, qui, ſans la preſſion du double cours, ſeroient, comme je l'ai déja dit, de purs amas de poudre ſans aucune conſiſtance.

La diverſité des corps ſenſibles dérive de la diverſité des figures & grandeurs des atomes dont ils ſont compoſés; & comme Dieu en a pû créer d'une infinité de grandeurs & figures, les corps homogenes peuvent être nombreux en eſpeces différentes; & comme il eſt une infinité de corps hétérogenes, les êtres ſenſibles peuvent être variés en une infinité d'eſpeces par les différentes combinaiſons des atomes de toutes figures & grandeurs.

Après l'examen de ce en quoi la fermeté des corps conſiſte, pourſuivons la recherche de ce en quoi conſiſte leur diſſolution.

En conſidérant un atome flottant dans la matiére du double cours, ſans pouvoir être entraîné ni par l'un ni par l'autre, parce que leurs efforts ſont équilibres, il ne paroît pas poſſible qu'il demeure immobile entre deux courants rapides qui ſe pénétrent mutuellement & dans des directions diamétralement oppoſées : il faut donc que l'atome reçoive le mouvement axiligne, de même qu'une boule tourne ſur elle-même lorſqu'elle eſt entre deux plans qui ſe meuvent d'égale vîteſſe & ſelon des directions oppoſées & paralleles.

Or entre les propriétés de la matiére, il en eſt une très-remarquable, qui conſiſte en ce que la ſurface d'un corps eſt toûjours d'autant plus grande, que ſa maſſe eſt moindre & plus différente de la figure ſphérique; d'où il eſt évident

qu'un atome flottant dans la matiére du double cours participera d'autant mieux à ſon mouvement, que ſa maſſe ſera moindre & plus différente de la figure ſphérique, parce que la communication du mouvement ſe fait par les ſurfaces choquées, & que les corps qui ont plus de ſurfaces, reçoivent néceſſairement plus de mouvement de ceux qui les environnent; c'eſt ainſi qu'une voile avec peu de maſſe & beaucoup de ſurface, reçoit aſſés de mouvement pour ébranler un Vaiſſeau, & le tranſporter aux extrémités du Monde.

De ceci il réſulte que le double cours a en ſoi deux puiſſances dont les effets ſont tous contraires; par ſa preſſion il unit tous les corps, & leur donne cette liaiſon ſans laquelle ils ne ſeroient que poudre; & par ſon mouvement rectiligne, il tend à opérer leur diſſolution par le mouvement axiligne qu'il peut imprimer aux atomes dont ils ſont compoſés.

De ces deux puiſſances, celle qui opére l'union eſt plus grande que celle qui opére la diſſolution au reſpect des atomes qui compoſent les corps fermes, & même au reſpect de ceux qui compoſent la maſſe des eaux, parce que l'état naturel de l'eau eſt d'être glacée, & qu'elle ne ſe fond que par la préſence du Soleil.

Au contraire, la puiſſance qui opére l'union, eſt infiniment moindre que celle qui opére la diſſolution au reſpect des atomes qui compoſent la maſſe de l'air; car ni la Nature, ni l'Art n'ont jamais pû figer l'air: ce n'eſt pas que ces deux puiſſances varient entr'elles, puiſque la preſſion qui produit la force uniſſante, eſt toûjours la même, & que la vîteſſe rectiligne qui produit la diſſolvante, eſt auſſi invariable; mais ces deux puiſſances agiſſent diverſement ſur les corps, & relativement aux propriétés des figures des atomes dont ils ſont compoſés. En ſorte que toute la différence d'entre les fluides & les ſolides, conſiſte uniquement en ce que l'équilibre de ces deux puiſſances ſe trouve rompu en faveur du mouvement axiligne au reſpect des atomes des fluides, & en faveur du repos au reſpect des atomes des ſolides.

La diſſolution des corps peut être produite non-ſeulement

par le Feu, mais encore par toutes les maniéres dont le mouvement se communique. Car si on suppose un corps ferme quelconque, dont la largeur soit 10, la profondeur 10, & la longueur 100, appuyé par ses extrémités sur deux points fixes, & chargé au milieu d'un fardeau quelconque, ce fardeau le fera d'abord plier, puis s'il est assés puissant, il le fera rompre.

Or lorsqu'un corps ferme plie, la surface convexe s'étend & s'allonge, ce qu'elle ne sçauroit faire que tous les atomes de la contexture ne se divisent réellement les uns des autres; néantmoins tant que la division d'entre les surfaces des atomes est moindre que les diametres des parties du double cours, la rupture ne s'ensuit pas, & la division n'est pas parfaite, parce que la pression du double cours sur les surfaces presque touchantes étant encore nulle, la pression sur les surfaces opposées opére encore l'effet de les rapprocher jusqu'au contact, & c'est en cela que consiste la vertu élastique des corps; car comme les atomes qui composent leur contexture, sont, pour ainsi dire, innumérables, il est évident que les divisions imparfaites sont en aussi grand nombre que les atomes qui se rencontrent sur une seule ligne tracée sur la surface convexe, & que ces divisions imparfaites produisent par la multitude, une grandeur sensible qui allonge la surface convexe, & permettent son extension avant la rupture, jusqu'au point où ces divisions imparfaites s'ouvrent à la mesure des diametres des atomes du double cours.

De-là il est sensible que lorsque la puissance qui forçoit le corps ferme à plier, cesse avant sa rupture, toutes les divisions imparfaites de la surface convexe se rapprochent jusqu'au contact par la pression du double cours sur toutes les surfaces opposées.

Ceci fournit une occasion d'apprécier assés exactement en quelle raison le plus grand espace possible des divisions imparfaites est au volume des atomes des corps sensibles, & par conséquent en quelle raison les atomes des corps sensibles sont aux atomes dont le double cours est composé: car

ſi un filet de verre ſuſpendu perpendiculairement à l'horiſon, & long de deux pieds, s'allonge d'une ligne avant la rupture, il eſt évident que comme deux pieds ſont à une ligne, ainſi un des atomes de ce filet de verre a ſon intervalle poſſible avant la rupture, ce qui eſt à peu-près comme 1 à 300; d'où il réſulte que les diametres des atomes du double cours ſont à ceux des atomes des corps ſenſibles, tels que le Verre, le Marbre & ſemblables, comme 1 à 300, & par conſéquent que leurs maſſes différent comme l'unité à 27 millions.

La rupture des corps ne diffère en rien de leur diſſolution totale qu'en quantité, mais comme le Feu peut opérer cette diſſolution totale ſans le ſecours d'aucun fardeau, parcourons les diverſes maniéres dont le Feu s'engendre communément, & profitons, s'il eſt poſſible, de ce que cette méditation pourra nous offrir.

Nous uſons ordinairement du fuſil d'Acier contre le Caillou, l'Agathe ou autre pierre dure dont le frottement vif avec le fuſil, fait naître à l'inſtant beaucoup d'étincelles que nous recevons ſur le champignon de foreſt deſſéché, appellé *amadouë*, puis avec meche ou autre corps combuſtible ſoufré, nous allumons enfin le Feu.

La plûpart des Orientaux l'allument avec bien moins de façons au moyen de deux morceaux de bois dont l'un qui eſt plat, eſt percé d'un petit trou, puis l'autre étant aiguiſé à la meſure de ce trou, & poſé en iceluy, ils l'y font tourner avec rapidité, en le roulant entre les mains, comme on fait le bâton au Chocolat. Alors le frottement violent de la ſurface convexe du bois pointu contre la concave du bois percé, fait d'abord de la Fumée, puis du Feu.

Nous avons encore une autre maniére d'allumer du Feu ſans frottements, en réuniſſant les rayons du Soleil par réflexion avec miroirs concaves, ou par réfraction avec verres convexes.

Outre les deux maniéres générales d'allumer du Feu par les divers frottements ou les diverſes façons de réunir les rayons du Soleil, nous en avons encore une troiſiéme qu'on

Noviſſimè, le feu de l'Hôtel-Dieu s'eſt allumé par la fermentation des linges ſales de l'Office du chiffon.

appelle *fermentation;* le Feu s'allume en une infinité de façons par cette derniére, qui ſe produit ordinairement par le mêlange de diverſes ſubſtances.

La Nature opére ſouvent elle-même ce mêlange, tantôt dans les airs où il engendre des feux de diverſes natures, comme l'éclair, & ce qu'on nomme *E'toiles tombantes* ou *errantes*, tantôt au ſein de la Terre, où les feux enfermés produiſent ces ſoûlevements que nous appellons *tremblements de Terre*, & qui ſe font ſentir dans de vaſtes eſpaces.

Entre ces trois façons générales dont le Feu s'engendre, cette derniére paroît la plus propre au deſſein que nous avons de découvrir la nature du Feu, parce que nous le voyons ſouvent engendrer ſans autre myſtere que le mêlange de deux fluides: & comme nous avons déja acquis quelques lumiéres ſur la nature des fluides, & principalement ſur ce en quoi la fluidité conſiſte, nous aurons plus de facilité d'aller en avant, parce que les choſes connuës ôteront une partie de l'obſcurité qui ſe rencontreroit dans notre recherche, ſi tout étoit à connoître.

Quoiqu'en général les Chimiſtes ne diſtinguent que cinq principales ſubſtances dans les végétaux & les minéraux, ſçavoir, l'Eſprit, l'Eau, le Soufre, la Terre & le Sel, néantmoins on peut penſer avec raiſon que les atomes inſécables étant ſuſceptibles de toutes ſortes de figures & grandeurs, peuvent être infiniment plus nombreux en eſpeces différentes, relativement à la variété de leurs figures & grandeurs.

Entre les figures ſolides, il y en a deux principales qu'on peut conſidérer comme les deux extrêmes, ſçavoir la Sphére & la Pyramide; car la ſphére eſt le plus grand nombre des plans poſſibles pour terminer un ſolide, & la pyramide formée de quatre angles ſolides, eſt le moindre.

Les ſolides ſont ſuſceptibles de trois genres de variété, le premier eſt d'être diverſement figurés à l'extérieur, le ſecond d'être plus ou moins étendus, & le troiſiéme d'être pleins ou concaves. Ces trois genres de variété ſont innumérables, on ne ſçauroit dénombrer les figures dont les ſolides ſont

ſont ſuſceptibles, ni leurs divers degrés de grandeur ou de petiteſſe, non plus que celle de la concavité qu'ils peuvent contenir concentriquement ou excentriquement ; car une ſphere peut contenir une concavité ſphérique ou triangulaire concentrique ou excentrique ; il en eſt de même de la pyramide grande ou petite, pleine ou concave, & dont la cavité peut être ſphérique ou pyramidale, concentrique ou excentrique.

Outre ces deux premiers genres de ſolides, il y en a une infinité d'autres, & autant peut-on adjoûter de nombres depuis quatre juſqu'à l'infinité, autant peut-on auſſi adjoûter de plans aux quatre premiers pour former des ſolides différents. Si ces plans ſont tous égaux, ils formeront des figures réguliéres qui s'approcheront de plus en plus de la ſphérique, & qui s'en éloigneront au contraire d'autant plus qu'ils ſeront inégaux ; ainſi la ſphere ne devient elliptique que par l'inégalité des plans qui la forment, & l'Ellipſe à ſon tour ne devient irréguliere que par l'inégalité des plans oppoſés ou collatéraux ; il en eſt de même de la pyramide irréguliére, & de tous les corps ſolides poſſibles.

De ces réflexions, il réſulte qu'au lieu de cinq ſubſtances principales ou éléments des mixtes, il peut y en avoir d'une infinité d'eſpeces différentes, à raiſon de la diverſité des figures, grandeurs, concavité ou plénitude que Dieu a pû donner aux atomes inſécables, je les nomme *inſécables,* parce qu'il a pû les créer ſi fermes que nul agent créé ne puiſſe les rompre.

Auſſi les Chimiſtes trouvent-ils dans les cinq ſubſtances générales des Végétaux, une variété étonnante, les ſels, les ſoufres & les eſprits extraits de divers corps ſont tous diſſemblables. D'ailleurs, outre les éléments ou corps ſenſibles qu'on peut recueillir par la Chimie, il échappe à l'induſtrie de cet art beaucoup de ſubſtances volatiles que les vaſes ne peuvent contenir, & qui paſſent legerement à travers de leurs pores, ſans quoi on ne voit pas pourquoi le mêlange de tous les extraits du Vin, du Cidre, ou autre liqueur, forme un tout qui ne leur reſſemble plus.

Ces ſubſtances volatiles ne ſont pas chimériques, car ſi on frotte de la Cire d'Eſpagne ſur du drap, les eſprits qui en ſortent, ſont ſi volatils qu'ils pénétrent parfaitement le Verre, puiſque la vertu électrique de ces eſprits ébranle les corps legers, comme paille, &c. au de-là du Verre.

Quelque figure qu'on puiſſe attribuer aux atomes inſécables dont nos végétaux ſont composés, il eſt ſenſible qu'ils ſont tous également ſuſceptibles de repos ou de mouvement, & que le mêlange de tous les genres d'atomes poſſibles ne fermenteroit jamais ſans le ſecours d'un agent qui puiſſe en opérer le mouvement; car la fermentation de pluſieurs fluides mêlés enſemble, n'eſt autre choſe qu'une accélération du mouvement des atomes qui les compoſent: or par le premier des Corollaires réſultants de l'axiome, que l'eſſence du mouvement ne périt jamais, l'accélération du mouvement procede de celui d'un corps viſible ou inviſible, par conſéquent la fermentation étant une accélération du mouvement de ces fluides, elle eſt l'effet d'un agent actuellement préſent, dont l'exiſtence nous devient manifeſte par ſon effet ſenſible.

Quel eſt cet agent? c'eſt le double cours de matiére magnétique auquel le mêlange des atomes de divers genres fait un plus grand obſtacle que de coûtume, cet obſtacle conſiſte en l'obſtruction qui arrive à la pénétrabilité diamétrale des deux courants magnétiques oppoſés; plus l'obſtruction eſt grande, plus le double cours reflüe vers la détermination oppoſée à celle qui lui eſt naturelle, & plus il fait d'effort pour la diſſiper, comme un Fleuve arrêté par ſa digue éleve ſes eaux, & peſe d'autant plus ſur elle que ſon reflux eſt grand.

L'obſtruction des deux courants eſt donc la cauſe générique des fermentations des fluides, elle fait que leurs atomes inſécables accélérent leur mouvement axiligne, & comme nous avons vû ci-deſſus, que les frottements oppoſés des atomes qui ſe touchent pendant le mouvement axiligne, ſont incompatibles; les atomes de la ſurface extérieure de la maſſe qui fermente, prennent l'eſſor à la faveur du mouvement rectiligne, & ſe diſſipent extérieurement juſqu'à

ce que la maſſe ſoit épuiſée; & comme on ne peut pas attribuer de bornes à la vîteſſe poſſible du mouvement axiligne, il en réſulte que la diſſipation de la maſſe qui fermente, eſt d'autant plus prompte & abondante, que le mouvement axiligne de ſes atomes eſt plus précipité, parce qu'alors les frottements oppoſés ſont ſi violents, que les atomes de la ſurface s'élancent avec plus de rapidité à l'extérieur: c'eſt en cela que conſiſte la diſſolution de la maſſe qui fermente, & ſi on nourriſſoit cette maſſe d'une quantité égale à ſa diſſipation, elle continuëroit de fermenter auſſi long-temps que dureroit le ſoin de la nourrir, ce qui ſeroit relatif à la propagation du feu.

Lorſque la fermentation acquiert un certain degré de violence, & que la diſſipation par la ſurface devient fort abondante, alors tous les atomes qui prennent l'eſſor à la faveur du mouvement rectiligne, fermentent de nouveau avec l'air; cette ſeconde fermentation devient plus vive que la premiére, parce que l'air eſt lui-même un ferment ſi vif, que l'Auteur de la Nature a donné la reſpiration à tous les animaux terreſtres, afin d'entretenir leur principe de vie par une fermentation perpétuelle dont l'air eſt la nourriture.

C'eſt en cette fermentation vive de l'air avec les atomes qui prennent l'eſſor, que conſiſte la flamme; puis donc que la fermentation qui acquiert un certain degré de violence, engendre le Feu, elle doit être conſidérée comme un diminutif du Feu, & le Feu comme ſa plénitude, parce qu'ils ſont l'un & l'autre de même nature.

Que l'air ſoit un ferment très-vif, on n'en ſçauroit douter, car outre que la reſpiration des animaux le prouve, il eſt évident que les ſoufflets des forges n'augmentent l'activité du feu que parce qu'ils le font fermenter avec plus de violence. Au contraire, les corps combuſtibles, même la Poudre à Canon ſous la machine pneumatique, ont beaucoup plus de peine à brûler, parce que le défaut d'air diminuë la force de la fermentation. Les labours par leſquels on cultive la terre, ne tendent qu'à la rendre legere & friable, afin

que l'air abondamment mêlé & incorporé dans sa substance, y fermente vivement lorsque l'eau la détrempe.

Dès que la flamme est l'effet d'une fermentation vive de l'air & des atomes qui prennent l'essor à la surface des liqueurs qui fermentent, il est évident que l'obstruction du double cours en devient plus grande, & que son reflux chasse l'air des environs de la flamme, ce qui est conforme à mille & mille expériences; car on ne remplit les Eolipiles, les Barometres & les Thermometres, qu'en chassant l'air de leur capacité par le moyen du feu.

Comme le centre de la matiére qui fermente en l'air, est l'appui des élancements de toutes les parties qui se dissipent par la circonférence, il est évident que ce centre est plus comprimé que la surface, par conséquent la matiére qui fermente y est plus abondante, & si on divise parallelement à l'horison la masse qui fermente en trois tranches d'égale épaisseur, il est évident que la matiére de la fermentation sera plus abondante à la tranche inférieure qu'à la moyenne, & à la moyenne plus qu'à la supérieure; d'où il résulte que si le centre de la tranche supérieure a un pouce d'étenduë où la matiére soit assés abondante pour fermenter avec l'air, celle de la moyenne en pourra avoir deux, & celle de l'inférieure trois; par conséquent la masse qui fermente en l'air sera pyramidale, & si elle ne l'est pas exactement, cela procede de ce que la fermentation avec l'air n'est pas à sa perfection au premier instant où les atomes prennent l'essor, mais seulement à peu-près au tiers de la hauteur de la flamme.

Non-seulement les liqueurs peuvent fermenter ensemble, mais encore les corps secs entr'eux, comme l'extrait d'Alun de Roche avec le tiers de son poids de farine, dont on fait avec le fourneau, une poudre inflammable qui brûle le papier ou autre corps combustible sur lequel on la pose; de même les diverses substances dont les corps combustibles sont formés, peuvent fermenter entr'elles, pourvû que le feu en ait dissout une partie suffisante, laquelle par son contact

avec ce qui n'eſt pas encore diſſous, continuë la diſſolution lorſque le corps eſt ſuffiſamment combuſtible, parce que les parties déja diſſoluës ayant reçû le mouvement axiligne, choquent de leurs angles celles qui ſont encore adhérentes au corps combuſtible qui brûle, & les détachent ainſi l'une après l'autre, puis les nouvelles détachées détachent à leur tour les autres, pendant que les anciennes prennent l'eſſor à cauſe des frottements oppoſés des divers mouvements axilignes; c'eſt ainſi que ſe continuë la diſſolution du corps combuſtible (une fois allumé) juſqu'à ſon entiére deſtruction.

Quant aux corps qui ſont moins combuſtibles, la diſſolution totale peut auſſi s'achever, pourvû que le Feu ſoit embraſé entre beaucoup de ſurfaces, comme entre pluſieurs buches, parce qu'alors la fermentation ſe nourrit non-ſeulement par le contact des ſurfaces embraſées aux parties qui touchent immédiatement l'embraſement, mais encore par l'élancement des atomes des ſurfaces embraſées vers les autres ſurfaces auſſi embraſées, qu'elles choquent, rompent & pénétrent profondément par l'effort de leur double mouvement, dont l'un eſt axiligne, parce que l'atome nage dans la matiére du double cours, & l'autre rectiligne, pour avoir pris l'eſſor par l'incompatibilité des frottements des mouvements axilignes touchants; en ſorte que les ſurfaces qui ſe regardent, s'élancent mutuellement des atomes qui contribuent à leur diſſolution.

Enfin la diſſolution des corps peu combuſtibles peut encore être favoriſée par une troiſiéme circonſtance, qui ſe rencontre néceſſairement lorſque la maſſe embraſée devient plus grande; car alors la circonférence étant moindre, à raiſon de la maſſe, la diſſipation des atomes qui prennent l'eſſor eſt auſſi moindre, & conſéquemment l'embraſement plus durable.

Il ſe préſente une queſtion incidente, ſur laquelle je ne puis me retenir de lâcher quelques conjectures.

Pourquoi la diſſolution des atomes des corps combuſtibles fait-elle varier en eux cette qualité qui les rendoit peſants

lorſqu'ils étoient réunis en corps fermes ou liquides; en ſorte qu'au lieu de tendre au Nadir, comme ils faiſoient avant la diſſolution, ils tendent au contraire au Zénit après qu'elle eſt accomplie? Une expérience familiére à tout le monde, me paroît indiquer le chemin de développer ce myſtére. Il n'eſt perſonne qui dans l'enfance n'ait joué à la toupie ou au ſabot, & je ne vois pas qu'on ſe ſoit mis en peine d'expliquer pourquoi l'axe du ſabot, ſouvent oblique à l'horiſon, ſe redreſſe verticalement, & éleve en même temps le centre de gravité vers le Zénit, autant qu'il lui eſt poſſible *.

* *Nota.* Cette queſtion me ſemble mériter d'être la matiére d'un Programme.

Il eſt évident que le mouvement axiligne empêche ici l'effet ordinaire de la gravité du ſabot, car lorſqu'il en eſt dépourvû, il trébuche auſſi-tôt. Il y a beaucoup d'apparence que le mouvement axiligne des atomes produit quelqu'effet équivalent pour les élever au Zénit ; ce qui concourt à faciliter la diſſolution de tous les corps qui en ſont ſuſceptibles, ſans quoi l'eſſor que les atomes prennent par l'incompatibilité des mouvements axilignes, ſeroit bientôt rallenti par la réſiſtance de l'air; par exemple, l'eau d'un étang, au lieu de s'élever en vapeurs, ne s'éleveroit peut-être pas plus d'une toiſe au-deſſus de la ſurface, & retomberoit incontinent comme une roſée, ce qui empêcheroit l'évaporation des eaux de cet étang.

Je finis par conclurre du contenu en cette diſſertation, que le Feu n'eſt autre choſe que la diſſolution des corps combuſtibles par un agent inviſible qui eſt le double cours, & qui communique ſon mouvement lorſqu'il y a obſtruction à la pénétrabilité diamétrale & réciproque des deux courants; on ne voit aucun être que ce double cours, qui étant actuellement préſent en tous lieux, puiſſe être le mobile des phénomenes de la Nature, & qui puiſſe encore nous être commun avec les Aſtres qui, comme le Soleil & les Etoiles fixes, ſont des feux permanents, dont les effets parviennent juſqu'à nous; feux qui néantmoins doivent avoir une cauſe ſemblable, car le feu émané des rayons du Soleil, ne différe en rien de celui que nous tirons du caillou; par conſéquent

il eſt de même nature que le nôtre, & la même cauſe le produit.

La Lumiére a été dans tous les temps l'admiration des Philoſophes, la prodigieuſe vîteſſe de ſon émanation a même donné lieu de penſer qu'elle étoit momentanée; mais les obſervations de M. Roëmer ont prouvé qu'elle eſt ſucceſſive, & qu'elle employe environ 22 minutes pour traverſer l'orbe annuel de la Terre. Il eſt vraiſemblable que la lumiére ſe tranſmet dans la maſſe du double cours, comme le ſon dans la maſſe de l'air, ſans aucun tranſport de la maſſe, mais uniquement par ſon frémiſſement, de la même maniére que ſi une corde de cent braſſes eſt tenduë comme celle qui ſert au tirage des bateaux; ſi on frappe un coup de bâton ſur une des extrémités de la corde, il ſe forme tout le long de la corde un mouvement ondoyant, qui la parcourt avec beaucoup de rapidité, & il eſt manifeſte que plus la corde eſt tenduë, plus grande eſt auſſi la vîteſſe dont ce mouvement parcourt la corde; & comme la Puiſſance divine eſt ſans bornes, on peut ſuppoſer un cable d'une longueur, d'une force & d'une tenſion ſi grande, que la vîteſſe du mouvement ondoyant paſſe en un inſtant l'orbe annuel de la Terre, & à plus forte raiſon en 22 minutes.

Or ſi au lieu d'un cable tendu, on ſuppoſe une matiére également preſſée en toutes ſes dimenſions de la circonférence au centre, il arrivera à cette matiére, à proportion de ſa preſſion, ce qui arrive au cable à proportion de ſa tenſion, & toute la différence qu'on peut y remarquer, eſt que le ſon, ou la lumiére, s'étend d'un centre à une circonférence, & ébranle des pyramides, & non des filets d'un égal diametre en leur longueur. Mais on peut également ſuppoſer un cable pyramidal, & concevoir auſſi ſa force, ſa longueur & ſa tenſion, telle que le mouvement ondoyant puiſſe encore parcourir l'orbe annuel en 22 minutes, ce qui donne à la comparaiſon toute la parité deſirable.

De ceci on peut conclurre (& il n'y a rien qui y répugne) que lorſque l'air fermente avec pluſieurs corps hétérogenes

dont toutes les parties, ainſi que les ſiennes, tournent ſur leurs centres, les frottements ſont ſi grands & ſi violents, qu'ils font frémir la matiére du double cours, comme les vibrations d'une corde d'inſtrument, l'air; & que c'eſt en cela que conſiſte la cauſe générative de la lumiére dont la vîteſſe eſt relative à la preſſion de l'Univers, & non pas à la force de la lumiére; comme la vîteſſe du ſon eſt relative à la preſſion de l'air, & non pas à ſes différents degrés de force ni à ſes différents modes entre le grave & l'aigu, d'où il eſt apparent que ſa vîteſſe eſt plus grande lorſque le Barometre eſt au beau-fixe, que lorſqu'étant à tempête, le Vif-Argent ſe trouve près de deux pouces plus bas.

FIN de la troiſiéme Piece.

PIEESC

PIECES

QUI ONT ETÉ PRESENTÉES

A L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES,

POUR CONCOURIR AU PRIX de l'année 1738.

AVERTISSEMENT.

LES Auteurs des deux Pieces ſuivantes s'étant fait connoître à l'Académie, & luy ayant marqué qu'ils ſouhaitoient qu'elles fuſſent imprimées, l'Académie y a conſenti volontiers, ſur le témoignage que lui ont rendu les Commiſſaires du Prix, que quoiqu'ils n'ayent pû approuver l'idée qu'on donne de la Nature du Feu, *en chacune de ces Pieces, elles leur ont paru être des meilleures de celles qui ont été envoyées, en ce qu'elles ſuppoſent une grande lecture & une grande connoiſſance des bons ouvrages de Phyſique, & qu'elles ſont remplies de beaucoup de faits très-bien expoſés, & de beaucoup de vûës.*

La Piece N.° 6, qui a pour Deviſe,

Ignea convexi vis, & ſine pondere cœli
Emicuit, ſummâque locum ſibi legit in arce.
Ovid.

eſt d'une jeune Dame d'un haut rang.

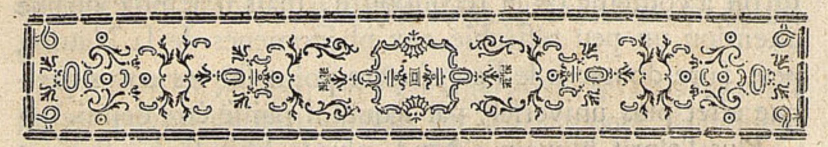
Et la Piece N.° 7, qui a pour Devise,

Ignis ubique latet, naturam amplectitur omnem,

Cuncta parit, renovat, dividit, unit, alit.

est d'un de nos premiers Poetes.





DISSERTATION
SUR
LA NATURE ET LA PROPAGATION
DU FEU.

Ignea convexi vis, & ſine pondere cœli
Emicuit, ſummâque locum ſibi legit in arce.

Ovid.

PREMIERE PARTIE.

De la Nature du Feu.

INTRODUCTION.

Combien il eſt difficile de définir le Feu.

LE Feu ſe manifeſte à nous par des Phénomenes ſi différents, qu'il eſt auſſi difficile de le définir par ſes effets, qu'il paroît impoſſible de connoître entiérement ſa nature : il échappe à tout moment les priſes de notre eſprit, quoiqu'il ſoit au-dedans de nous-mêmes, & dans tous les corps qui nous environnent.

I.

En quoi la Lumiére & la Chaleur different.

La chaleur & la lumiére ſont de tous les effets du Feu ceux qui frappent le plus nos ſens; ainſi c'eſt à ces deux ſignes

qu'on a coûtume de le reconnoître, mais il semble qu'une attention un peu réfléchie aux phénomenes de la Nature, peut faire douter si le Feu n'opére point sur les corps quelque effet plus universel, par lequel il puisse être défini.

Plus l'esprit humain s'étend, plus la Philosophie devient éclairée, plus nous apprenons à douter. La Géométrie a sçû regler la marche irréguliére de la Physique, elle lui a appris à s'appuyer toûjours du bâton de l'expérience, & à ne jamais conclurre du particulier au général; ainsi quoique la chaleur & la lumiére soient souvent réunies, il ne s'ensuit pas qu'elles le soient toûjours; ce sont deux effets de l'être que nous appellons *Feu*, mais ces deux propriétés, de luire & d'échauffer, constituent-elles son essence? en peut-il être dépouillé? le Feu enfin est-il toûjours chaud & lumineux?

Si le Feu est toûjours chaud & lumineux.

Plusieurs expériences décident pour la négative.

Lumiére sans chaleur dans les rayons de la Lune.

1.° Il y a des corps qui nous donnent une grande lumiére sans chaleur : tels sont les rayons de la Lune, réunis au foyer d'un verre ardent (ce qui fait voir en passant l'absurdité des Astrologues) on ne peut dire que c'est à cause du peu de rayons que la Lune nous envoye; car ces rayons sont plus épais, plus denses réunis dans le foyer d'un verre ardent, que ceux qui sortent d'une bougie; & cependant cette bougie, que dis-je? la plus petite étincelle nous brûle à la même distance à laquelle les rayons de la Lune réunis dans ce foyer ne font aucun effet sur nous.

Ce n'est point non plus parce que ces rayons sont réfléchis, car les rayons du Soleil réfléchis par un miroir plan, & renvoyés sur un miroir ardent, font, à très-peu de chose près, les mêmes effets que lorsque le miroir ardent les reçoit directement.

Ce ne peut être enfin à cause de l'espace qu'ils parcourent de la Lune ici, 90000 lieuës de plus ne pouvant faire perdre aux rayons une vertu qu'ils conservent pendant 33 millions de lieuës; peut-être cet effet doit-il être attribué à la nature particuliére du corps de la Lune, & peut-être les Satellites de Jupiter & de Saturne donnent-ils quelque

chaleur à ces Planetes, quoique notre Lune ne nous en donne point.

Les bornes de nos ſens ſont ſi étroites, qu'il ne nous eſt guéres permis de rien affirmer ſur leur rapport, ils ſuffiſent aux beſoins de notre vie, mais ſi la connoiſſance de la vérité en étoit un, ils ſeroient bien imparfaits; ainſi quoique les rayons de la Lune, quelque raſſemblés qu'ils puiſſent être, ne nous donnent aucune chaleur, quoiqu'ils ne faſſent aucun effet ſur le Thermometre qui a ſur la chaleur le tact plus fin que nous, ils ſeroient peut-être chauds pour des êtres dont les ſens ſeroient plus parfaits que les nôtres; donc quoiqu'il ſoit très-vraiſemblable que les rayons du Soleil perdent leur vertu brûlante, quand ils ſont réfléchis par la Lune, quoiqu'ils ne faſſent alors aucun effet ſenſible ſur le Thermometre, nous ne devons cependant pas aſſûrer qu'ils ſoient entiérement privés du pouvoir d'échauffer & de raréfier; nous ſommes certains ſeulement qu'ils ſont incapables d'exciter en nous ce ſentiment que nous avons appellé *chaleur*: peut-être inventera-t-on quelqu'inſtrument aſſés fin pour que la raréfaction qu'ils opérent vraiſemblablement dans les corps, nous ſoit ſenſible, mais il eſt preſque démontré qu'ils n'exciteront jamais dans nous aucune chaleur.

Les rayons échauffent d'autant moins que l'on monte plus haut au-deſſus de l'Atmoſphere, quoiqu'ils y donnent la même lumiére que près de la ſurface de la Terre; cependant ils ſont plus purs en haut où l'Atmoſphere eſt plus leger: donc la chaleur n'eſt pas eſſentielle au feu élémentaire: donc la chaleur & la lumiére ſont deux effets du feu très-différents.

Il y a pluſieurs corps dans la Nature qui ſont lumineux, & qui ne donnent point de chaleur; tels ſont les Dails, les Vers luiſants, &c.

L'eau n'éteint point les Vers luiſants.

J'ai plongé des Vers luiſants dans de l'eau très-froide, & leur lumiére n'en a point été altérée. Cette expérience s'accorde avec celle que le ſçavant M. de Reaumur a faite ſur les Dails, dont l'eau fait revivre la lumiére, loin de l'éteindre: ces phénomenes ſemblent être une nouvelle preuve que la

chaleur & la lumiére sont deux propriétés du feu très-différentes, puisque ce qui détruit l'une, ne fait aucun effet sur l'autre.

Chaleur sans lumiére dans le Fer prêt à s'enflammer.

2.° Il y a des corps qui brûleroient la main qui s'en approcheroit, & qui ne donnent aucune lumiére : tel est le Fer prêt à s'enflammer : donc le feu peut être privé de la lumiére comme de la chaleur.

Ainsi la chaleur & la lumiére paroissent être au feu ce que le mode est à la substance ; la lumiére n'étant autre chose que le feu transmis en ligne droite jusqu'à nos yeux, & la chaleur, l'agitation en tout sens que ce même feu excite en nous.

Différente propagation de la lumiére & de la chaleur.

3.° La chaleur & la lumiére se propagent différemment ; la lumiére agit toûjours en ligne droite, & la chaleur s'insinuë dans les corps selon toutes sortes de directions : ainsi le feu ne nous éclaire jamais, qu'il ne soit dirigé en ligne droite vers nos yeux, mais il nous échauffe d'autant plus que l'agitation qu'il cause dans les parties de notre corps se fait en tout sens ; de plus, la vîtesse de la lumiére est infiniment plus grande que celle de la chaleur, mais on ne peut assigner en quelle proportion, car il faudroit connoître les différents degrés de vîtesse avec laquelle le feu pénétre dans les différents corps : ce qui est très difficile.

Autre différence entre la lumiére & la chaleur.

4.° Une autre différence très-remarquable entre la chaleur & la lumiére, c'est qu'un corps peut perdre sa lumiére en un instant, mais qu'il ne perd sa chaleur que successivement ; cette différence est une suite de la façon dont la chaleur & la lumiére agissent ; car pour faire périr la lumiére, il suffit d'interrompre la direction du feu en ligne droite ; mais puisqu'il faut, pour exciter la lumiére, qu'il pénétre les corps en tout sens, cette action doit être plus difficile à arrêter ; ainsi si vous couvrés le miroir ardent d'un voile, la lumiére disparoît dans le moment à son foyer, & cependant un corps solide qu'on y auroit exposé, conserveroit long-temps la chaleur qu'il y auroit acquise, c'est encore pourquoi les corps se refroidissent lentement dans le vuide, quoiqu'ils s'y éteignent très-promptement.

5.° Si

5.° Si on vouloit s'appuyer de l'autorité, on diroit que Descartes (pour qui tout être pensant aura toûjours une grande vénération, même en combattant les erreurs où l'esprit de systeme l'a entraîné) Descartes, dis-je, composoit la lumiére de son second élément, & le feu de son premier; il ne donne à la vérité aucune raison de cette idée, & je ne prétends pas l'examiner ici, mais elle ne pouvoit être fondée que sur ce que ce grand homme pensoit que la lumiére & la chaleur étoient deux choses très-séparées.

Sentiment de Descartes, qui justifie cette opinion.

6.° La lumiére & la chaleur sont les objets de deux de nos sens, le tact & la vûë, & par cette raison même elles ne paroissent point propres à constituer l'essence d'un être aussi universel que le feu. Ce sont des sensations, des modifications de notre ame, qui semblent dépendre de notre existence, & de la façon dont nous existons; car un aveugle définira le feu *ce qui échauffe*, & un homme privé du tact universel, *ce qui éclaire*. Ils auront donc tous deux des idées différentes d'un même être, & celui qui seroit privé de ces deux sens, n'en auroit aucune. Or je suppose qu'il ait plû à Dieu de créer dans Sirius, par exemple, un globe dont les êtres n'ayent aucun de nos sens (& il est très-possible que dans l'immensité de l'Univers il y ait de tels êtres) le feu ne seroit certainement ni chaud ni lumineux dans ce globe, & cependant il n'y seroit pas anéanti; il paroît donc qu'il faut chercher dans le feu quelque effet plus universel, qui ne dépende point de nos sens, & qui, par cette raison même, soit un signe moins équivoque de sa présence.

La chaleur & la lumiére ne sont que des modifications de notre ame.

7.° La nécessité d'un tel signe pour nous faire juger avec certitude de la présence du feu, paroît avec évidence par la façon dont nos sens nous font juger de la chaleur des corps, car un même corps nous paroît d'une temperature différente, selon la disposition où nous nous trouvons; ainsi lorsqu'on touche un corps avec les deux mains, dont l'une sort de l'eau froide, & l'autre de l'eau chaude, ce corps paroît froid & chaud en même temps. Les altérations qui arrivent à notre santé, changent encore pour nous la chaleur des corps; un

Combien nos sens nous trompent sur la chaleur.

homme dans l'ardeur de sa fiévre trouvera froid le même corps qui, dans son frisson, lui avoit paru chaud : donc la chaleur que les corps nous font éprouver, ne peut nous faire juger avec certitude, du feu qu'ils contiennent.

I I.

Quel est l'effet le plus universel du Feu.

Quel est donc l'effet le plus universel du feu ? à quel signe pourrions-nous le reconnoître ? je dis le reconnoître en Philosophes, car il est deux façons de connoître les corps, & ceux qui étudient la Nature les voyent d'un autre œil que le vulgaire.

L'effet le plus universel du feu, c'est d'augmenter le volume de tous les corps.

Ce signe certain de la présence du feu, cet effet qu'il produit dans tous les corps, qu'on voit, qu'on touche, & qu'on mesure, qui s'opere dans le vuide avec la même facilité que dans l'air, c'est d'augmenter le volume des corps avant d'avoir enlevé leurs parties, de les étendre dans toutes leurs dimensions, & de les séparer jusques dans leurs principes lorsque son action est continuée; cet effet s'étend au-de-là de la lumiére & de la chaleur du feu, car l'air est très-raréfié sur le haut des Montagnes où la chaleur est insensible, & cette raréfaction de l'air qui est beaucoup plus grande que ne la donne la raison inverse des poids, doit être attribuée en partie au feu qui alors le raréfie sans l'échauffer sensiblement.

L'eau qui bout à 212 degrés environ, & qui passé cela n'acquiert plus aucune chaleur par le feu le plus violent, s'évapore cependant à force de bouillir : or elle ne peut s'évaporer que sa raréfaction n'augmente, & que ses parties ne s'écartent de plus en plus les unes des autres.

Enfin une bougie que vous éteignés, & qui cesse d'éclairer, s'évapore, & se raréfie encore par la fumée qu'elle rend, &c. Donc la raréfaction précéde la lumiére & la chaleur, & leur survit.

Il est vrai qu'il a fallu des expériences très-fines pour

découvrir cet effet univerſel du Feu ; ſa chaleur & ſa lumiére ont été connuës ſans doute bien long-temps avant qu'on ſe doutât de ſa raréfaction : mais preſque toutes les idées des hommes n'ont-elles pas beſoin d'être réformées par leur raiſon? La forme & le mouvement de la matiére ont été connuës bien long-temps avant ſon impénétrabilité, & perſonne, je crois, n'en conclurra que le mouvement & une certaine forme ſont auſſi inſéparables de la matiére, que l'impénétrabilité.

On peut cependant faire pluſieurs objections contre cette définition du Feu.

Objections contre cette définition du feu, & réponſes à ces objections.

1.° On peut dire que la raréfaction que le feu opére, ne ſe manifeſte pas toûjours à nous.

Mais il eſt de la nature du Feu que cela ſoit ainſi, le feu eſt également répandu dans tous les corps (comme je le dirai dans la ſuite) ainſi nous ne pouvons nous appercevoir de ſes effets quand ils ſont les mêmes par-tout, il nous faut des différences pour être notre *criterium*, & pour nous conduire dans nos jugements. Nous n'avons point de ſigne pour connoître le feu lorſqu'il eſt enfermé entre les pores des corps, il y eſt comme l'air qu'ils contiennent, & qui ne ſe découvre à nous que lorſque quelque cauſe le dégage.

2.° Le Feu, dira-t-on, raréfie les corps en augmentant leur chaleur.

Cela eſt vrai, mais je ne crois pas qu'on puiſſe en conclurre que ces deux effets ſont la même choſe, car nous nous appercevons de la raréfaction ſans nous appercevoir de la chaleur ; le Thermometre marque des variations dans l'air, dont nous ne nous appercevrions pas ſans lui, & de plus cette raréfaction augmente encore, quoique la chaleur n'augmente plus, elle s'opére indépendamment de nos ſens, mais ſans ces ſens, il n'y auroit point de chaleur, ainſi la chaleur accompagne quelquefois, mais elle ne cauſe pas la raréfaction.

3.° On dira peut-être que l'air & l'eau augmentent auſſi le volume des corps, & qu'ainſi on ne peut faire de la raréfaction la propriété diſtinctive du feu.

On ne peut nier que l'air & l'eau ne faſſent cet effet ſur

les corps; mais en augmentant leur volume, ils ne les séparent pas jusques dans leurs parties constituantes, ils ne les font point s'évaporer, se quitter les unes les autres, comme fait le feu, ainsi l'espece de raréfaction qu'ils opérent quelquefois dans les corps, est essentiellement différente de celle qui y est opérée par le feu; peut-être même cette raréfaction de l'air & de l'eau est-elle causée par le feu lui-même, car c'est par le mouvement que l'air & l'eau pénétrent dans les corps, & ce mouvement interne des corps ne leur vient que du feu qu'ils contiennent.

Il est vrai que l'eau glacée augmente son volume, qu'elle surnage l'eau liquide, quoiqu'elle contienne beaucoup moins de feu qu'elle, mais ce phénomene doit être attribué à une cause particuliére dont je parlerai dans la seconde partie de cet ouvrage, en traitant de la congélation de l'eau: ainsi je ne m'étendrai pas davantage ici sur cet article.

4.° On peut dire encore que le feu ne raréfie pas tous les corps, que la corne, la crotte & beaucoup d'autres corps s'endurcissent au feu, y diminuent de volume: or ces effets sont précisément le contraire de la raréfaction, donc la raréfaction ne peut être la propriété universelle du feu, puisqu'il y a des corps dans lesquels il produit des effets tout opposés.

Cette objection tombera d'elle-même, si on fait réflexion que le feu n'endurcit ces corps, & ne les réduit sous un plus petit volume, que parce qu'il les a réellement raréfiés, parce qu'il a fait évaporer l'eau qui étoit entre leurs parties, & qu'alors les parties qui ont résisté à son action, sont d'autant plus compactes, occupent d'autant moins de volume, que le feu a enlevé plus de matiére aqueuse d'entre leurs pores.

5.° Enfin, les rayons de la Lune qui sont du feu, ne raréfient point les corps qu'on leur expose. Mais j'ai prévenu cette objection, en parlant des rayons de la Lune; il y a grande apparence, comme je l'ai dit, qu'il ne nous manque que des instruments assés fins pour nous appercevoir de la raréfaction qu'ils opérent, & de celle des corps qui paroissent.

ſe plus ſe réfuſer à cette action univerſelle du feu, comme le ſable, &c.

Il eſt donc certain que le feu raréfie tous les corps qu'il pénétre ; cette raréfaction paroît être une des loix primitives de la Nature, un des reſſorts du Créateur, & l'effet pour lequel le Feu a été créé. Sans lui tout ſeroit compact dans la Nature; tous les corps s'uniroient par la force qui les porte les uns vers les autres, ſi le Feu ne s'oppoſoit ſans ceſſe à leur adunation, & il ne peut s'y oppoſer que par la raréfaction; toute fluidité, & peut-être toute élaſticité, toute électricité vient de lui; enfin, ſans cet agent univerſel, ſans ce ſouffle de vie que Dieu a répandu ſur ſon ouvrage, la Nature languiroit dans le repos, & l'Univers ne pourroit ſubſiſter un moment tel qu'il eſt.

La raréfaction des corps par le feu, paroît une des loix primitives de la Nature.

Si on oſoit, on diroit qu'il n'y a peut-être que trois ſortes de mouvements dans la Nature, le mouvement de projectile imprimé en ligne droite à tous les globes céleſtes par le Créateur; le mouvement qui porte les corps les uns vers les autres, & qui les fait tendre tous perpendiculairement vers un centre; & le mouvement en tout ſens, qui exiſte entre les parties internes des corps. Le feu paroît être la cauſe de cette troiſiéme ſorte de mouvement, ce mouvement dépend du feu que les corps contiennent dans leurs pores, ainſi que leur tendance vers un centre dépend de la quantité de leur matiére; c'eſt pourquoi il n'y a aucun corps qui ne contienne du feu, comme il n'y en a point qui étant abandonné à lui-même, ne tende vers le centre de la terre (ſi vous en exceptés le feu lui-même.

Trois ſortes de mouvemens dans l'Univers.

La rotation des Planetes ſur leur axe eſt le ſeul phénomene de la Nature qui paroiſſe n'être l'effet d'aucun de ces trois mouvements; peut-être eſt-il la ſuite des deux premiers, il eſt très-poſſible que le Créateur ait imprimé à chaque partie ſolide de la matiére, à chaque atome indiviſible, un mouvement de projectile, comme il lui a donné la tendance vers un centre. Tous les atomes de chaque globe, en obéiſſant à ces deux directions, tourneroient dans des courbes infiniment,

Conjectures ſur la rotation des Planetes.

petites, de même que le globe entier tourne autour du Soleil, & le mouvement de ce globe autour de son centre résulteroit de ce mouvement particulier de tous les atomes qui le composent. Ce n'est pas ici le lieu d'examiner la possibilité de cette supposition, mais soit que la rotation des Planetes autour de leur centre se puisse expliquer par ce méchanisme, soit qu'il faille avoir recours pour cela à la volonté libre du Créateur, soit qu'elle soit causée par la fermentation violente d'un feu renfermé dans les entrailles de ces globes, il n'en est pas moins certain que tous les autres phénomenes de la Nature peuvent être déduits des trois sortes de mouvements, de l'existence desquels nous sommes certains ; sçavoir, le mouvement de projectile des corps célestes en ligne droite, la tendance de tous les corps vers un centre en ligne perpendiculaire, & le mouvement *quaquaversum* dont le feu paroît être le principe*: ainsi loin que le mouvement soit la cause du feu, comme quelques Philosophes l'ont pensé, le feu est au contraire la cause du mouvement, ou (pour m'exprimer avec plus d'exactitude) d'une des directions du mouvement.

C'est ici le lieu d'examiner les raisons qui prouvent que le feu n'est pas le résultat du mouvement, mais qu'il est un être simple qui ne se produit & ne s'altére par aucune cause.

III.

Si le mouvement produit le Feu.

Le mouvement ne produit point le feu.

1.° Si le feu étoit le résultat du mouvement, tout mouvement violent produiroit du feu, mais des vents très-forts, comme le vent d'Est ou du Nord, loin de produire l'inflammation de l'air & de l'atmosphere qu'ils agitent, produisent au contraire un froid dont toute la Nature se ressent, & qui est souvent funeste aux biens de la terre.

2.° Si le mouvement produisoit le feu, l'eau froide

* Je ne parle ici que des mouvements méchaniques, & non de celui que les créatures organisées ont le pouvoir de commencer.

ſecouée avec force, s'échaufferoit; mais c'eſt ce qui n'arrive point, du moins d'une façon ſenſible, & ſi elle s'échauffe, c'eſt fort difficilement.

3.° Nous avons dans la Chimie des fermentations qui font baiſſer le Thermometre, il eſt vrai que dans ces fermentations, les parties ignées s'évaporent, puiſque la vapeur que le mêlange exhale eſt chaude, ainſi ces fermentations mêmes ſont cauſées par le feu qui ſe retire des pores des liqueurs, mais il n'en eſt pas moins vrai que la quantité de feu eſt diminuée dans les corps qui fermentent, & dont les parties ſont cependant dans un mouvement très-violent: donc le mouvement de ces liqueurs les a privées du feu qu'elles contenoient, loin d'en avoir produit. Ce qui prouve encore ce que j'avance, c'eſt que dans ces fermentations, le mêlange ſe coagule dans quelques endroits, preuve certaine que le feu qui ſe retire de ces liqueurs, eſt cauſe que leurs particules s'uniſſent avec plus de force, comme le ſçavant M. Geoffroy l'a très-bien remarqué.

4.° Les rayons de la Lune, qui ſont dans un très-grand mouvement, ne donnent aucune chaleur.

5.° L'eau qui bout n'augmente plus ſa chaleur, & cependant il faut bien que le mouvement de ſes parties augmente, puiſqu'elles s'évaporent.

Tentamina Florentina.

6.° Un mêlange de Sel ammoniac & d'huile de Vitriol produit une fermentation qui fait baiſſer le Thermometre, mais ſi on y jette quelques gouttes d'Eſprit de Vin, l'effervescence ceſſe, & le mêlange s'échauffe, & fait alors hauſſer le Thermometre. Voilà donc un cas dans lequel le mouvement étant diminué, la chaleur a augmenté: donc le mouvement ne produit point le feu.

Le feu ne ſe forme de rien, & ne ſe change en rien.

7.° Si le Feu n'étoit pas un être à part, s'il étoit le réſultat du mouvement, & qu'il convertît les autres corps en ſa ſubſtance, il ſeroit en plus grande quantité dans certains corps que dans d'autres, ſelon qu'ils contiendroient plus ou moins de particules propres à le produire; mais tous les corps contiennent également du feu dans le même air (comme je

le prouverai dans la ſuite) : donc on eſt obligé de conclurre que le Feu eſt un être à part, qui ne ſe forme de rien, & qui ne ſe change en rien.

I V.

Si le Feu a toutes les propriétés primordiales de la matiére.

Mais quel eſt cet être? a-t-il toutes les propriétés primordiales de la matiére? enfin ce puiſſant agent eſt-il matiére? ou bien doit-on le regarder comme un être d'une eſpece particuliére? Voilà ce que toute la ſagacité des Boyle, des Muſſchenbroek, des Boërhave, des Homberg, des Lémery, des S'graveſende, &c. n'a pû encore décider.

Non noſtrum inter vos tantas componere lites.

Il ſemble qu'une vérité qui a échappé aux recherches de ces grands hommes, ne ſoit pas faite pour l'humanité. Quand il s'agit des premiers principes de la Nature, il n'y a guéres que des conjectures & des vrai-ſemblances qui nous ſoient permiſes. Le Feu paroît être un des reſſorts du Créateur, mais ce reſſort eſt ſi fin qu'il ne peut être apperçû par nos foibles yeux.

Le feu eſt étendu, diviſible, &c.

Nous voyons clairement dans le feu quelques-unes des propriétés de la matiére, l'extenſion, la diviſibilité, &c. Il n'en eſt pas de même de l'impénétrabilité & de la tendance vers un centre, on peut très-bien douter ſi le feu poſſède ces deux propriétés de la matiére.

Il eſt certain que Dieu a pû créer une infinité d'êtres qui ne ſont ni eſprit, ni matiére, ainſi l'eſpace (dont l'exiſtence eſt au moins poſſible) l'eſpace, dis-je, n'eſt ni eſprit, ni matiére, quoiqu'il ait quelques-unes des propriétés de ces deux êtres; car il eſt étendu comme la matiére, mais il n'eſt ni mobile, ni impénétrable comme elle, il eſt impalpable comme l'eſprit, mais il n'eſt point incommenſurable comme lui, &c. Voilà donc un être d'une nature mitoyenne entre l'eſprit & la matiére, qui ſemble nous indiquer qu'il exiſte une

une infinité de ſubſtances dans l'Univers, qui ne ſont ni eſprit ni matiére, & que la grande chaîne des êtres n'échappe à notre vûë, que parce qu'elle s'étend beaucoup au de-là : or pourquoi le feu ne ſera-t-il pas du nombre de ces ſubſtances ? Il n'y a aſſûrément nulle contradiction à le ſuppoſer, c'eſt donc à l'expérience à décider cette grande queſtion, & à nous apprendre ſi le feu eſt grave & impénétrable ; car s'il lui manque une de ces deux propriétés de la matiére, il n'eſt point matiére ; l'impénétrabilité & la tendance vers un centre étant les deux principales propriétés qui diſtinguent la matiére, de l'eſpace pur.

Mais il n'eſt peut-être ni grave, ni impénétrable.

V.

Le Feu eſt-il impénétrable ?

Il paroît également difficile de nier & d'admettre cette propriété dans le feu ; voici quelques-unes des raiſons qui peuvent faire douter de ſon impénétrabilité.

Raiſons qui peuvent faire douter de l'impénétrabilité du feu.

1.° Nous voyons à travers un trou fait dans une carte par une épingle, la quatriéme partie du ciel & tous les objets qui ſont entre l'horiſon & nous dans cet eſpace : or nous ne pouvons voir un objet que chaque point viſible de cet objet n'envoye des rayons à nos yeux, ainſi la quantité prodigieuſe de rayons qui paſſent à travers ce trou d'épingle, & qui s'y croiſent ſans ſe confondre, & ſans apporter aucune confuſion dans notre vûë, étonne l'imagination, & l'on eſt bien tenté de croire qu'un corps qui paroît ſe pénétrer ſi facilement, n'eſt point impénétrable.

2.° Le feu le plus puiſſant que les Hommes ayent raſſemblé juſqu'à préſent, c'eſt celui du foyer du grand miroir du Palais Royal, ou du miroir de Lyon, & cependant on voit le plus petit objet diſcernable à travers le cône lumineux qui va fondre l'Or dans ce foyer, ſans que cette épaiſſeur de rayons qui eſt entre l'objet & l'œil, affoibliſſe en rien l'image de cet objet.

3.° Une bougie porte ſa lumiére dans une ſphere d'une

demi-lieuë de rayon ; or de quelle petiteſſe incroyable les particules qui éclairent tout cet eſpace doivent-elles être, puiſqu'elles ſont toutes contenuës dans cette bougie? il eſt difficile de les y concevoir, ſi elles ne ſe pénétrent pas.

4.° M. Newton a démontré aux yeux & à l'eſprit, que les couleurs ne ſont autre choſe que les différents rayons colorés, il faut donc pour que nous voyions les objets, que chaque rayon élémentaire ſe croiſe en paſſant dans la prunelle, ſans jamais ſe confondre, & ſans que le rayon bleu prenne la place du verd, ni le rouge celle de l'indigo, &c. ce qui paroît preſque impoſſible, ſi les rayons ſont impénétrables.

5.° Le Verre qui tranſmet la lumiére, a bien moins de pores que la Mouſſeline qui la réfléchit preſque entiérement. Les pores du papier huilé qui tranſmettent les rayons, ſont bien moins grands que ceux du papier ſec à travers leſquels ils ne trouvent point de paſſage : donc ce n'eſt point la grandeur, ni la quantité des pores d'un corps qui le rendent perméable à la lumiére, puiſque le moyen de rendre les corps tranſparents, c'eſt de remplir leurs pores : donc il eſt bien vrai-ſemblable que le feu n'eſt point impénétrable, puiſqu'il pénétre les corps indépendamment de leurs pores.

Mais ces raiſons qui peuvent faire douter de l'impénétrabilité du feu, ſe trouvent combattuës par d'autres raiſons très-fortes.

Raiſons en faveur de l'impénétrabilité du feu.

1.° Les rayons du Soleil font changer de direction à la fumée, & réunis par un verre ardent, ils fondent l'Or & les Pierres, & font faire des vibrations à un reſſort de Montre que l'on a placé à moitié détendu dans le foyer de ce verre; or on ne voit pas comment il ſeroit poſſible que le feu agît ſi puiſſamment ſur des corps auſſi durs & auſſi denſes que l'Or & les Pierres, ni comment il pourroit faire faire des vibrations à ce reſſort de Montre, s'il ne réſiſtoit à l'effort que font ces corps pour s'oppoſer à ſon action : donc il faut que les parties conſtituantes du feu ſoient dures, qu'elles ne ſoient point pénétrables, puiſqu'elles opérent tous ces effets.

On peut répondre à cela que l'ame n'eſt pas un corps

ſolide, qu'elle n'eſt pas impénétrable, & qu'elle fait cependant remuer notre corps qui eſt compoſé de parties qui réſiſtent. Les Newtoniens pourroient encore adjoûter, que l'attraction n'eſt pas un corps, & qu'elle agit pourtant ſur la matiére, qu'elle ſe proportionne aux maſſes, &c. enfin que tout ce qui agit ſur les corps, n'eſt pas corps, puiſque Dieu certainement n'eſt pas matiére, & qu'il agit cependant ſur la matiére.

Réponſes à ces raiſons.

2.° Les rayons ſe réfléchiſſent de deſſus les corps pour venir à nos yeux, or la réflexion emporte néceſſairement l'élaſticité du corps qui réfléchit : donc, puiſque les rayons réfléchiſſent, il faut qu'ils ſoient compoſés de parties ſolides.

Mais on peut répondre encore que M. Newton a démontré que ce n'eſt point en rebondiſſant de deſſus les parties ſolides des corps, que la lumiére ſe réfléchit, & que par conſéquent la réflexion de la lumiére ne prouve point l'impénétrabilité du feu, que même ce phénomene de la réflexion prouve que la lumiére n'eſt point impénétrable; car comment le rayon perpendiculaire retournera-t-il après la réflexion, par la ligne ſelon laquelle il étoit tombé, ſi dans cette ligne il rencontre une continuation de lui-même, qui lui réſiſtera par les parties ſolides, & l'empêchera par conſéquent de retourner par la ligne déja décrite? Si on dit que ce rayon ne décrira pas tout-à-fait la même ligne, mais qu'il ſe détournera un peu, outre que ce ſeroit détruire un axiome d'Optique, qui paſſe pour inconteſtable, je demande quelle ſeroit la raiſon de cette déclinaiſon du rayon, & ce qui le détermineroit à décliner plûtôt à gauche qu'à droite? Si l'on me répond enfin, que l'extrême poroſité que le Microſcope découvre dans les corps ſoûmis à nos recherches, nous porte à croire que la ténuité des parties conſtituantes du feu peut ſuffire pour opérer la réflexion du rayon perpendiculaire, & tous les phénomenes de la lumiére qui étonnent le plus notre eſprit, & qui pourroient nous faire douter de l'impénétrabilité du feu : je demande comment on peut concevoir qu'un rayon compoſé d'un million de pores qui ſéparent ſes

parties ſolides, puiſſe venir du Soleil à nous en ligne droite, ſans être interrompu & ſans ſe confondre avec des milliaſſes d'autres rayons de différentes couleurs qui émanent en même temps que lui du Soleil?

On eſt donc obligé d'avouer que l'impénétrabilité du feu eſt bien loin d'être démontrée, & il eſt de plus très-poſſible que ſi le feu eſt impénétrable, il ne le ſoit pas de la même façon que la matiére; il y a peut-être mille maniéres d'être impénétrable, ſolide, d'agir ſur la matiére, &c. Ce n'eſt pas à nous, qui ne ſommes que d'hier, à borner la puiſſance du Créateur.

V I.

Sçavoir ſi le Feu tend vers le centre de la Terre.

Les Philoſophes conviendront ſans doute que la ſolidité, l'impénétrabilité (quand même elle appartiendroit au feu) n'emporte point avec elle la neceſſité d'une tendance vers le centre de la terre: or je me propoſe ſeulement d'examiner ici ſi le feu a cette tendance qui appartient à tous les corps, quelle qu'en puiſſe être la cauſe.

C'eſt encore à l'expérience, ce grand maître de Philoſophie, à nous apprendre ſi le feu tend vers le centre de la terre.

Les Philoſophes ſont partagés ſur cette matiére.

Mais l'expérience elle-même nous laiſſe ici dans l'incertitude, les mains les plus exercées, les Philoſophes les plus éclairés, ont fait ſur cette peſanteur du Feu, des expériences entiérement oppoſées.

Je me contenterai d'examiner celle de M. Homberg ſur le poids du régule d'Antimoine calciné au Verre ardent, & celle de M. Boërhave ſur le poids du Fer enflammé.

M. Homberg rapporte que 4 onces de régule d'Antimoine expoſées à un pied & demi du véritable foyer du miroir du Palais Royal, augmentérent de 3 dragmes, & de quelques grains pendant leur calcination, c'eſt-à-dire, environ d'un dixiéme; mais qu'ayant été miſes enſuite en fuſion au

véritable foyer, elles perdirent ce dixiéme acquis, & un huitiéme de leur propre poids.

M. Boërhave, au contraire, ayant pesé 8 livres de Fer ne trouva aucune différence de poids entre le Fer enflammé & le Fer absolument froid.

Il y a plusieurs remarques à faire sur ces expériences.

Examen de l'expérience de M. Homberg, sur la calcination de l'Antimoine au verre ardent.

1.° Pendant tout le temps de la calcination de l'Antimoine, on fut obligé de le remuer avec une spatule de fer: or il est très-possible que la chaleur ait détaché quelques particules de cet instrument, lesquelles s'étant jointes au régule, auront augmenté son poids. Les sels & les soufres dont l'air est toûjours chargé, auront pû s'unir aussi à l'Antimoine par l'action du feu, & à la faveur de ce mouvement continuel de la spatule avec laquelle on le remuoit; ainsi on est bien loin d'être sûr que le feu seul ait augmenté son poids, car si le feu est le plus subtil dissolvant de la Nature, il est aussi le plus puissant agent pour unir les corps.

2.° Ce qui confirme cette conjecture, c'est que les corps qui augmentent le plus leur poids par le feu, sont ceux qu'on remuë pendant leur calcination, & qu'ils perdent tout le poids acquis, & même de leur propre substance, lorsqu'on les remet en fusion. Boyle lui-même, convient que l'agitation continuelle pendant la calcination, est ce qui contribuë le plus à augmenter l'action du feu sur les corps.

3.° L'Antimoine de M. Homberg ayant été mis en fusion au véritable foyer, perdit tout le poids acquis, & encore un huitiéme de son propre poids: or si c'étoit les particules de feu qui avoient augmenté son poids dans la calcination, comment se peut-il qu'il ait perdu ce poids au véritable foyer? un nouveau feu n'auroit-il pas dû produire au contraire une nouvelle augmentation, & n'est-il pas vrai-semblable que le feu du foyer étant plus violent que celui auquel on l'avoit calciné, sépara les parties hétérogenes qui s'étoient unies au régule d'Antimoine pendant la calcination, & que c'étoit ces parties hétérogenes qui avoient augmenté son poids; car je ne vois nulle raison pour laquelle ce dernier feu étant

plus violent que le premier, n'auroit pas apporté une nouvelle augmentation de poids à ce régule, si le feu seul avoit été la cause de la premiére.

4.° Tous les Métaux en fusion, perdent de leur poids, & cependant la fusion est l'état dans lequel ils reçoivent la plus grande quantité de feu ; ainsi si le feu augmentoit le poids des corps, il devroit augmenter considérablement celui des métaux en fonte, mais au contraire leur poids diminuë. On sent aisément que cette diminution de poids doit être attribuée aux parties que ce feu violent fait évaporer d'entre les pores de ces métaux, & à l'augmentation de leur volume, mais il n'en est pas moins certain que la plus grande quantité de feu que ces métaux puissent recevoir, n'a point augmenté leur poids,

Examen & confirmation de l'expérience de M. Boërhave sur le poids du Fer enflammé.

5.° Le Fer de M. Boërhave, pendant qu'il étoit tout pétillant de feu, devoit contenir bien plus de particules ignées, que l'Antimoine de M. Homberg, qui avoit été calciné à 18 pouces du véritable foyer du miroir, & cependant ce Fer tout imprégné de feu ne pesoit pas un grain de plus que lorsqu'il étoit entiérement froid. Je ne vois cependant aucune raison pour laquelle si le feu étoit pesant, il n'augmenteroit pas toûjours le poids de tous les corps qu'il pénétre, je puis certifier que cette égalité de poids s'est retrouvée dans des masses de Fer depuis une livre jusqu'à 2000 livres, que j'ai fait peser devant moi toutes enflammées, & ensuite entiérement froides.

Autres expériences sur la pesanteur du feu.

6.° L'augmentation du poids des corps calcinés à travers le verre, est beaucoup moins considérable que celle des corps que l'on calcine en plein air, cependant la même quantité de feu pénétre à travers le verre, puisqu'il produit le même effet sur les corps, & qu'il les calcine ; d'où peut donc venir cette différente augmentation de poids, lorsque la calcination se fait en plein air, ou lorsqu'elle se fait sous le verre, sinon de ce qu'il se joint alors moins de corps étrangers au corps calciné ?

7.° L'Antimoine devient rouge dans la calcination, &

lorſqu'on le met en digeſtion dans de l'Eſprit de Vin, il rend une teinture rougeâtre, & ſe trouve après du même poids qu'avant la calcination : donc cette couleur rougeâtre lui étoit venuë des parties ſulfureuſes que le feu lui avoit uni pendant la calcination, puiſqu'après s'être déchargé de cette teinture, il ſe retrouve du même poids qu'il avoit avant d'être calciné.

8.° M. Boyle, célébre Anglois, eſt un des Philoſophes qui a fait le plus d'expériences ſur la peſanteur du Feu, & toutes concourent à l'établir.

Mais cependant tout ſon Traité *De Flammæ ponderabilitate*, prouve ſeulement que la flamme peſe, & que ſes parties pénétrent à travers les pores du verre, mais cela ne conclut rien pour la peſanteur des parties élémentaires du Feu.

9.° Le même Boyle rapporte* qu'une once de corne de Fer perdit au feu ſix ou ſept grains de ſon poids, & qu'une once de Zinc* y perdit cinq grains, & plus.

* *Page 8.*

* *Page 39.*

10.° Du Charbon enfermé hermétiquement dans une boîte de Fer, & expoſé pendant quatre heures à un feu très-violent, a diminué de 4 onces environ ſur 4 livres, & j'ai été témoin de cette expérience.

M. Boulduc aſſûre que l'Antimoine calciné dans un vaſe de terre, diminuë de poids, bien-loin d'augmenter.

M. Hartſoëker, de ſon côté, ayant tenu de l'Etain pendant des heures entiéres, & du Plomb pendant pluſieurs jours de ſuite dans le foyer d'un Verre ardent, ne trouva aucune augmentation dans le poids de ces métaux.

Le célébre Boërhave rapporte qu'ayant tenu du Plomb dans un fourneau de digeſtion pendant trois ans, à un feu de 84 degrés, & l'ayant expoſé pendant quatre heures au feu de ſable, le Plomb n'augmenta nullement de poids ; cependant ſi les expériences varient, c'eſt une preuve certaine que ce n'eſt point le feu qui augmente le poids des corps, car s'il l'augmentoit une fois, il l'augmenteroit toûjours. Mais ſi l'on attribuë cette augmentation à l'intromiſſion de quelques corps hétérogenes dans les pores des corps que l'on

exposé au feu, on conçoit aisément que les différentes circonstances de l'opération peuvent changer ces effets ; voilà pourquoi de toutes les expériences répétées sur le poids du feu, aucune n'est entiérement la même. L'augmentation que le même feu cause dans les mêmes corps est tantôt plus grande, tantôt moindre, comme on peut s'en convaincre en lisant les expériences de Boyle, ou en opérant soi-même ; ce qui prouve bien que ce n'est pas à une cause aussi invariable que le feu, qu'il faut attribuer l'augmentation du poids des corps.

11.° Si le feu tend vers le centre de la terre, il doit, près du Soleil, tendre vers le centre du Soleil : or comment cet énorme globe par la seule rotation sur son axe, pourroit-il envoyer ses rayons avec une si prodigieuse vîtesse, non-seulement jusqu'à nous, mais jusqu'aux Etoiles fixes, s'ils lui résistoient par leur tendance vers son centre ? Il paroît donc que la propagation de la lumiére seroit impossible, si le feu étoit pesant.

Si le feu pese, son poids ne peut pas être sensible pour nous.

12.° Mais je crois de plus qu'il est démontré que si les rayons du Soleil, si le feu pese, son poids ne peut se faire sentir à la grossiéreté de nos instruments, & qu'ainsi toutes les expériences dans lesquelles on a cru le trouver pesant, ne doivent rien prouver.

Celle de M. Homberg dont j'ai parlé, fournit elle-même cette démonstration par le poids très-sensible dont il trouva son Antimoine augmenté : cette augmentation étoit environ d'un dixiéme, & même de beaucoup plus, si l'on fait attention que l'Antimoine avoit perdu la huitiéme partie de son poids par la fumée très-épaisse qu'il avoit rendu pendant la calcination, & que non-seulement le feu avoit augmenté son poids d'un dixiéme, mais qu'il avoit encore suppléé au huitiéme perdu par l'évaporation.

Or tout le feu que le Soleil envoye sur tout notre hémisphere pendant une heure du jour le plus chaud de l'Eté, doit peser à peine ce que M. Homberg suppose qu'il en étoit entré dans son régule d'Antimoine : en voici, si je ne me trompe, la démonstration.

On

Démonſtration de la propoſition précédente, tirée de la vîteſſe & des effets des rayons du Soleil.

On connoît la vîteſſe des rayons du Soleil depuis les obſervations que M.rs Huguens & Roëmer ont faites ſur les Eclipſes des Satellites de Jupiter, cette vîteſſe eſt environ de 7 à 8 minutes pour venir du Soleil à nous : or, on trouve par le calcul, que ſi le Soleil eſt à 24000 demi-diametres de la Terre, il s'enſuit que la lumiére parcourt en venant de cet Aſtre à nous, mille millions de pieds par ſeconde en nombres ronds; & un Boulet de Canon d'une livre de balle pouſſé par une demi-livre de Poudre, ne fait que 600 pieds en une ſeconde, ainſi la rapidité des rayons du Soleil ſurpaſſe en nombres ronds 1666600 fois celle d'un boulet d'une livre.

Or l'effet de la force d'un corps étant le produit de ſa maſſe par ſa vîteſſe*, un rayon qui ne ſeroit que 1666600 moins peſant qu'un boulet d'une livre, feroit le même effet que le Canon, & un ſeul inſtant de lumiére détruiroit tout l'Univers; & je ne crois pas que nous ayons de *minimum* pour aſſigner l'extrême tenuité d'un corps qui n'étant que 1666600 fois moins peſant qu'un boulet d'une livre, feroit de ſi terribles effets, & dont des millions de milliars paſſent à travers un trou d'épingle, pénétrent dans les pores d'un Diamant, & frappent ſans ceſſe l'organe le plus délicat de notre corps ſans le bleſſer, & même ſans ſe faire ſentir.

13.° La voye dont M.rs Huguens & Roëmer ſe ſont ſervis pour découvrir le mouvement de la lumiére, & pour déterminer la vîteſſe avec laquelle elle nous vient du Soleil, étant une voye de comparaiſon, il ſeroit très-poſſible, & il eſt même très-probable que les rayons perdent de leur vîteſſe comme de leur quantité, par la réflexion, & que les différents corps réfléchiſſent la lumiére avec plus ou moins de force ſelon leur différente élaſticité (de quelque façon que la réflexion s'opere) ainſi la lumiére nous vient peut-être

* Mais que ſeroit-ce encore ſi la force d'un corps étoit le produit de ſa maſſe par le quarré de ſa vîteſſe, comme M. Leibnitz, & de très-grands Philoſophes l'ont prétendu, & comme on le croiroit encore, ſans la façon admirable dont M. de Mairan a prouvé le contraire!

beaucoup plus vîte du Soleil & des Etoiles fixes, que de Jupiter : or si la vîtesse étoit plus grande, il faudroit nécessairement pour produire les mêmes effets, que sa masse fût encore moindre que je ne l'ai supposée dans le calcul précédent.

14.° L'expérience du trou d'épingle (que l'on trouveroit bien admirable, si elle étoit moins commune) fournit elle seule une démonstration de l'excessive tenuité des rayons; car regardés à travers ce trou pendant un jour entier, vous verrés toûjours les mêmes objets, & aussi distinctement : donc il vient à chaque moment indivisible, des rayons de tous les points de ces objets, frapper votre rétine : or il faut de deux choses l'une, ou que ce ne soit pas les rayons du Soleil qui ayent augmenté le poids de l'Antimoine de M. Homberg, ou qu'il entrât pendant ce jour dans vos yeux plusieurs onces de feu, puisqu'il y entreroit plus de rayons qu'il n'en pouvoit être entré dans le régule d'Antimoine pendant sa calcination. Mais s'il entroit cette quantité de feu dans nos yeux en un jour, combien y en entreroit-il en une semaine, en un mois, &c. que deviendroit cette matiére ignée, si elle étoit pesante? Je crois donc qu'il est démontré en rigueur, par la façon dont nous voyons, par les phénomenes de la lumiére, & par les loix primitives du choc des corps, que (supposé que le feu pese, ce que je ne crois pas) nous ne pouvons nous appercevoir de son poids, & que si tous les rayons que le Soleil envoye sur notre hémisphere pendant le plus long jour de l'Eté, pesoient seulement 3 livres, nos yeux nous seroient inutiles, l'Univers ne pourroit soûtenir un moment de lumiére, tous les germes seroient détruits, & le poids de la Terre devroit être si considérablement augmenté par la lumiére depuis qu'elle existe, que toute l'œconomie de cet Univers seroit intervertie.

Argument de M. Musschenbroek, en faveur de la pesanteur du feu.

15.° Le sçavant M. Musschenbroek fait en faveur de la pesanteur du Feu, un argument qui paroît très-fort. *Le Fer ardent que vous pesez, dit-il, vous le pesez dans l'air qui est un fluide, or le feu ayant augmenté le volume de ce Fer par la*

raréfaction, il devroit peser moins dans l'air lorsqu'il est chaud, & que son volume est plus grand, que lorsqu'il s'est contracté par le froid, & que son volume est diminué, & vous ne trouvés le même poids dans le Fer refroidi, que parce que le feu avoit réellement augmenté le poids du Fer enflammé; car s'il ne l'avoit pas augmenté, vous auriés dû trouver votre Fer moins pesant lorsqu'il étoit tout rouge, que lorsqu'il étoit refroidi.

Réponse à cet argument.

Cet argument seroit invincible, si l'on étoit sûr qu'aucun autre corps que le feu ne se fût introduit dans le Fer enflammé; mais on est bien loin d'en être sûr, car s'il peut se mêler des corps étrangers aux corps calcinés par les rayons du Soleil (le feu le plus pur que nous connoissions) combien à plus forte raison pourra-t-il entrer de particules de bois ou de charbon dans les corps qu'on expose au feu ordinaire? Ainsi on sent aisément qu'en réfutant l'expérience de M. Homberg, j'ai compté réfuter celles des Boyle, des Lémery, & toutes celles enfin qu'on a faites sur les corps augmentés de poids par le feu; cette augmentation que le feu d'ici-bas cause dans les corps, devroit même être fort sensible par la quantité de particules hétérogenes qu'il doit introduire dans leurs pores, & elle n'est imperceptible dans quelques-uns, que parce qu'ils perdent beaucoup de leur propre substance par l'action du feu, & que leur pesanteur spécifique diminuë par la raréfaction.

16.° Une réflexion très-singuliére, c'est que nous voyons le plus petit grain de sable, & que nous ne voyons point les rayons du Soleil, quelque denses qu'ils soient, à moins qu'ils ne soient réfléchis par quelque corps. Vous voyés un rond lumineux au foyer du Verre ardent, quand vous recevés ses rayons sur une carte, mais la pointe du cône lumineux qui va se réunir sur cette carte, & la consumer, est entiérement invisible à vos yeux : or si le cône lumineux entier du Verre ardent, pesoit autant que le plus petit grain de sable, nous le devrions voir. Donc, &c.

17.° Les espaces célestes sont remplis de lumiére, or il faut, ou que la lumiére ne soit pas un corps solide, ou que

ſes particules ſoient d'une fineſſe qui doit ſouſtraire leur poids à nos recherches ; car ſi la lumiére apportoit la moindre réſiſtance au mouvement des Corps céleſtes, on s'appercevroit des dérangements cauſés par cette réſiſtance : donc le Feu ne peſe point, ou s'il peſe, il eſt impoſſible que ſon poids ſoit jamais ſenſible pour nous, puiſqu'il ne dérange pas ſenſiblement l'œconomie de notre monde planétaire dont il remplit tous les eſpaces.

V I I.

Quelles ſont les propriétés propres & diſtinctives du Feu.

Le feu tend naturellement en en-haut.

Mais ſi après avoir examiné les expériences de la peſanteur du Feu, on vient à conſidérer la nature & les propriétés diſtinctives de cet être, on ne peut s'empêcher de reconnoître que loin d'avoir cette tendance vers le centre de la terre, que l'on remarque dans les autres corps, il fuit au contraire toûjours ce centre, & que ſon action ſe porte naturellement en en-haut.

L'Académie de Florence a découvert cette tendance du Feu en en-haut, par une expérience qui ne permet plus aux Philoſophes de ſe méfier de leurs ſens, quand ils voyent la flamme monter, & l'action du feu ſe porter toûjours en haut.

Deux Thermometres, l'un droit, & l'autre renverſé, ayant été mis dans un tube de Verre, & deux globes de Fer, rouges & égaux, approchés à égale diſtance de ce tube, le Thermometre qui étoit droit, hauſſa ſenſiblement plus que celui qui étoit renverſé. Je ne rapporte point le procedé de cette expérience, ni les autres circonſtances qui l'accompagnent, on peut la voir dans les *Tentamina Florentina,* mais toutes ces circonſtances concourent à prouver que le feu tend naturellement en haut, loin d'avoir aucune tendance vers le centre de la terre.

Cette tendance du feu en haut, loin de détruire l'équilibre auquel il tend par ſa nature, eſt un effet de cette propriété

qui le porte à ſe répandre également dans tout l'eſpace, il tend ſans ceſſe à ſe dégager des pores des corps, & à ſe répandre en haut où il n'y a point d'atmoſphere, & où il peut s'étendre également de tous côtés ſans obſtacle ; car l'atmoſphere contribuë infiniment à la chaleur dans laquelle nous vivons, ainſi que le froid qu'il fait ſur les hautes Montagnes le prouve.

Une expérience bien ſimple, & que j'ai répétée ſouvent, prouve encore cette tendance du feu en haut.

Si vous mettés une aſſiette ou une planche ſur un de ces grands cylindres de Verre qui ſervent l'Eté à couvrir les bougies, & que vous laiſſiés une bougie allumée ſous ce cylindre couvert, il eſt certain que la chaleur de la flamme doit à tout moment raréfier l'air renfermé dans ce verre : donc ſi la flamme montoit par ſa ſeule legereté ſpécifique (comme on le prétend) on la devroit voir à tout moment s'arrondir & perdre ſa figure conique, puiſque cet air renfermé dans le cylindre, ſe raréfie à chaque inſtant, mais c'eſt ce qui n'arrive point : la flamme conſerve cette figure conique juſqu'au moment auquel elle s'éteint, & lorſqu'elle eſt très-diminuée de hauteur, & prête à s'éteindre, on voit toûjours ſa pointe tendre en en-haut.

Pourquoi la flamme monte dans un air très raréfié.

La cauſe de ce phénomene eſt que la flamme de cette bougie contient aſſés de feu pour qu'il puiſſe s'oppoſer à la tendance naturelle de cette flamme vers le centre de la terre, & qu'il la fait monter alors par cette ſupériorité de force, indépendamment de la peſanteur ſpécifique de l'air ; il ne feroit peut-être pas le même effet ſur toutes les flammes, car il y en a qui contiennent bien moins de particules de feu l'une que l'autre.

La legereté ſpécifique de la flamme eſt aſſûrément une des cauſes qui fait qu'on ne la voit jamais tendre en embas, c'eſt auſſi cette legereté ſpécifique qui fait monter la fumée ; mais les particules de feu que la flamme & la fumée contiennent, contribuent à cette tendance en en-haut.

La fumée qui eſt la même choſe que la flamme, deſcend

Pourquoi la fumée descend dans le vuide.

Tentamina Florentina.

dans le vuide, parce qu'elle est composée des particules que le feu a détachées des corps, & que ces particules, quoique très-legeres, ont cependant la tendance de la matiére vers le centre de la terre : donc la résistance de l'air étant ôtée, & la pesanteur de ces particules surpassant la force du feu, elles doivent tendre en embas ; mais si vous augmentés la quantité du feu, en approchant un charbon du récipient, alors la fumée monte par cette supériorité du feu.

Si le feu tendoit vers le centre de la terre, comme les corps que nous connoissons, ses parties tendroient à s'unir comme les leurs, car la même raison (quelle qu'elle puisse être) qui fait que de deux gouttes d'eau qui se touchent il ne s'en forme qu'une, que deux Marbres posés l'un sur l'autre, ne peuvent être séparés qu'avec peine, &c. (& tous ces effets s'opérent dans le vuide) cette même cause, dis-je, feroit que toutes les parties du feu tendroient toutes l'une vers l'autre, & qu'elles s'uniroient quelquefois : or si elles s'unissoient, leur masse augmenteroit, & leur masse étant augmentée, les effets qu'elles causeroient le seroient infailliblement : aussi on sent aisément par tout ce que je viens de dire, les dérangements qui résulteroient de cette adunation des particules de feu ; or aucun de ces dérangements n'arrive, les effets du feu & de la lumiére sont toûjours les mêmes : donc les particules de feu ne s'unissent pas, & cependant leur adunation seroit inévitable, si le feu étoit pesant : donc il est absolument nécessaire que le feu soit privé de cette propriété de la matiére que nous appellons *pesanteur*, & que ses parties ayent la même tendance à se fuir, que les autres corps ont à s'unir ; ainsi cette tendance du feu *quaquaversum* est non-seulement sa propriété distinctive, mais elle est essentielle à la constitution & à la conservation de l'Univers, c'est par elle que le feu raréfie tous les corps, & qu'il s'oppose à leur adunation, c'est elle enfin qui constituë son essence.

Les parties constituantes du feu ont une tendance à se fuir.

La matiére subtile de Descartes, qui n'augmentoit point le poids des corps, se trouve justifiée par la nature du Feu. Descartes eût trop humilié les autres hommes, s'il se fût

La matiére subtile de Descartes est justifiée par la nature du feu.

contenté d'obſerver la Nature, & qu'il n'eût imaginé jamais.

M. Geoffroy a fait une expérience dans laquelle on voit à l'œil, l'effort que le feu fait ſur les corps pour écarter leurs particules les unes des autres. Cet habile Académicien rapporte qu'ayant fait fondre du Fer au Miroir ardent, & ayant ramaſſé les étincelles qu'il jettoit, il trouva que c'étoit autant de petits globes de fer creux ; avec quelle force le feu n'avoit-il pas dû s'oppoſer à la tendance mutuelle des parties de ce fer, puiſqu'il les avoit écartées à ce point?

Le feu eſt l'antagoniſte de la peſanteur, loin d'y être ſoûmis.

Le Feu eſt donc l'antagoniſte perpétuel de la peſanteur, loin de lui être ſoûmis, & il la combat avec une force ſi puiſſante, que s'il n'y avoit pas des atomes ſolides dans l'Univers, des particules phyſiquement indiviſibles, tout ſe diſſiperoit par l'action du feu, les ſeuls éléments des corps lui réſiſtent; ainſi tout eſt dans la Nature dans de perpétuelles oſcillations de dilatation & de contraction par l'action du feu ſur les corps, & la réaction des corps qui s'oppoſent à l'action du feu par la tendance de leurs parties les unes vers les autres, & nous ne connoiſſons point de corps parfaitement durs (ſi ce n'eſt les éléments), parce que nous n'en connoiſſons point qui ne contienne du feu, & dont les parties ſoient dans un parfait repos ; ainſi les anciens Philoſophes qui nioient le repos abſolu, étoient aſſûrément plus ſenſés, peut-être ſans le ſçavoir, que ceux qui nioient le mouvement.

Point de repos dans la Nature.

Le feu conſerve & vivifie tout dans l'Univers.

Sans cette action & cette réaction perpétuelle du feu ſur les corps, & des corps ſur le feu, toute fluidité, toute molleſſe ſeroit détruite, & ſi la matiére étoit privée un moment de cet eſprit de vie qui l'anime, de ce puiſſant agent qui s'oppoſe ſans ceſſe à l'entiére adunation des corps, tout ſeroit compact dans l'Univers, & il ſeroit bientôt détruit. Ainſi non-ſeulement les expériences ne démontrent point la peſanteur du feu; mais vouloir que le feu ſoit peſant, c'eſt détruire ſa nature, c'eſt lui ôter ſa propriété la plus eſſentielle, celle par laquelle il eſt un des premiers reſſorts du Créateur, c'eſt enfin anéantir ſon eſſence, & la fin pour laquelle le Créateur l'a créé.

Le feu est également répandu partout.

Un autre attribut du Feu qui paroît encore n'appartenir qu'à lui, c'est d'être également distribué dans les corps. Les hommes ont dû être long-temps sans doute à se persuader de cette vérité. Nous sommes portés à croire que le Marbre est plus froid que la Laine, nos sens nous le disent, & il a fallu pour nous détromper, que nous créassions, pour ainsi dire, un être pour juger du degré de chaleur répandu dans les corps; cet être, c'est le Thermometre, c'est lui qui nous a appris que les matiéres les plus compactes & les plus legeres, les plus spiritueuses & les plus froides, le Marbre & les Cheveux, l'Eau & l'Esprit de Vin, le Vuide & l'Or, tous les corps enfin (excepté les créatures animées) contiennent dans un même air la même quantité de feu. Il suit de cette propriété du Feu, 1.° Que tous les corps sont également chauds dans le même air, puisqu'ils font tous le même effet sur le Thermometre. 2.° Que le feu est distribué non selon les masses, mais selon les espaces, puisque l'Or & le Vuide n'en contiennent pas plus l'un que l'autre. 3.° Qu'il n'y a aucun corps qui attire le feu plus qu'un autre, ni qui puisse en retenir une plus grande quantité, puisque dans un même air l'Esprit de Vin n'est pas plus chaud que l'Eau, & qu'ils se refroidissent au même degré.

Tous les corps dans un même air, contiennent également de feu.

Le feu est répandu non selon les masses, mais selon les espaces.

Si nos sens nous disent que la Laine contient plus de feu que le Marbre, notre raison semble nous dire que l'Esprit de Vin en contient plus que l'Eau, il refracte davantage la lumiére, le plus petit feu l'enflamme, il se consume entiérement, il ne se gele jamais; enfin cette liqueur paroît toute ignée, sur-tout lorsqu'elle est devenuë alcohol par la distillation; cependant malgré tous ces phénomenes, le Thermometre décide pour l'égalité, & effectivement on ne voit pas comment l'Esprit de Vin pourroit contenir plus de feu que les autres corps, sans que le Thermometre nous en fît appercevoir; on ne peut dire que c'est parce que cette plus grande quantité de feu est en équilibre avec les parties de l'Esprit de Vin, comme une moindre quantité de feu est en équilibre avec celles de l'Eau, & que quand

L'Esprit de vin ne contient pas plus de feu que l'eau.

l'action

l'action & la réaction sont égales, c'est comme s'il n'y avoit point d'action. Car on supposeroit une chose entiérement contraire à tout ce que nous connoissons de l'action du feu sur les corps, & de la réaction des corps sur le feu; les corps ne résistent à l'action du feu que par leur masse, ou par la cohérence de leurs parties: or l'Esprit de Vin est de tous les liquides celui qui pese le moins (si vous en exceptés l'air) & dont les parties paroissent les moins cohérentes; l'alcohol, qui est encore plus leger que l'Esprit de Vin, est cependant encore plus inflammable que lui; ainsi plus on considére le feu comme un corps qui agit selon les loix du choc sur les autres corps, moins on trouvera vrai-semblable que le corps le plus leger soit de tous les corps celui qui résiste le plus à cette action du feu. Donc il faut convenir que le feu est distribué également dans tout l'espace, sans égard aux corps qui le remplissent. Si l'Esprit de Vin rompt plus la lumiére que des liquides plus denses, s'il ne se gele jamais, cela dépend vrai-semblablement de la contexture & de la disposition de ses pores, & nullement d'une plus grande quantité de feu contenuë dans sa substance, & s'il s'enflamme plus aisément, c'est qu'il contient plus de *pabulum ignis*, & que ses parties sont aisément séparées.

Le Marbre nous paroît plus froid que la Laine, parce qu'étant plus compact, il touche notre main en plus de points, & qu'il prend par conséquent d'autant plus de notre chaleur; ainsi malgré nos sens, & malgré quelques apparences, nous sommes forcés de reconnoître cette égale distribution du feu dans tous les corps.

Le froid artificiel que Faheinrhest a trouvé le moyen de produire, & qui fait baisser le Thermometre à 72 degrés au-dessous du point de la congélation, prouve que dans les plus grands froids que nous connoissions, aucun corps n'est privé du feu, & qu'il habite en tous, & en tout temps.

Le feu tend par sa nature à l'équilibre.

Cette distribution égale du feu dans tous les corps, ce phénomene de l'équilibre auquel il tend par sa nature, dont on a été si long-temps sans s'appercevoir, nous étoit

cependant indiqué par mille effets opérés par le feu, qui ſont ſans ceſſe ſous nos yeux, & auxquels on ne faiſoit aucune attention.

Preuves.

1.° Toutes les parties d'un corps quelconque s'échauffent également, pourvû que le feu ait le temps de le pénétrer; or ſi le feu ne tendoit pas à l'équilibre par ſa nature, il eſt à croire qu'il trouveroit dans ce corps des parties dans leſquelles il pénétreroit plus facilement que dans les autres, ainſi il ſeroit inégalement échauffé; mais c'eſt ce qui n'arrive pas: Donc, &c.

2.° Un corps tout pétillant de feu, auquel on applique un corps froid, perd de ſa chaleur juſqu'à ce qu'il ait communiqué à cet autre corps une quantité de feu qui rétabliſſe l'équilibre entr'eux.

3.° L'Huile de Tartre par défaillance, qui nous paroît ſi ignée, & l'Huile de Térébenthine diſtillée, qui garantit nos corps du froid, & qui nous paroît ſi chaude, ne le ſont pas plus par elles-mêmes que l'Eau pure; car étant mêlées avec de l'Eau, elles ne changent rien à ſa température: ce qui prouve que l'efferveſcence que quelques liqueurs font avec l'Eau, ne vient pas de ce que ces liqueurs contiennent plus de feu qu'elle.

Je parlerai de ces mêlanges dans la ſeconde partie de cet ouvrage.

Cette tendance du feu à l'équilibre, eſt la cauſe de l'échauffement & du refroidiſſement des corps.

4.° Cette tendance du feu à l'équilibre paroît être la cauſe de l'échauffement des corps, car ſans cette indifférence du feu pour une eſpece quelconque, il eſt difficile d'imaginer comment tous les corps pourroient s'échauffer ſi facilement; mais cette tendance du feu *quaquaverſum* fait qu'il eſt aiſé de la raſſembler, & que peu de choſe ſuffit pour rompre ſon équilibre, de même que le moindre poids fait pancher une balance bien juſte.

Cette égale diſtribution de feu ſemble être encore l'unique cauſe du refroidiſſement des corps échauffés, car on ne voit nulle raiſon pour laquelle le Fer tout imprégné de feu, n'en retiendroit pas quelques particules dans ſa ſubſtance,

ni pourquoi aucun corps n'exhale tout le feu qu'il contient; l'équilibre du feu donne la clef de toutes ces énigmes, car cet équilibre demande que tous les corps en contiennent une certaine quantité déterminée. C'est encore cette tendance à l'équilibre, qui fait que l'Huile & l'Esprit de Vin, ces liqueurs si spiritueuses, se refroidissent après l'ébullition au même degré que l'Eau; car comment l'air pourroit-il leur ôter la chaleur qu'elles acquiérent en bouillant, si le feu par lui-même ne tendoit à rétablir l'équilibre entre tous les corps, dès que la cause qui l'avoit rompu, vient à cesser? Les corps se refroidissent également dans le Vuide & dans l'Air; or si le feu ne tendoit pas à l'équilibre, on ne voit aucune raison pour laquelle les corps se refroidiroient dans le Vuide.

5.° Le même feu qui fond l'Or & les Pierres au foyer du Miroir ardent, répand dans l'air une chaleur qui nous est à peine sensible, parce que l'air ne s'oppose pas à l'équilibre du feu comme l'Or & les autres corps, qui, par leur solidité, le retiennent quelque temps dans leurs pores. C'est encore pourquoi le feu du Soleil raréfie l'air supérieur sans l'échauffer sensiblement, car la pression de l'atmosphere n'opposant plus sa résistance au feu, il s'étend sans obstacle, & n'est plus rassemblé en assés grande quantité, pour que nous nous appercevions de sa chaleur; la nécessité de cette pression de l'atmosphere, par la chaleur du feu, se fait voir sensiblement dans l'Eau, qui acquiert un plus grand degré de chaleur en bouillant, à proportion de la plus grande pesanteur de l'atmosphere.

6.° Une preuve de cette indifférence du feu pour tous les corps quelconques, c'est que l'air d'ici-bas, qui est composé de toutes les parties hétérogenes qui se mêlent à lui par les exhalaisons, n'est pas plus échauffé par un même feu dans une partie que dans une autre.

7.° Le Thermometre d'Esprit de Vin, qui est composé d'une liqueur très-spiritueuse, baisse dans les fermentations froides, & hausse dans les chaudes; pourquoi cela? sinon

parce que dans les unes il donne de ſa chaleur aux corps qui fermentent, & que dans les autres il prend de la leur, ce qui n'arriveroit pas ſi le feu ne tendoit à ſe répandre également dans tous les corps.

Une des propriétés inhérentes & diſtinctives du feu, eſt donc d'être également répandu dans tout l'eſpace, ſans aucun égard aux corps qui le rempliſſent, & de tendre à rétablir l'équilibre entr'eux, dès que la cauſe qui l'a rompu vient à ceſſer.

Le feu a reçû le mouvement du Créateur.

Il eſt incapable par ſa nature, d'un repos abſolu.

Il paroit très-vraiſemblable que le Feu a reçû du Créateur une portion de mouvement, ainſi que la matiére, & qu'il eſt capable de plus ou moins de mouvement, ſelon que les corps lui réſiſtent plus ou moins, ou que ſa puiſſance eſt excitée par le frottement, mais que le repos abſolu eſt incompatible avec ſa nature; la direction de ce mouvement imprimé au feu tend également en tous ſens, & c'eſt le feu qui imprime cette eſpéce de mouvement à la matiére, dont toutes les parties internes ſont, par cette action, dans un mouvement continuel, c'eſt ce mouvement qui eſt la cauſe de l'accroiſſement & de la diſſolution de tout ce qui exiſte dans l'Univers; ainſi le feu eſt, pour ainſi dire, l'ame du monde, & le ſouffle de vie répandu par le Créateur ſur ſon ouvrage.

Comment le feu n'étant point matiére, peut cependant ſe mouvoir.

Si on me demande comment le feu, s'il n'eſt point matiére, peut ſe mouvoir, je répondrai que je ne ſçai guéres mieux comment un corps ſe remuë, & que de plus, s'il y a des ſubſtances immatérielles, il faut bien qu'elles ſoient dans l'eſpace; or je ne vois pas pourquoi elles ne ſe remuëroient pas dans cet eſpace où elles ſont. Je n'ai pas d'idée bien nette, à la vérité, de leur mouvement, parce que je n'en ai pas de leur nature, & qu'il n'appartient vraiſemblablement pas à mon être, de la connoître parfaitement; or tout ce que je dis ſur cela de la ſubſtance immatérielle, je le dirai du feu.

VIII.

Conclusion de la première Partie.

Je conclus de tout ce que j'ai dit:

1.° Que la lumiére & la chaleur sont deux effets très-différents & très-indépendants l'un de l'autre, & que ce sont deux façons d'être, deux modes, deux attributs de l'être que nous appellons *Feu.*

2.° Que l'effet le plus universel de cet être, celui qu'il opére dans tous les corps, & dans tous les lieux, c'est de raréfier les corps, d'augmenter leur volume, & de les séparer jusques dans leurs parties élémentaires, quand son action est continuée.

3.° Que le feu n'est point le résultat du mouvement, que c'est une substance simple, que rien ne produit, qui ne se forme de rien, & qui ne se change en rien.

4.° Que le feu a quelques-unes des propriétés primordiales de la matiére, son étenduë, sa divisibilité, &c.

5.° Que l'impénétrabilité du feu n'est pas démontrée, & que supposé qu'il soit impénétrable, il ne l'est peut-être pas de la même façon que la matiére.

6.° Que le feu n'est point pesant, qu'il ne tend point vers un centre, comme tous les autres corps.

7.° Qu'il seroit impossible (supposé même qu'il pesât) que nous pussions nous appercevoir de son poids.

8.° Que le feu a plusieurs propriétés distinctives qui lui sont propres, outre celles qui lui sont communes avec la matiére.

9.° Qu'une de ses propriétés, c'est de n'être déterminé vers aucun point, & de se répandre également, & que ses parties ont la même tendance à se fuir, que celles des autres corps ont à s'unir.

10.° Que c'est par cette propriété qu'il s'oppose sans cesse à l'adunation des corps, & que c'est par elle enfin

qu'il eſt un des reſſorts du Créateur, dont il vivifie & conſerve l'ouvrage.

11.° Que c'eſt le feu qui imprime à la matiére le mouvement *quaquaverſum*, & que cette eſpece de mouvement a été donnée au feu par le Créateur.

12.° Que le feu eſt ſuſceptible de plus ou de moins dans ſon mouvement, mais que le repos abſolu eſt incompatible avec ſa nature.

13.° Que ſa nature eſt de tendre à l'équilibre, qu'il eſt également répandu dans tout l'eſpace, & que dans un même air tous les corps contiennent une égale quantité de feu dans leur ſubſtance, ſi l'on en excepte les créatures qui ont reçû la vie.

14.° Que le feu enfin eſt un être d'une nature mitoyenne, qu'il n'eſt ni eſprit, ni matiére, ni eſpace, & qu'il exiſte peut-être une infinité d'êtres dans l'Univers, qui ſont très-différents de ceux que nous connoiſſons.

Après avoir examiné la nature du Feu & ſes propriétés, il me reſte à examiner les loix qu'il ſuit, lorſqu'il agit ſur les corps d'une façon qui nous eſt ſenſible.



SECONDE PARTIE.

De la Propagation du Feu.

I.

Comment le Feu eſt diſtribué dans les corps.

LE Feu eſt diſtribué ici-bas de deux façons différentes:

1.° Egalement dans tout l'eſpace, quels que ſoient les corps qui le rempliſſent, lorſque la température de l'air qui les contient, eſt égale.

2.° Dans les créatures qui ont reçû la vie, leſquelles contiennent plus de feu que les Végétaux, & les autres corps de la Nature.

Le feu étant répandu par-tout, exerce ſon action ſur toute la Nature, c'eſt lui qui unit & qui diſſout tout dans l'Univers.

Le feu agit ſur toute la Nature.

Mais cet être dont les effets ſont ſi puiſſants dans nos opérations, ſe dérobe à nos ſens dans celles de la Nature, & il a fallu des expériences bien fines, & des réflexions très-profondes pour nous découvrir l'action inſenſible que le feu exerce dans tous les corps.

Si l'équilibre que le feu affecte, n'étoit jamais interrompu, ni dans nous-mêmes, ni dans les corps qui nous entourent, nous n'aurions aucune idée du froid, ni du chaud, & nous ne connoîtrions du feu que ſa lumiére.

Mais comme il eſt impoſſible que l'Univers ſubſiſte, ſans que cet équilibre ſoit à tout moment rompu, nous ſentons preſque à chaque moment les viciſſitudes du froid & du chaud que l'altération de notre propre température, ou celle des corps qui nous environnent, nous font éprouver.

L'action du feu, lorſqu'elle ſe cache, ou lorſqu'elle ſe manifeſte à nous, peut être comparée à la force vive & à la force morte; mais de même que la force du corps eſt ſenſiblement arrêtée ſans être détruite, auſſi le feu conſerve-t-il

dans cet état d'inaction apparente, la force par laquelle il s'oppose à la tendance des corps les uns vers les autres, & le combat perpétuel de cet effort du feu, & de la résistance que les corps lui opposent, produit presque tous les Phénomenes de la Nature.

Ainsi on peut considérer le feu dans trois états différents, qui résultent de la combinaison de ces deux forces.

1.° Lorsque l'action du feu sur les corps, & la réaction des corps sur lui, sont en équilibre; alors c'est comme s'il n'y avoit point d'action, & les effets du feu nous sont insensibles.

2.° Lorsque cet équilibre est rompu, & que la résistance des corps l'emporte sur la force du feu; alors les corps se condensent, une partie du feu qu'ils contiennent est obligée de les abandonner, & ils nous donnent la sensation du froid.

3.° Enfin, lorsque l'action du feu l'emporte sur la réaction des corps; alors les corps s'échauffent, se dilatent, deviennent lumineux, selon que la quantité du feu qu'ils reçoivent dans leur substance est augmentée, ou que la force de celui qu'ils y renferment naturellement est plus ou moins excitée. Si cette puissance du feu passe de certaines bornes, les corps sur lesquels il l'exerce se fondent ou s'évaporent; dans ce cas le feu n'ayant plus d'antagoniste, force par sa tendance *quaquaversum,* les parties des corps à se fuir, à s'écarter l'une de l'autre de plus en plus, jusqu'à ce qu'enfin il les ait entiérement séparées.

La force répulsive des corps, n'est autre chose que l'action du feu.

De grands Philosophes considérant avec quelle force les parties des corps s'éloignent l'une de l'autre dans l'évaporation (puisque la vapeur qui sort de l'eau bouillante augmente son volume jusqu'à 14000 fois) ont supposé dans les particules des corps une vertu répulsive, par laquelle, quand elles sont hors de la sphere d'activité de la force (quelle qu'elle soit) qui les fait tendre vers leur centre commun, elles s'écartent, & se fuyent, pour ainsi dire; mais cette vertu répulsive pourroit bien n'être autre chose que l'action que le feu exerce sur eux, cette action acquiert d'autant plus de force que ces particules s'éloignent davantage de la sphere de leur

de leur tendance mutuelle ; ainſi de ces deux forces combinées, *la tendance vers un centre, & l'effort que fait le feu pour s'y oppoſer,* réſultent tous les aſſemblages & toutes les diſſolutions de l'Univers, la tendance des corps les uns vers les autres, les uniſſant, les comprimant, les connectant, &c. & le feu au contraire les écartant, les ſéparant, les raréfiant, &c.

Il faut donc examiner les différents effets qui réſultent des combinaiſons de ces deux pouvoirs.

I I.

Des cauſes de la chaleur des corps.

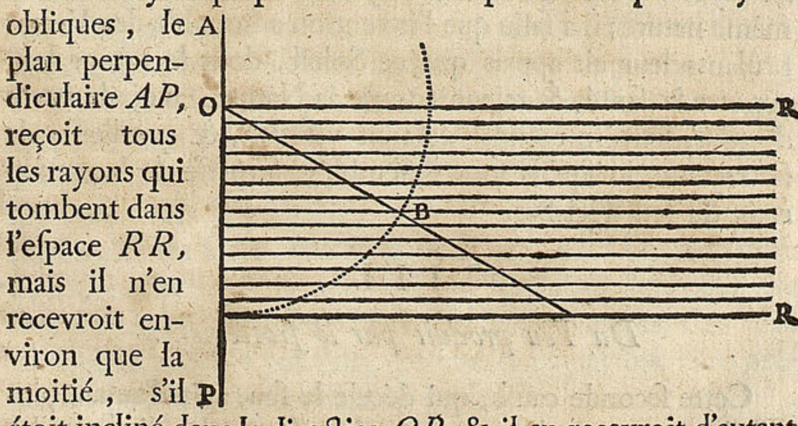
Un corps s'échauffe, ou parce qu'il reçoit plus de feu dans ſes pores, ou parce que celui qui y eſt renfermé, reçoit un nouveau mouvement, & par conſéquent une nouvelle force.

Il me ſemble qu'on peut rapporter les différentes cauſes qui peuvent produire ces deux effets ſur les corps, à deux principales.

Deux cauſes de la chaleur des corps.

La premiére eſt la préſence du Soleil & la direction des rayons qu'il nous envoye ; les corps reçoivent par la préſence du Soleil, un nouveau feu dans leurs pores, & ils en reçoivent d'autant plus que l'incidence de ſes rayons eſt plus perpendiculaire.

Car les rayons perpendiculaires ſont plus denſes que les rayons obliques, le plan perpendiculaire *AP*, reçoit tous les rayons qui tombent dans l'eſpace *RR*, mais il n'en recevroit environ que la moitié, s'il



étoit incliné dans la direction *OB*, & il en recevroit d'autant

moins que ſa poſition ſeroit plus oblique : donc puiſque le même eſpace reçoit plus de rayons, il doit être plus échauffé.

La ſeconde cauſe qui manifeſte le feu, & qui interrompt l'équilibre auquel il tend, c'eſt l'attrition des corps les uns contre les autres. Toutes les façons dont le feu d'ici-bas peut être excité, ne ſont que des modifications de cette cauſe, de même que tous nos ſens ne ſont qu'un tact diverſifié.

Comment les premiers hommes ont connu le feu.

C'eſt peut-être cette attrition des corps qui a fait connoître le feu aux premiers hommes. L'embraſement de quelques forêts que l'agitation de leurs branches aura produit, ou le choc de deux cailloux, leur auront fait connoître cet être qui les animoit, & dont ils ne ſoupçonnoient pas même l'exiſtence.

Ainſi les premiers hommes auront pû voir long-temps la lumiére du Soleil, & ſentir ſa chaleur, ils auront pû éprouver les viciſſitudes du froid & du chaud cauſées par la ſanté, & la maladie, ſans avoir aucune idée du feu, c'eſt-à-dire, de cet être que nous avons le pouvoir d'exciter, & pour ainſi dire de créer, car le premier feu que les hommes ont produit, a dû leur paroître une création véritable.

La Nature ayant laiſſé deviner aux hommes le ſecret du feu, ils auront dû être encore long-temps ſans ſe douter que les rayons du Soleil, & le feu qu'ils allument, fuſſent de la même nature; il a fallu que l'invention admirable des Verres brûlants leur ait appris que ce Soleil, dont le retour leur apporte la ſanté, & rajeunit toute la Nature, avoit la vertu de tout détruire comme de tout vivifier, & que l'effet de ſes rayons, lorſqu'ils ſont raſſemblés, ſurpaſſe de beaucoup ceux du feu d'ici-bas.

I I I.

Du Feu produit par le frottement.

Cette ſeconde cauſe, qui décele le feu, agit d'autant plus puiſſamment, que les corps que l'on frotte s'appliquent plus

immédiatement l'un contre l'autre; ainſi trois choſes peuvent augmenter l'effet que le feu produit par l'attrition.

1.° La maſſe des corps.

2.° Leur élaſticité.

3.° La rapidité du mouvement.

La maſſe des corps fait que leurs parties ſe touchent en plus de points, c'eſt pourquoi un fluide, ou quelque matiére onctueuſe interpoſée entre deux, diminuë beaucoup la chaleur qu'ils conçoivent par le frottement, car ce fluide s'oppoſe au contact immédiat de ces corps en ſe gliſſant entr'eux; c'eſt en partie pour cette raiſon que l'on graiſſe les moyeux des rouës.

L'élaſticité des corps fait que les oſcillations de contraction & de dilatation que le frottement excite en eux, ſe communiquent juſqu'à leurs parties les plus inſenſibles, & que par conſéquent le feu retenu dans leurs pores, acquiert un plus grand mouvement.

Enfin la rapidité du mouvement de ces corps augmente cette action du feu, car toute cauſe produit des effets d'autant plus grands, qu'elle eſt plus ſouvent & plus continuëment appliquée.

La production du feu par le frottement, ſuit les loix du choc.

Ainſi la production du feu, par le frottement ſuit les loix générales du choc des corps, puiſqu'elle dépend de la maſſe & de la vîteſſe, quoique peut-être dans une proportion qui n'eſt pas aſſignable, par les changements que la différente contexture des parties internes des corps y doit apporter.

L'attrition ne produit point le feu, mais elle le décele.

L'attrition ne fait que déceler le feu que les corps contiennent dans leur ſubſtance; alors cette balance établie par le Créateur entre la puiſſance du feu & la tendance des parties des corps vers leur centre, n'eſt plus en équilibre, & cette ſupériorité de force, que le feu acquiert par l'augmentation de ſon mouvement, ſe manifeſte par la chaleur des corps que l'on frotte, & quelquefois par leur embraſement. Cet effet n'eſt point produit par l'air, comme quelques-uns l'ont prétendu, puiſqu'il s'opére dans le vuide.

Les corps les plus élaſtiques étant ceux qui s'échauffent le

plus par le frottement, cette cause doit produire peu d'effet sur les fluides, & elle en produit d'autant moins, qu'ils sont moins élastiques; c'est pourquoi l'eau pure s'échauffe très-difficilement par le mouvement seul, ses parties échappant par leur liquidité aux frottements nécessaires pour mettre en action le feu retenu dans ses pores; mais l'air au contraire, qui est très-élastique, s'échauffe très-sensiblement par l'attrition, car lorsque les fluides s'échauffent, soit par l'agitation ou par la mixtion, ils ne s'échauffent que par le frottement de leurs parties insensibles.

Les fluides s'échauffent très-difficilement par le frottement.

L'attrition des corps est en même temps la plus universelle & la plus puissante cause pour exciter la puissance du feu, les effets qui sont pour nous le dernier période de sa puissance, & que le plus grand Miroir ardent n'opére que par un temps choisi, la percussion les produit en tout temps, & en tout lieu, dans le vuide, comme dans le plein, par la gelée la plus forte, comme par le temps le plus chaud; car si vous frappés fortement une pierre contre un morceau de fer, il en sort en quelque temps que ce soit, des étincelles qui, étant reçûës sur un papier, se trouvent autant de petits globes de verre produits par la vitrification de la pierre ou du métal, & peut-être de tous les deux ensemble: c'est-là sans doute un des plus grands miracles de la Nature, que le feu le plus violent, puisse être produit en un moment par la percussion des corps les plus froids en apparence.

L'attrition est le moyen le plus puissant pour exciter le feu.

En examinant les effets du feu sur les corps, on va de miracles en miracles. Nous venons de voir comment la percussion augmente la puissance du feu en augmentant son mouvement, voyons à présent comment le feu agit sur les corps, lorsqu'ils en reçoivent une nouvelle quantité dans leur substance.

I V.

De l'action du Feu sur les Solides.

Le Feu raréfie tous les corps, c'est une vérité que l'on a

tâché d'établir dans la premiére partie de cet ouvrage. Les fluides, les ſolides, tous les corps enfin ſur leſquels on a opéré juſqu'à préſent, éprouvent cet effet du feu, & tous les autres effets qu'il opére ſur eux, ne ſont que les différents degrés de cette raréfaction.

Je vais commencer par examiner les progrès & les bornes de cet effet du feu dans les ſolides.

Le feu étend les corps ſelon toutes leurs dimenſions.

Cette dilatation n'étend pas les corps ſeulement en longueur, mais ſelon toutes leurs dimenſions, & cela doit être ainſi, puiſque l'action du feu ſe porte également de tous côtés; ainſi un cylindre de Cuivre ne paſſe plus, lorſqu'il eſt chaud, à travers le même anneau qui le tranſmettoit avant d'être échauffé.

Un Philoſophe de nos jours, qui joint l'adreſſe de la main aux plus grandes lumiéres de l'eſprit, a porté cette découverte à ſa derniére perfection, par l'invention d'un inſtrument qui nous fait voir la $\frac{1}{12500}$.e partie d'un pouce dans l'augmentation du volume des corps, ainſi la plus petite différence qui puiſſe être ſenſible pour nous, tombe ſous nos yeux par le moyen du Pyrometre. Cet inſtrument admirable nous a appris :

Tous les ſolides ſe dilatent.

1.° Que la Craye blanche elle-même, que l'on croyoit être exceptée de cette regle générale de la dilatation, y eſt ſoûmiſe, & qu'il ne nous manque vraiſemblablement que des inſtruments, & des yeux aſſés fins, pour nous appercevoir de celle du Sable, des rayons de la Lune, & de tous les autres corps.

La raiſon que ſuit cette dilatation, eſt inconnuë.

2.° Que cette dilatation des corps eſt plus grande dans les plus legers, & moindre dans ceux qui ont plus de maſſe; mais elle ne ſuit ni la raiſon directe de la maſſe, ni celle de la cohérence des parties, ni une raiſon compoſée des deux, mais une raiſon inaſſignable; car cet effet du feu ſur les corps dépend de leur fabrique interne que nous ne découvrirons vraiſemblablement jamais.

3.° Que cette expenſion des corps ne ſuit point non plus la quantité du feu; il eſt bien vrai que plus le feu augmente,

plus la dilatation augmente auſſi, mais non pas proportionnellement; la dilatation opérée par deux meches d'Eſprit de Vin, par exemple, n'eſt pas double de celle qu'une ſeule meche opére, mais un peu moindre; & celle que trois meches produiſent eſt encore dans une moindre raiſon.

Un feu double n'opére pas une expenſion double, & pourquoi.

Le feu en dilatant les corps les allonge, & il fait ſur eux le même effet que s'ils étoient étendus par une force externe quelconque: la pulſion interne du feu & la traction appliquée extérieurement, produiſant le même effet, qui eſt l'allongement du corps. Or le ſçavant M. Bernoulli a démontré que l'extenſion des fibres ſemblables & homogenes, chargées de poids différents, eſt moindre que la raiſon des poids, & que cette raiſon diminuë à meſure que l'extenſion augmente: il en eſt de même de la dilatation des corps par le feu, car il les dilate d'autant moins, qu'il les a déja plus dilatés; ainſi une barre de Fer froide eſt comme une corde non tenduë, ces corps s'allongent tous deux, le fer par le feu qu'on lui applique, & la corde par le poids dont on la charge, & il faudra d'autant plus de poids & de feu pour produire une même extenſion, que le fer ſera déja plus dilaté & la corde plus tenduë, car l'extenſion de la corde & la dilatation du fer ſont fixées. Ce qu'on dit de l'extenſion en longueur peut s'appliquer à la dilatation en largeur, hauteur, &c.

4.° On ſuit la marche du feu dans la dilatation des corps à l'aide du Pyrometre, cette dilatation eſt plus lente au commencement, car le feu eſt quelque temps à pénétrer dans les pores des corps, & à vaincre la réſiſtance de leurs parties, mais lorſqu'il l'a ſurmontée, ſon action étant plus forte, le corps ſe dilate davantage; enfin la dilatation eſt plus lente à la fin lorſqu'elle eſt prête d'atteindre ſon dernier degré, car alors le feu ayant ouvert les pores des corps, il eſt tranſmis en partie à travers ces pores dilatés: or ce corps ne recevant que la même quantité de feu, & en tranſmettant une partie, les progrès de ſa dilatation doivent être moindres.

5.° Le temps dans lequel cette raréfaction s'opére par un même feu, eſt différent dans les différents corps, & ne

ſuit aucune raiſon aſſignable. La ſeule regle générale, c'eſt que plus un corps acquiert de chaleur, & plus ſa dilatation s'opére lentement.

6.° Les Métaux ne ſe fondent pas tous au même degré de chaleur; le Pyrometre nous apprend bien à la vérité la quantité de leur expenſion, mais il ne nous informe pas du degré de chaleur qu'ils acquiérent dans cette expenſion & dans la fuſion.

M. Muſſchenbroek Inventeur du Pyrometre, imagina de découvrir la chaleur des Métaux en fonte, par la quantité de raréfaction que les différents Métaux feroient éprouver au Fer, de même que l'on connoît la chaleur des liqueurs par le degré de raréfaction qu'elles opérent ſur l'Eſprit de Vin, ou ſur le Mercure, car le Fer étant celui de tous les Métaux qui ſe fond le plus tard, il eſt le plus propre à marquer ces différences.

Cette chaleur des Métaux en fonte ne ſe trouve encore aſſervie à aucune regle, elle ne ſuit pas même la proportion de la dilatation, car le Plomb, qui ſe dilate preſque autant que l'Etain par un même feu, ſe trouve cependant avoir beſoin pour ſe fondre, d'un feu preſque double de celui qui fond l'Etain.

Une choſe qui eſt encore aſſés ſinguliére, c'eſt que deux Métaux quelconques mêlés enſemble, ſe fondent à un moindre feu, que s'ils étoient ſéparés.

Les métaux ne s'échauffent plus après la fuſion.

7.° Lorſque la dilatation des corps eſt à ſon dernier période, leurs parties ſont obligées de céder à l'action du feu, & de ſe ſéparer; alors le feu les fait paſſer de l'état de ſolides à celui de fluides, & c'eſt-là le dernier période de l'action du feu ſur eux : car leurs pores étant ſuffiſamment dilatés, ils rendent autant de particules de feu qu'ils en reçoivent, ainſi la chaleur des corps n'augmente plus après la fuſion.

S'il n'y avoit pas des parties parfaitement ſolides, tout deviendroit feu.

Si la puiſſance du feu ſur les corps n'étoit pas bornée, le feu détruiroit bientôt l'Univers; ces bornes que le Créateur lui a impoſées, & qu'il ne franchit jamais, prouvent qu'il y a des parties parfaitement ſolides dans la Nature, & que Dieu ſeul peut les diviſer.

Le feu sépare les corps jusques dans leurs parties élémentaires.

Ainsi l'action du feu, lorsqu'elle est à son dernier période de puissance, sépare les corps jusques dans leurs parties élémentaires ; un grain d'Or fondu avec 100000 grains d'Argent, se mêle de façon avec l'Argent, que ces deux Métaux forment dans la fusion une liqueur dorée ; & si après la fusion on sépare un grain de toute cette masse, on retrouve entre l'Or & l'Argent la même proportion de 100000 à 1, & l'on n'a point encore trouvé les bornes de cette incorporation de l'Or dans l'Argent, ce qui prouve assûrément que le feu sépare les corps jusques dans leurs parties constituantes élémentaires.

On voit dans cette expérience un exemple des deux plus puissants effets du feu sur les corps, l'un de les desunir & de les séparer jusques dans leurs principes, & l'autre de les assembler & les incorporer ensemble.

Ces deux effets si différents, qui paroissent l'αλφα & l'ωμέγα de la Nature (si je puis m'exprimer ainsi) le feu les opére par cette même propriété qui lui fait raréfier tous les corps, car pour que deux corps soient aussi intimément unis que l'Or & l'Argent dont je viens de parler, il faut qu'ils ayent été divisés jusques dans leurs principes, & que leurs plus petites particules ayent pû s'unir intimément l'une à l'autre ; ainsi le feu est le plus puissant, & peut-être le seul agent de la Nature pour unir & pour séparer, il fait le Verre, l'Or, le Savon, &c. & il dissout tous ces corps, il paroît être enfin la cause de toutes les formations & de toutes les dissolutions de la Nature.

Le feu agit différemment sur les différents corps suivant la cohérence, la masse, la glutinité de leurs parties, &c. & tous ces différents effets dépendent de l'action & de la réaction perpétuelle du feu sur les corps, & des corps sur le feu, c'est toûjours la même cause qui se diversifie en mille façons différentes, mais cette cause s'arrête dans tous les corps à ces parties élémentaires sur lesquelles le feu ne peut agir.

Puisque le feu dilate tous les corps, puisque son absence les contracte, les corps doivent être plus dilatés le jour que la nuit,

la nuit, les maiſons plus hautes, les hommes plus grands, &c. ainſi tout eſt dans la Nature dans de perpétuelles oſcillations de contraction & de dilatation, qui entretiennent le mouvement & la vie dans l'Univers ; car le mouvement ſe perd en partie par la réſiſtance des corps durs, & le manque d'élaſticité dans les corps mols, mais le feu le conſerve, & les créatures animées le renouvellent, les Newtoniens diroient que la gravitation eſt encore une des cauſes qui empêche le mouvement de périr.

La chaleur doit dilater les corps ſous l'Equateur, & les contracter ſous le Pole ; c'eſt pourquoi les Lappons ſont petits & robuſtes, & il y a grande apparence que les Animaux & les Végétaux qui vivent ſous le Pole, mourroient ſous l'Equateur, *& vice verſâ,* à moins qu'ils n'y fuſſent portés par des gradations inſenſibles, comme les Cometes paſſent de leur aphélie à leur périhélie.

Cette chaleur de l'Equateur doit élever la terre dans cette région, & abbaiſſer celle du Pole ; mais cette élevation cauſée par la chaleur ſeulement, doit être inſenſible pour nous.

Les corps s'échauffent plus ou moins, selon leur couleur.

Les corps s'échauffent plus ou moins, & plus ou moins vîte, ſelon leur couleur, ainſi les corps blancs compoſés de particules très-compactes & très-ſerrées, cédent plus difficilement à l'action du feu, c'eſt pourquoi ils réfléchiſſent preſque toute la lumiére qu'ils reçoivent ; les noirs, au contraire, compoſés de particules très-déliées, cédent aiſément à l'action du feu, & l'abſorbent dans leur ſubſtance ; ainſi un corps noir, toutes choſes égales, peſe ſpécifiquement moins qu'un corps blanc : c'eſt la facilité avec laquelle le noir s'échauffe, qui rend les terres noires bien meilleures que les blanches.

Ce n'eſt pas ſeulement le noir & le blanc qui s'échauffent différemment par un même feu, mais les ſept couleurs primitives s'échauffent à des degrés différents. J'ai fait teindre un morceau de drap des ſept couleurs du priſme, & l'ayant mouillé également, l'eau, par un même feu, s'eſt retirée des pores de ces couleurs dans cet ordre, à commencer par celles

qui se séchérent le plus vîte : *violet, indigo, bleu, verd, jaune, orangé* & *rouge*. La réflexion des rayons suit le même ordre, & cela ne peut être autrement, car le corps qui absorbe le moins de rayons, est sûrement celui qui en réfléchit davantage.

Si les rayons de différentes couleurs n'auroient point différentes vertus brûlantes ?

Une expérience bien curieuse (si elle est possible) ce seroit de rassembler séparément assés de rayons homogenes pour éprouver si les rayons primitifs qui excitent en nous la sensation des différentes couleurs, n'auroient pas différentes vertus brûlantes ; si les *rouges*, par exemple, donneroient une plus grande chaleur que les *violets*, &c. c'est ce que je suis bien tentée de soupçonner :

Natura est sibi semper consona.

Or les différents rayons ne nous donnent la sensation des différentes couleurs, que parce que chacun d'eux ébranle le nerf optique différemment ; pourquoi ne feront-ils pas aussi des impressions différentes sur les corps qu'ils consument, & sur notre peau ? Il y a grande apparence, si cela est ainsi, que les *rouges* échauffent davantage que les *violets*, les *jaunes* que les *bleus*, &c. car ils font des impressions plus fortes sur les yeux ; la plus grande difficulté est peut-être de s'appercevoir de ces différences, le sens du tact ne paroissant pas susceptible de sentir des variétés aussi fines que le sens de la vûë : quoi qu'il en soit, il me semble que cette expérience mérite bien d'être tentée, elle demande des yeux bien philosophiques, & des mains bien exercées, je ne me suis pas trouvée à portée de la faire, mais à qui peut-on mieux s'adresser pour l'exécuter, qu'aux Philosophes qui doivent juger cet Essay ?

V.

Comment le Feu agit sur les Liquides.

On sçauroit peu de chose sur la façon dont le feu agit sur les liquides, sans la découverte de M. Amontons ; on

ſçait que ce ſçavant homme, en cherchant le moyen de faire un Thermometre plus parfait que celui de Florence, découvrit que l'eau qui bout, acquiert un degré de chaleur déterminé, paſſé lequel elle ne s'échauffe plus par le plus grand feu ; ainſi le dernier période de la puiſſance du feu ſur les liquides, c'eſt l'ébullition.

L'eau bouillante n'acquiert plus de chaleur.

Le célébre M. de Reaumur, & Faheinrheit, cet Artiſan Philoſophe, ont perfectionné tous deux cette découverte d'Amontons.

M. de Reaumur a remarqué que l'eau ne fait pas monter le Thermometre à ſon dernier période dans le moment même de l'ébullition, mais quelque temps après, & que ce temps va même quelquefois juſqu'à un quart d'heure ; ce Philoſophe nous en a appris la raiſon, la liqueur du Thermometre ſe refroidit en montant dans le tube, ainſi la chaleur de l'eau n'augmente pas réellement après l'ébullition, mais elle paroît augmenter, & cette augmentation apparente a trompé pluſieurs Phiſiciens avant la remarque de M. de Reaumur.

Faheinrheit de ſon côté a découvert que la preſſion de l'Atmoſphere augmente cette chaleur que l'eau acquiert en bouillant, en ſorte que plus l'Atmoſphere eſt peſant, plus il faut de feu pour faire bouillir l'eau. Cette découverte eſt confirmée par ce qui arrive dans le vuide, où l'eau qui n'étoit que tiéde dans l'air, bout dans le moment qu'on la met ſous le récipient.

Cette découverte de Faheinrheit eſt d'autant plus belle, qu'on en voit aiſément la raiſon; car lorſque la ſurface de l'eau eſt preſſée par un plus grand poids, le feu ſépare plus difficilement ſes parties, & par conſéquent il faut une plus grande quantité de feu pour la faire bouillir, puiſque c'eſt dans cette ſéparation des parties des liquides, que conſiſte l'ébullition; ainſi il eſt vraiſemblable que l'eau, preſſée par un poids pareil à celui que l'Atmoſphere auroit à 409 640 toiſes de la ſurface de la terre, brilleroit comme les métaux en fonte, car le poids de l'Atmoſphere à cette profondeur, ſeroit égal à celui de l'Or, ſuivant le calcul de M. Mariotte.

Pourquoi ?

Cette propriété de l'eau de ne point augmenter ſa chaleur paſſé l'ébullition, appartient à tous les fluides, ainſi :

Il en eſt de même des autres fluides.

1.° Ils acquiérent tous des degrés de chaleur différents dans l'ébullition, car il faut que le feu ſoit en plus grande quantité pour faire les mêmes effets ſur les corps qui lui oppoſent une plus grande réſiſtance; mais cette quantité de feu plus ou moins grande, que les différents liquides reçoivent dans leurs pores, ne dépend point de leur maſſe, car l'Huile qui eſt plus legere que l'eau, acquiert cependant près de trois fois autant de chaleur que l'eau avant de bouillir, & l'Eſprit de Vin qui eſt auſſi plus leger que l'eau, acquiert moins de chaleur qu'elle dans l'ébullition.

Le Mercure eſt un des fluides à qui il faut un plus grand feu pour bouillir; ainſi on connoît avec certitude le plus grand degré de chaleur des autres liquides, à l'aide des Thermometres qui ſont compoſés de Mercure, de même que le Fer qui eſt celui de tous les métaux qui ſe fond le plus difficilement, ſert à faire connoître la chaleur des autres métaux en fonte.

2.° Les fluides ſe raréfient d'autant plus promptement, qu'ils ſont plus legers; ainſi l'air eſt celui de tous à qui il faut un moindre feu pour commencer à ſe raréfier, enſuite l'alcohol, l'huile de Pétrole, &c. & ainſi de ſuite, ſuivant leur peſanteur ſpécifique.

Tous les fluides ſe raréfient.

3.° Tous les fluides ſur leſquels on a opéré juſqu'à préſent, ſe ſont raréfiés; ainſi il y a la plus grande vraiſemblance qu'ils ſe raréfient tous, comme tous les ſolides ſe dilatent.

Cette raréfaction ne ſuit point la denſité des liqueurs.

4.° La quantité de cette raréfaction, depuis le froid artificiel produit par l'Eſprit de Nitre, juſqu'à l'ébullition, eſt différente dans les différents fluides; mais elle ne ſuit ni la raiſon de la peſanteur ſpécifique, ni celle de la glutinité des parties, ni aucune raiſon conſtante, car l'Eſprit de Vin qui eſt plus leger que l'eau, augmente ſon volume de $\frac{1}{9}$.e & l'eau ſeulement de $\frac{1}{85}$.e, mais le Mercure dont la peſanteur ſpécifique eſt à celle de l'eau comme 14 à 1, augmente le ſien de $\frac{4}{51}$.es. Ainſi il en faut toûjours revenir à la contexture

intime des corps, quand on veut expliquer les effets que le feu fait sur eux; & comme nous ne la connoîtrons jamais, il y aura toûjours pour nous des exceptions aux regles les plus générales.

5.° La raréfaction de presque tous les fluides s'opére par des especes de sauts inégaux; le Mercure est celui de tous qui se raréfie le plus également, & c'est un des avantages des Thermometres qui en sont composés.

6.° L'Air qui est de tous les fluides celui qui se raréfie le plus, ne parvient jamais jusqu'à l'ébullition, sa raréfaction est telle, que la chaleur de l'eau bouillante augmente son volume d'un tiers, & c'est encore à M. Amontons à qui nous devons cette découverte: cette grande raréfaction est peut-être ce qui l'empêche de bouillir, de même que l'Esprit de Vin ne bout point au foyer d'un verre ardent, parce qu'il s'évapore dans le moment; ainsi le dernier période de la puissance du feu sur les liquides, est à la vérité l'ébullition comme la fusion sur les solides, mais cependant si son action est continuée, leurs parties s'évaporent.

Effets surprenants des différentes mixtions des liqueurs.

7.° Le mêlange des différentes liqueurs, produit des effets très-singuliers.

Quelquefois les liqueurs mêlées s'enflamment, & c'est ce qu'on appelle *des fulminations;* plusieurs Huiles font cet effet avec de l'Esprit de Nitre.

Dans d'autres mêlanges, il se fait une grande effervescence, qui produit le refroidissement des liqueurs, tel est l'effet de l'Huile de Térébenthine avec de l'Esprit de Vin, & c'est ce qui fait les fermentations froides dont j'ai parlé dans ma premiére partie.

D'autres liqueurs au contraire, s'échauffent très-sensiblement par l'effervescence de leur mixtion, ainsi l'Esprit de Vin mêlé avec de l'eau fait monter * le Thermometre de 18 degrés. L'Esprit de Vin fait le même effet avec notre sang, qu'avec l'eau; c'est ce qui fait que les liqueurs

* Les degrés de froid & de chaud dont je parle, ont été mesurés au Thermometre de Fahenrheit.

ſpiritueuſes ſont ſouvent mortelles, quand on en abuſe.

Dans les fermentations chaudes, le mêlange s'échauffe dans le moment même de la mixtion, la Poudre à Canon ne prend pas feu plûtôt, & lorſque le mêlange eſt parfait, la liqueur ne s'échauffe plus, quelque fort qu'on la remuë.

Il y a bien de l'apparence que la chaleur des liquides qui s'échauffent par la mixtion, eſt produite par la même cauſe qui fait que les ſolides s'échauffent par le frottement.

Il y a des mêlanges qui s'échauffent plus que d'autres, parce que les particules des liqueurs qui les compoſent, agiſſent plus puiſſamment les unes ſur les autres; de même que certains corps acquiérent plus de chaleur que d'autres, par l'attrition de leurs parties.

Cette chaleur dure juſqu'à ce que le mouvement où ſont les liquides ceſſe, alors ils retournent à leur premiére température, de même que la chaleur que les ſolides acquiérent par le frottement, ſe diſſipe dès que le mouvement interne de leurs parties vient à ceſſer.

L'analogie ſeroit parfaite, s'il y avoit des corps ſolides qui ſe refroidiſſent par le frottement, comme il arrive à quelques liqueurs par la mixtion, mais nous n'en connoiſſons point, ainſi il paroît plus difficile de connoître ce qui cauſe les fermentations froides que les chaudes.

Il eſt cependant vraiſemblable que c'eſt toûjours la même cauſe qui agit dans les unes & dans les autres, toute la différence conſiſte en ce que dans les fermentations chaudes, les particules ignées font évaporer les particules les plus legeres des liqueurs, & que dans les froides, ce ſont les parties de feu qui s'évaporent: ainſi ces effets ſi différents dépendent de la façon dont les particules des différentes liqueurs agiſſent les unes ſur les autres.

Mais l'effet le plus ſingulier de ces mêlanges, & qui paroît entiérement inexplicable, c'eſt que deux quantités égales, mais différemment échauffées, d'un liquide quelconque, prennent par la mixtion, un degré de chaleur qui eſt la moitié de la différence de la chaleur que ces deux portions du liquide

avoient avant d'être mêlées ; ainſi une livre d'eau qui tient le Thermometre à 32 degrés, étant mêlée à une autre livre d'eau bouillante qui le tient à 212, fera monter le Thermometre après la mixtion, à 90 : or 90 eſt la moitié de la différence de 32 à 212.

De quelque façon qu'on explique ce Phénomene ſi ſingulier, il eſt toûjours certain qu'il eſt une nouvelle preuve de l'égalité avec laquelle le feu ſe répand dans les corps.

Dans toutes les fermentations, ſoit chaudes, ſoit froides, le mouvement dure juſqu'à ce que le combat entre l'action du feu & la tendance que les parties des corps ont à s'unir, vienne à ceſſer, ainſi ces fermentations dépendent auſſi de la combinaiſon de ces deux pouvoirs.

V I.

Comment le Feu agit ſur les Végétaux & ſur les Animaux.

Le Thermometre nous apprend que les créatures qui ont reçû la vie, contiennent une plus grande quantité de feu que les autres corps de la Nature, la plus grande chaleur de l'Eté étant, dans nos climats, de 80 degrés, & rarement de 84 degrés, & celle d'un Homme ſain de 90 ou 92 degrés, & même dans les Enfants elle va juſqu'à 94. Ainſi le principe de la vie paroît être dans le feu, puiſque les créatures animées en ont reçû une plus grande quantité que les autres, & que les Enfants, en qui le principe de la vie eſt encore tout entier, ont un plus grand degré de chaleur que les Hommes faits, & les Hommes faits plus que les Vieillards.

Le principe de la vie paroît être dans le feu.

La chaleur du ſang d'un Bœuf eſt à celle de l'eau bouillante à peu-près comme $14\frac{3}{11}$ eſt à 33, c'eſt-à-dire, un peu moins de la moitié; la chaleur de l'eau bouillante fait monter le Thermometre à 212 degrés dans l'air ordinaire, ainſi ces Animaux ont un plus grand degré de chaleur que nous, auſſi ſont-ils plus vigoureux.

Le célébre Boërhave, dans ſon admirable Traité du Feu, rapporte qu'ayant mis pluſieurs Animaux dans un lieu où

Page 148.

l'on féche le Sucre, & dont la chaleur étoit de 146 degrés, non-feulement ils y moururent tous en peu de temps, mais leur fang & toutes leurs humeurs fe corrompirent, de façon qu'ils rendoient une odeur infupportable. Les Hommes ne peuvent foûtenir la chaleur de ce lieu, & il faut que les ouvriers qui y travaillent, fe relayent prefque à chaque inftant pour aller refpirer de nouvel air. M. Boërhave conclut de cette expérience & de quelques autres, que nous mourrions bientôt, fi l'air qui nous entoure, faifoit feulement monter le Thermometre à 90 degrés; ainfi nous pouvons regarder à peu de chofe près ce degré de chaleur comme le point auquel toute l'efpece animale périroit.

Quel degré de chaleur feroit périr tous les Animaux.

En 1709, le Thermometre fut à 0 degrés en Iflande, & l'efpece animale ne périt point; ainfi il eft vraifemblable que nous pouvons fupporter un plus grand froid, pourvû qu'il ne foit pas continu.

La végétation ceffe au point de la congélation, car quoique les Arbres & quelques Herbes, comme l'herbe à foin, y réfiftent, elles ne végétent point tant que l'air a cette température; ainfi ce terme peut être regardé comme celui de la végétation du côté du froid, & s'il étoit continué, les Arbres & les Plantes ne végétant plus, feroient bientôt entiérement détruits.

Quel degré de froid & de chaud, les Végétaux peuvent foûtenir.

Le degré de chaleur de la Cire fonduë qui, nageant fur de l'eau chaude, commence à fe coaguler, peut être regardé comme le point extrême de la végétation du côté du chaud; car puifqu'une plus grande chaleur fondroit la Cire qui eft une fubftance végétale, cette chaleur difperferoit & fépareroit les matiéres nutritives, au lieu de les amaffer & de les unir, & les Plantes ne pourroient que dépérir.

VII.

De l'aliment du Feu.

On fçait affés que ce qu'on appelle l'aliment du Feu, *pabulum ignis*, font les parties les plus legeres des corps, que le feu

le feu enleve, & qui disparoissent entiérement pour nous. Les opérations chimiques nous font voir que l'Huile contient seule cet aliment du feu; on retrouve tous les autres principes, lorsqu'on rassemble les exhalaisons que le feu tire des corps, l'Huile seule se consomme, & échappe entiérement à nos sens.

Quel est l'aliment du feu.

De grands Philosophes ont cru que cet aliment du feu, qui disparoît entiérement pour nous, n'étoit autre chose que le feu lui-même, qui se dégageoit d'entre les pores des corps qui se consumoient; mais si cela étoit, les matiéres qui restent après des opérations réitérées, comme le *caput mortuum*, par exemple, devroient toûjours être inflammables, car certainement cette tête-morte n'est pas entiérement privée de feu, cependant le feu ne peut plus rien sur elle: Donc elle ne contient plus cette matiére sur laquelle le feu exerçoit sa puissance: Donc cette matiére n'étoit pas du feu.

Que l'aliment du feu n'est pas du feu.

De plus, il y a des corps qui contiennent beaucoup plus de ce *pabulum*, de cette huile qui nourrit le feu, que d'autres, & cependant tous contiennent également de feu dans un même air; c'est ce qui a été, je crois, invinciblement prouvé: Donc l'aliment du feu n'est pas du feu.

Mais que sera-ce donc?

Les parties les plus tenuës & les plus volatiles des corps, lesquelles cédant plus facilement à l'action du feu que les autres, s'envolent avec lui dans l'air où elles se dissipent, & ne reparoissent plus à nos yeux, du moins sous la même forme; car l'huile & l'esprit ne sont autre chose que ces parties les plus subtiles, mêlées encore avec quelque flegme dont le feu les dégage.

Mais ces exhalaisons que le feu tire des corps, cette huile qu'il consomme, ne se changent pas non plus en sa substance, ne deviennent pas du feu; c'est ce que j'ai déja tâché de prouver dans ma premiére partie.

Et qu'il ne se change point en feu.

Voici encore quelques preuves de cette vérité; car on ne peut trop s'en convaincre, si l'on veut avoir quelque idée de la nature du feu.

1.° Si le feu changeoit quelque partie des corps en feu, la matiére ignée augmenteroit à tel point sur la terre par la puissance du feu, que tout deviendroit feu à la fin: or la constitution de notre globe demande qu'il y ait toûjours à peu-près la même quantité de feu, sans quoi tous les germes seroient détruits: Donc, &c.

2.° Il paroît par les plus exactes & les plus anciennes Tables Météorologiques, que la quantité du feu est toûjours la même: Donc, &c.

3.° Les incendies des forêts qui brûlent pendant plusieurs mois, ne changent point, lorsqu'ils sont passés, la température des climats qui les ont soufferts : Donc, &c.

4.° La flamme de l'alcohol (la plus pure de toutes) nous est visible, & le cone lumineux qui va fondre l'Or dans le foyer du verre ardent, échappe entiérement à notre vûë; marque certaine que l'esprit qui compose l'alcohol n'est pas du feu, & qu'il ne se change point en feu: Donc les particules que le feu enleve des corps, & qui disparoissent à nos yeux, ne se changent point en feu.

Ce que c'est que la flamme & la fumée.

A l'égard des parties plus grossiéres des corps, le feu les atténuë, & les transforme en un fluide élastique, que nous voyons tantôt sous la forme de fumée, lorsqu'il ne contient pas encore assés de particules de feu pour briller, & tantôt sous celle de flamme, lorsqu'il en contient une plus grande quantité; ainsi la fumée ne différe de la flamme, que par le plus ou le moins de particules ignées qu'elles contiennent l'une & l'autre, elles montent toutes deux dans l'air par leur legereté spécifique, & par l'action du feu qui les enleve & qui tend en en-haut, comme je l'ai déja dit.

En quelle proportion les corps se consument.

Le feu consume les corps plus ou moins vîte, selon leur densité; ainsi dans un mêlange d'Esprit de Vin, d'Huile, de Camphre, de Sel ammoniac, de Terre & de Limaille de bois, l'Esprit de Vin brûle le premier, & la flamme a la même couleur que s'il étoit seul, & tous les autres corps de ce mêlange brûlent de même, selon leurs densités respectives.

L'air par son élasticité, & l'atmosphere par son poids, sont

aussi nécessaires au feu pour entretenir son action, que la matiére même qui lui sert d'aliment; ainsi les matiéres les plus combustibles ne brûleroient point sans air, & l'air ne s'enflammeroit jamais, si les exhalaisons ne mêloient pas de cette huile alimentaire à sa substance.

Pourquoi l'air est nécessaire au feu pour brûler.

L'atmosphere pese sur un feu d'un pied en quarré, comme un poids de 2240 livres environ; ce poids étant sans cesse agité, & pressant sans cesse par de nouvelles secousses, sur le corps que le feu consume, augmente la puissance du feu dans ce corps, à peu-près par la même raison qu'un corps s'enflamme d'autant plus promptement par le frottement, que celui qui lui est successivement appliqué est plus pesant; car dans tous les feux que nous allumons, l'atmosphere fait sur le corps qui s'enflamme, le même effet qu'un corps qu'on appliqueroit successivement sur un autre par le frottement.

C'est par cette raison que l'eau éteint le feu, & qu'un soufflet l'allume; car l'eau empêche que les oscillations que l'air communiquoit au feu, parviennent jusqu'à lui, & le soufflet au contraire rend les vibrations de l'atmosphere plus fortes & plus fréquentes; la force avec laquelle un soufflet double de Forge pousse l'air dans le feu, étant égale à la 30.e partie du poids de l'atmosphere, cette force doit faire sortir l'air avec une grande vîtesse, & le renouveller à chaque moment. On peut juger par-là combien un vent violent doit augmenter le feu.

Pourquoi l'eau éteint le feu, & pourquoi un soufflet l'allume.

Le feu dure tant que l'action & la réaction excitée par cette pression de l'atmosphere subsiste. Ainsi trois choses peuvent faire cesser le feu.

Des causes de l'extinction du feu.

1.° La consommation du corps combustible.

2.° La suppression du poids de l'atmosphere.

3.° La destruction de l'élasticité de l'air.

VIII.

Si le Feu est cause de l'Elasticité.

Cette nécessité de l'air élastique pour entretenir l'action

S ij

Le feu n'eſt point la cauſe de l'élaſticité.

du feu, prouve bien clairement, ce me ſemble, que le feu, loin d'être la cauſe de l'élaſticité de l'air, comme quelques phénomenes pourroient d'abord le faire croire, en eſt au contraire le deſtructeur, car on voit toûjours le feu détruire cette propriété dans l'air, & dans tous les corps.

Il la détruit dans l'air & dans tous les corps.

1.° Le feu détend le reſſort de tous les corps, puiſque ce n'eſt que par cet effet qu'il les raréfie: or un corps eſt d'autant moins élaſtique que ſon reſſort eſt plus détendu, & il n'y a pas même d'autre moyen de faire perdre l'élaſticité à l'air & à tout autre corps, que de détendre ſon reſſort: Donc puiſque celui de l'air & d'un corps quelconque, eſt d'autant plus détendu qu'il eſt plus échauffé, le feu ne peut être la cauſe de l'élaſticité de l'air, ni de celle d'aucun corps.

2.° Il eſt vrai que lorſque l'air eſt comprimé, le feu augmente ſon reſſort; mais cette augmentation ſuit la raiſon des poids qui le compriment, & non celle du feu qu'on lui applique: Donc ce n'eſt pas le feu qui lui donne l'élaſticité, & il n'augmente celle de l'air comprimé, que parce que l'air réſiſte à l'effort que fait le feu pour détendre ſon reſſort, à proportion des poids qui le compriment.

3.° L'air de la moyenne région reçoit plus de rayons, & des rayons plus directs que l'air d'ici-bas, car ces rayons n'ont point d'atmoſphere à traverſer, & cependant il eſt bien moins élaſtique que l'air qui eſt près de la ſurface de la Terre: Donc, &c.

4.° Une bougie que l'on met ſous un récipient avant d'en avoir pompé l'air, détruit l'élaſticité de cet air, & ne s'éteint même qu'à cauſe de ce manque d'air élaſtique; cependant ſi le feu cauſoit l'élaſticité, il ne pourroit la détruire, & cet air devroit être très-élaſtique.

5.° Tous les corps perdent leur élaſticité par l'action du feu, l'eau liquide, les métaux en fonte, qui ſont à peu-près aux métaux froids, ce que l'eau liquide eſt à la glace; tous les corps enfin ceſſent d'être élaſtiques, dès que le feu les a pénétrés: Donc le feu détruit l'élaſticité, loin de la produire. Ce n'eſt pas ici le lieu d'examiner ce que c'eſt que l'élaſticité des

corps, il me ſuffit d'avoir prouvé que le feu, loin d'en être le principe, en eſt le deſtructeur, & que s'il y contribuë, c'eſt en s'y oppoſant.

I X.

Si l'Electricité dépend du Feu.

On peut croire avec plus de fondement que le feu eſt la cauſe de l'Electricité.

Le feu paroît être la cauſe de l'électricité.

L'analogie, ce fil qui nous a été donné pour nous conduire dans le labyrinthe de la Nature, rend, ce me ſemble, cette opinion très-vraiſemblable.

Preuves.

1.° Tous les corps contiennent du feu, preſque tous ont la propriété de retenir & de rendre la lumiére, & tous deviennent électriques, ſi on en excepte les métaux & les liquides; mais ces corps qui ne deviennent point électriques par eux-mêmes, le deviennent par communication; ainſi l'Electricité appartient preſque auſſi généralement à la Nature, que le feu.

2.° Il n'y a point d'électricité ſans frottement, & par conſéquent ſans chaleur.

3.° Preſque tous les corps électriques manifeſtent au-dehors la cauſe qui les anime, par les étincelles qu'ils jettent dans les ténébres.

4.° Leur lumiére ſubſiſte après que leur électricité eſt détruite, de même qu'il y a des corps qui donnent de la lumiére ſans chaleur.

5.° La gelée & un temps ſerein, ſont plus favorables qu'un grand chaud à l'électricité, comme au miroir ardent.

6.° Le feu & la matiére électrique ont beſoin de l'air pour agir.

7.° Les corps les plus ſuſceptibles de l'électricité, ſont les moins propres à la tranſmettre, de même que les corps réfléchiſſent d'autant moins de lumiére, qu'ils s'échauffent davantage.

8.° L'humidité détruit l'électricité des corps, ſans détruire

leur lumiére, ainsi que l'eau refroidit les corps, mais n'éteint point les Dails, les Vers luisants, &c.

9.° Les corps homogenes s'empreignent de l'électricité, en raison de leur volume, de même que le feu se distribuë selon les volumes, & non selon les masses.

10.° Les corps deviennent plus électriques lorsqu'on les échauffe avant de les frotter.

Il semble par tous ces effets, que l'on peut, avec quelque vraisemblance, regarder le feu comme la cause de l'électricité.

Je ne disconviendrai pas cependant qu'elle en opére d'autres, dont l'analogie ne paroît pas si clairement. Telle est, par exemple, la lumiére que les corps électriques rendent dans le vuide, &c. Mais je ne propose mon opinion sur cela, que comme un doute que je soûmets au Corps respectable à qui j'adresse cet Essai.

Si le feu produit l'électricité, il y a grande apparence qu'il se joint à son action un atmosphere particulier qui lui sert de véhicule, & qui entoure les corps électriques; & que cet atmosphere est la cause de ces subsaltations des corps legers qui sont dans la sphere de son activité, & que c'est cet atmosphere qui décide l'espece d'électricité des corps (peut-être est-ce cet atmosphere qui opére la réflexion de la lumiére) mais le feu n'en est pas moins la cause efficiente des phénomenes de l'électricité.

Le Philosophe ingénieux, qui s'est appliqué à suivre ces nouveaux miracles de la Nature, peut espérer d'en connoître bien-tôt la cause, si le travail, l'application & la sagacité de l'esprit, peuvent suffire pour la découvrir.

X.

Comment le Feu agit dans le Vuide.

L'air paroît aussi nécessaire au feu pour brûler, qu'aux Animaux pour vivre; cependant la Machine Pneumatique nous a fait voir que cette regle si générale, a aussi ses exceptions.

1.° Du Soufre versé dans le vuide sur un Fer chaud,

donne une lumiére très-foible à la vérité, & qui s'éteint très-vîte, mais enfin il s'enflamme.

Quelques corps s'enflamment dans le vuide.

2.° Quelques grains de Poudre à Canon jettés sur ce Fer, s'enflamment sans explosion. M. Hauksbée assûre que lorsqu'on y en jette une plus grande quantité, elle fait explosion & casse même le récipient: Donc l'explosion de la Poudre à Canon ne viendroit point de l'air. Boyle rapporte avoir fait à peu-près la même expérience que M. Hauksbée, avec le même succès.

3.° L'Huile de Gérofle s'y enflamme, & c'est la seule de toutes les Huiles qui ait cette vertu.

4.° Les Pierres & les Métaux se vitrifient dans le vuide par la percussion, mais ils n'y jettent point d'étincelles.

5.° Du Phosphore d'urine enfermé hermétiquement dans une boule de verre, à qui l'on donne un feu de 120 degrés, jette une flamme très-legere.

Je ne parle point des effets du Verre ardent dans le vuide, n'ayant pas eu la commodité de m'en instruire, & de faire les expériences nécessaires.

Il est assés difficile de concevoir comment l'air peut être si nécessaire au feu pour brûler, & comment en même temps il peut y avoir des corps qui brûlent dans le vuide; car quels seront les corps qui brûleront sans air? Quelle sera enfin la cause de cette différence? Seroit-ce que les corps plus inflammables, plus pleins de la matiére qui est l'aliment du feu, comme le Soufre & la Poudre à Canon, s'enflammeroient plus aisément, & que le feu pour les embraser n'auroit pas besoin d'être excité par les secousses & le poids de l'atmosphere? La foiblesse & le peu de durée de la flamme, que les corps donnent dans le vuide, rendent cette conjecture vraisemblable, mais il faut avouer qu'elle n'est rien de plus.

Conjecture sur la cause de ce phénomene.

Cependant malgré ces exceptions, les corps en général ne s'allument point dans le vuide, & s'y éteignent très-promptement, mais ils ne s'y refroidissent que successivement.

Ils s'y refroidissent précisément dans le même espace de temps que dans l'air; c'est ce dont M. Musschenbroek s'est

Les corps se refroidissent également vîte

dans le vuide & dans l'air.

convaincu en mettant deux Pyrometres ſous deux récipients, l'un plein d'air, & l'autre entiérement vuide.

Ce refroidiſſement des corps dans le vuide, eſt une des plus fortes preuves de l'équilibre du feu; car ce n'eſt pas aſſûrément parce que l'air prend à tout moment de la chaleur de ces corps, qu'ils ſe refroidiſſent: Donc il faut que ce ſoit par la ſeule tendance du feu à l'équilibre; ainſi le contact des corps froids accélére le refroidiſſement des corps échauffés, mais il ne le cauſe pas.

L'eau bout d'autant plus promptement dans le récipient, que l'on en a tiré plus d'air, & les urines de différents Animaux, de même que pluſieurs mêlanges, y bouillent plus ou moins vîte, ſelon que le vuide eſt plus ou moins parfait.

Enfin la plûpart des efferveſcences, tant chaudes que froides, s'opérent dans le vuide comme dans l'air; il y a même des liqueurs dont le mêlange ne fait point d'efferveſcence dans l'air, & qui fermentent ſous le récipient; mais le temps ne me permet pas d'entrer dans ces détails.

X I.

En quelle raiſon le Feu agit.

La Géométrie démontre qu'un corps qui eſt à 4 pieds d'un feu quelconque, en reçoit 16 fois moins de rayons que celui qui n'en eſt qu'à 2 pieds; & on conclut de cette démonſtration, que la lumiére & la chaleur croiſſent en raiſon inverſe du quarré de la diſtance, au corps lumineux.

La regle du quarré des diſtances n'a pas lieu dans la chaleur comme dans la lumiére.

Cette concluſion ſeroit très-juſte, ſi la chaleur & la lumiére étoient aſſervies aux mêmes loix.

La lumiére n'étant que le feu tranſmis en ligne droite juſqu'à nos yeux, ce feu ne peut nous éclairer que par la quantité des rayons qu'il nous envoye.

Mais il paroît qu'il n'en eſt pas de même de la chaleur. Le feu, par ſa chaleur, fait pluſieurs effets ſur les corps, qui ne paroiſſent pas pouvoir être attribués à la quantité ſeule de ſes parties raſſemblées dans un plus petit eſpace.

1.° L'effet

Le feu n'agit pas seulement par le nombre de ses parties,

1.° L'effet le plus prompt & le plus violent que le feu puisse faire, se produit par l'attrition de deux corps durs : or on ne peut attribuer, ce me semble, la vitrification presque instantanée de ces corps, à la seule quantité des parties du feu.

Cette expérience prouve encore que tout le feu ne vient pas du Soleil, car elle réussit aussi-bien à l'ombre qu'au Soleil, & la nuit que le jour.

Preuves.

2.° Le Pyrometre nous apprend qu'un feu double n'opére pas un effet double, ni un feu triple un effet triple dans la dilatation des corps : Donc le feu n'agit pas toûjours en raison de sa quantité.

3.° Les Phosphores brûlants produisent des effets qui ne peuvent être attribués à la seule quantité du feu qu'ils contiennent.

4.° La chaleur du cone lumineux qui va fondre l'Or & les Pierres dans le foyer du miroir ardent, est à 5 pouces de ce foyer, très-supportable à la main, & le Thermometre dans cet endroit, ne monte qu'à 190 degrés : or comment se peut-il que par la seule densité des rayons, le feu fasse des effets si différents à 5 pouces de distance seulement ?

5.° Si on ne reçoit pas les rayons que le miroir ardent envoye à son foyer, sur un corps solide qui les retienne dans sa substance, ces rayons qui auroient vitrifié l'Or & les Pierres exposés à ce foyer, communiqueront à l'air une chaleur qui sera à peine sensible. Cependant si le feu agissoit seulement par la quantité de ses parties, l'air devroit être dans cet endroit d'une chaleur qu'on auroit peine à supporter ; il faut donc que ces effets ayent encore une autre cause.

6.° Ce phénomene nous apprend encore que le chaud & le froid ne différent que par la résistance que les corps solides apportent à l'action du feu, c'est ce qui fait qu'il regne un grand froid au-dessus de l'atmosphere.

7.° Si ces effets si prompts & si violents du miroir ardent, devoient être attribués à la seule quantité des rayons qu'il rassemble à son foyer, il seroit impossible que la chaleur du Soleil fût si modérée, & qu'en Hiver même où il nous donne

une chaleur si médiocre, le miroir ardent fît cependant ses plus grands effets ; c'est ce que M. Lémery a très-bien remarqué : cet habile homme attribuë cette différence à l'air qui est entre le Soleil & nous, & qui modere la chaleur des rayons du Soleil, comme le bain-marie tempere la chaleur de notre feu ; mais ne pourroit-on pas lui répondre que l'air est également entre le miroir ardent & son foyer, comme entre le Soleil & nous ? & que par conséquent il devroit tempérer les effets des rayons rassemblés par ce miroir, comme il tempere ceux des rayons que le Soleil nous envoye, le miroir & nos yeux les recevant du Soleil également affoiblis ; le peu d'impression que les rayons qui entrent dans nos yeux, font sur cet organe, est encore une preuve que le Feu n'agit pas par la seule quantité.

Il paroît donc qu'il faut chercher une autre cause des effets prodigieux des verres brûlants, puisqu'ils ne peuvent être attribués à la seule quantité des rayons que ces miroirs rassemblent à leur foyer.

Les parties du feu acquiérent une nouvelle force par leur approximation.

Si ce n'est pas par leur densité que les rayons opérent tous les effets des verres brûlants, ce ne peut être que parce qu'ils acquiérent une nouvelle vertu par leur approximation.

Le Feu ne seroit pas seul dans la Nature dont l'approximation déployeroit la force, l'Aimant n'est-il pas dans ce cas, & la distance ne détermine-t-elle pas sa vertu à agir ?

Nous voyons dans l'inflexion de la lumiére & dans sa réfraction, que les corps agissent d'autant plus sur les rayons, qu'ils en sont plus proches ; pourquoi les rayons n'agiront-ils pas aussi l'un sur l'autre en raison de leur approchement ?

Preuves.

Mais de plus, j'ai prouvé dans ma premiére partie, article VII. que les particules constituantes du Feu, ont la même tendance à se fuir, que celles des corps ont à s'unir, & que cette propriété du Feu est nécessaire à la constitution & à la conservation de l'Univers : or pourquoi cette force que les rayons ont pour s'éviter, n'augmentera-t-elle pas en raison de leur approchement, de même que celle que les corps ont à s'unir, augmente dans le contact ?

Il eſt difficile, à la vérité, d'aſſigner en quelle proportion cette force augmente dans les particules du feu. Pluſieurs Philoſophes ont conjecturé que celle que les corps ont pour s'unir, augmente dans le contact en raiſon du cube de leur approchement, & même un peu plus.

Je ne voudrois pas aſſûrer que la force par laquelle les particules du feu ſe fuyent, augmente dans la même proportion. Ce probleme (s'il eſt poſſible de le réſoudre) me paroît digne de l'attention des Philoſophes; mais quelle que ſoit cette augmentation de force que les rayons acquiérent par l'approximation, il eſt de l'uniformité avec laquelle la Nature procede, qu'elle ſoit d'autant plus grande qu'ils ſont plus rapprochés, de même que l'effort que les corps font pour s'unir, augmente dans ce que nous appellons *leur contact*, & que c'eſt vraiſemblablement à cette force qu'on doit attribuer les prodigieux effets des verres brûlants.

Cette propenſion que les parties du feu ont à ſe fuir, cet effort qu'elles font ſans ceſſe pour s'éviter, ſe voit à l'œil lorſqu'on approche deux bougies l'une de l'autre, & qu'on veut unir leurs flammes; car on les voit viſiblement s'éviter, & ſe fuir avec d'autant plus de force qu'on les approche davantage.

Il y a bien de l'apparence que le feu agit toûjours ſur les corps dans une raiſon compoſée de ces deux raiſons, ſçavoir, la denſité de ſes parties, & la force qu'elles acquiérent dans leur approximation.

La premiére de ces raiſons, c'eſt-à-dire, leur quantité, tombe preſque ſous nos ſens, au lieu qu'il a fallu d'auſſi grandes différences que celles des effets des verres brûlants, pour nous faire appercevoir de la vertu qu'ils acquiérent par l'approchement.

Les efferveſcences nous démontrent que la plûpart des particules de la matiére, ſont l'une & l'autre comme de petits Aimants, & qu'elles ont un côté attirant & un côté repouſſant. Cette vertu n'eſt vraiſemblablement autre choſe que la tendance que les particules des corps ont à s'unir, & l'effort que

le feu retenu dans leurs pores, fait ſans ceſſe pour les ſéparer, & c'eſt le combat de ces deux pouvoirs antagoniſtes qui cauſe les efferveſcences, & peut-être la plûpart des phénomenes de la Nature.

Les fermentations qui ſe font dans l'air, & qui cauſent les Tonnerres, les Vents, &c. nous prouvent encore que les corps ſe repouſſent & s'attirent, & que ce combat augmente dans l'approchement.

Cette nouvelle force que les particules de feu acquiérent dans l'approchement, ne peut être qu'une augmentation de mouvement, & c'eſt par ce mouvement augmenté, qu'ils détruiſent les corps les plus ſolides avec tant de facilité dans le foyer du Miroir ardent.

Objections contre cette opinion, & réponſes.

Je ne veux point diſſimuler les phénomenes qui paroiſſent contraires à l'opinion que je propoſe : les difficultés affermiſſent la vérité, & quand on la cherche de bonne-foi, on chérit les objections, ce ſont autant de fanaux mis ſur la route, pour nous empêcher de nous égarer.

Je vais examiner quelques-unes des difficultés que j'imagine que l'on peut faire contre cette propriété des rayons.

1.° Toute action eſt d'autant plus forte, qu'elle eſt plus perpendiculaire ; or cette action mutuelle des rayons l'un ſur l'autre, ne pourroit être que latérale : Donc loin d'augmenter leur force, elle la diminuëroit.

Il me ſemble que cette objection, qui paroît d'abord ſpécieuſe, eſt aiſée à détruire ; car, premiérement, le Feu eſt un être à part, qui n'eſt pas toûjours aſſujetti aux regles que ſuivent les corps, & ſecondement, quel eſt l'effet que le feu fait ſur les corps, au foyer du verre ardent ? n'eſt-ce pas de les fondre, de les vitrifier, de les diſſiper, de les ſéparer enfin juſques dans leurs parties élémentaires ? Or une action perpendiculaire ſi forte qu'on la puiſſe ſuppoſer, ne pourra jamais faire cet effet ; il faut abſolument que le feu agiſſe ſur les particules de ces corps, ſelon toutes ſortes de directions, pour les ſéparer à ce point : Donc cette action latérale, loin de diminuer la force des rayons, eſt préciſément ce en quoi elle conſiſte.

2.° Les rayons de la Lune, quoique très-rapprochés dans le foyer d'un verre ardent, ne paroissent point augmenter leur force, car ils ne font aucun effet sur les corps qu'on leur expose; ainsi cette vertu que vous supposés dans les rayons, n'existe pas; mais on seroit aussi en droit de conclurre de cette expérience, que les rayons du Soleil n'ont pas la vertu de brûler, car les rayons de la Lune sont également privés de ces deux propriétés.

3.° Deux meches dilatent moins une lamine de métal dans le Pyrometre, font moins d'effet sur elle, qu'une méche, trois en font moins que deux, & ainsi de suite; or il y a cependant plus de rayons, & des rayons plus rapprochés quand il y a deux meches, que quand il n'y en a qu'une; l'effet du feu devroit donc être plus grand alors, mais il est plus petit: Donc, &c.

Premiérement, cette puissance du feu n'est pas assés augmentée par deux meches, trois meches, &c. pour surmonter la résistance des parties du métal; ainsi l'effet ne suit pas dans ce cas la quantité du feu seulement, mais il est proportionné à cette quantité, & à la résistance qu'on lui oppose.

Secondement, lorsque ces deux meches sont éloignées, la dilatation est moindre que lorsqu'elles sont rapprochées: Donc alors cette vertu du feu par l'union de ses parties, se manifeste même dans un objet presque insensible.

Malgré toutes ces raisons, je ne propose cette opinion que comme un doute, je pourrois dire qu'il m'est commun avec de grands Philosophes; mais c'est au temps, & sur-tout à l'expérience à le justifier.

Il reste encore bien des découvertes à faire sur l'action du Feu, sur les corps & la réaction des corps sur le Feu, & c'est peut-être les avancer que d'oser douter, car on ne cherche point ce qu'on croit découvert.

Conjecture sur l'action du feu dans Saturne & dans les Cometes.

Cette augmentation de la force du feu, par l'approximation de ses parties (si elle a lieu) est peut-être une des voyes dont le Créateur s'est servi pour suppléer à l'éloignement où Saturne & les Cometes sont du Soleil. Peut-être les rayons agissent-ils

dans ces Globes, en raiſon du cube des approchements, & alors la force qu'ils acquerront dans l'approximation, ſera d'autant plus grande, que la force ordinaire eſt augmentée; ainſi une très-petite quantité de rayons ſuffira pour les échauffer & pour les éclairer.

XII.

Du Refroidiſſement des corps.

Les corps ſolides ſe refroidiſſent plus lentement que les autres.

1.° Plus un corps reçoit difficilement le feu dans ſes pores, & plus il l'y conſerve long-temps, car ce corps réſiſte également par ſa maſſe & par la cohérence de ſes parties, à l'effort que fait le feu pour pénétrer dans ſa ſubſtance, & à celui qu'il fait pour l'abandonner; ainſi plus un corps eſt ſolide, plus il ſe refroidit lentement.

2.° Les corps legers au contraire cédant aiſément à l'action du feu, s'échauffent plus promptement & ſe refroidiſſent de même; ainſi le feu échauffe davantage les plus grands, & plus long-temps les plus maſſifs, car il ſe diſtribuë ſelon les eſpaces & non ſelon les maſſes.

3.° Deux globes de Fer également échauffés, conſervent leur chaleur en raiſon directe de leur diametre; car plus leur diametre eſt grand, moins ils ont de ſurface par rapport à leur maſſe, & moins le feu trouve d'iſſuë pour s'échapper de leurs pores; & de plus, l'air extérieur qui les environne les touchant en moins de points, prend moins de leur chaleur.

Conjecture ſur la forme du Soleil.

Par la même raiſon, la figure ſphérique eſt la plus propre à conſerver long-temps la chaleur, car c'eſt de toutes les figures celle qui a le moins de ſurface, par rapport à ſa matiére, & le feu ne trouve dans un globe aucun endroit qu'il puiſſe abandonner plus aiſément qu'un autre, car ils lui oppoſent tous une réſiſtance égale.

Cette raiſon pourroit faire croire que le Soleil & les Etoiles fixes, ſont des corps parfaitement ſphériques (en faiſant abſtraction de l'effet de la force centrifuge).

4.° Les corps qui prennent le plus de la chaleur des

autres corps, ſont reputés les plus froids ; c'eſt pourquoi le Fer nous paroit plus froid que la Soye, car les corps les plus denſes, ſont ceux qui prennent le plus de notre chaleur, parce qu'ils nous touchent en plus de points, & le Fer étant ſpécifiquement plus denſe que la Soye, doit nous paroître plus froid.

En quelle raiſon les corps communiquent leur chaleur.

5.° Un cube de Fer chaud étant mis entre deux cubes froids, l'un de Marbre, & l'autre de Bois, ce Fer ſe réfroidira plus par le contact du Marbre, mais il échauffera davantage le Bois dans un même temps, car le feu paſſe d'un corps dans un autre, & ce Marbre s'échauffe plus difficilement que le Bois, à peu-près en raiſon de la peſanteur ſpécifique de ces deux corps.

6.° Mais ſi on laiſſe ces trois cubes aſſés long-temps dans un même lieu, la chaleur du cube de fer ſe diſtribuera aux deux autres, & à l'air qui les entoure; de façon qu'au bout de quelque temps, ils ſeront tous trois de la même température que l'air dans lequel ils ſont.

Du refroidiſſement des fluides.

7.° Les liqueurs ſe refroidiſſent à peu-près en raiſon de leur maſſe, & de la glutinité de leurs parties.

8.° La chaleur des corps qui ſe refroidiſſent, eſt plus forte au centre, car le feu abandonne toûjours la ſuperficie la premiére.

9.° L'eau qui éteint le feu, conſerve le Phoſphore d'urine, car ce phoſphore, tant qu'il ne brûle pas, eſt comme un feu éteint, ainſi l'eau l'éteint en un ſens en le conſervant, c'eſt une eſpece de créature qu'on lui confie, & qu'elle rend dès qu'on la lui redemande.

Toutes ces regles, ſelon leſquelles le feu abandonne les corps, ſont ſujettes à des exceptions, de même que celles ſelon leſquelles il les pénétre, mais le détail en ſeroit infini.

Le Pyrometre qui nous a appris la marche de la dilatation des corps, nous marque auſſi celle de leur contraction : en général, les corps ſe contractent d'autant plus lentement qu'ils ſe ſont moins dilatés par un même feu, *& vice verſâ*, le feu abandonne les corps plus lentement qu'il ne les pénétre, &c. Mais les bornes que je me ſuis preſcrites, ne

permettent pas d'entrer dans le détail de ces ſçavantes expériences.

XIII.

Des cauſes de la Congélation de l'Eau.

Il y a trois ſortes de froids.

Le premier eſt celui qui dépend de la diſpoſition de nos organes, car nos ſens nous font ſouvent juger qu'un corps eſt plus froid qu'un autre, quoiqu'ils ſoient tous deux de la même température ; c'eſt par cette illuſion que le Marbre nous paroît plus froid que la Laine, que le Peuple croit les Caves plus chaudes en Hiver qu'en Eté, &c.

Le ſecond, lorſque les corps ſe refroidiſſent réellement, & que le feu s'envole de leurs parties ; cette ſorte de froid n'eſt autre choſe que la diminution du feu, & c'eſt d'elle dont j'ai parlé dans l'article précédent. C'eſt ainſi que toute la Nature ſe refroidit & ſe contracte l'Hiver, par l'abſence du Soleil.

Le troiſiéme eſt la congélation de l'eau.

L'abſence du feu n'eſt pas la ſeule cauſe de la congélation de l'eau.

Il ſemble par toutes les circonſtances qui accompagnent cette troiſiéme eſpece de froid, qu'il ne peut être attribué à la ſeule abſence du feu ; & qu'il faut en chercher une autre cauſe dans la Nature.

Preuves.

1.° Le feu raréfie tous les corps qu'il pénétre, & augmente par conſéquent leur volume : Donc ſi la glace n'étoit cauſée que par l'abſence du feu, elle ſeroit de l'eau contractée, & elle devroit être ſpécifiquement plus peſante que l'eau ; mais il arrive tout le contraire, l'eau augmente ſon volume par la congélation, environ dans la proportion de 8 à 9, & l'augmente d'autant plus que le froid eſt plus grand, & qu'elle devroit être plus contractée : Donc la glace n'eſt pas cauſée par l'abſence du feu ſeulement.

2.° Cette augmentation de volume de l'eau glacée, ne peut être attribuée aux bulles que l'air qui s'échappe de ſes pores, éleve dans ſa ſubſtance ; car de l'eau purgée d'air, avec tout

tout le ſoin poſſible, ſe gele ſans faire paroître aucune de ces bulles, & cependant ſon volume augmente.

3.° Le Feu étant le principe du mouvement interne des corps, moins un corps contient de feu, plus ſes parties doivent être en repos; ainſi ſi la glace n'étoit cauſée que par l'abſence du feu, elle devroit être privée de tout mouvement ſenſible, mais il ſe fait une fermentation très-violente dans ſa ſubſtance, cette fermentation va même juſqu'à lui faire rompre les vaſes qui la contiennent, quelque ſolides qu'ils ſoient; on ſçait qu'elle fit peter un canon de Fuſil que M. Huguens expoſa ſur ſa fenêtre pendant l'Hiver, après l'avoir rempli d'eau: Donc l'abſence du feu n'eſt pas la ſeule cauſe de la congélation.

4.° Ce mouvement dans lequel les parties de la glace ſe trouvent continuellement, ſe prouve encore par les exhalaiſons qu'elle rend, elles ſont ſi conſidérables, que ſon poids en diminuë ſenſiblement. M. Hals a obſervé que ſi une ſurface d'eau s'évapore de $\frac{1}{21}$.e de pouce en 9 heures, à l'ombre, pendant l'Hiver, la même ſurface de glace, miſe dans le même endroit, s'évapore pendant le même temps, de $\frac{1}{31}$.e; c'eſt cette tranſpiration qui fait que la neige qui eſt ſur la terre, diminuë même par le plus grand froid.

Enfin, dans les Etangs pendant la gelée on entend le bruit cauſé par cette efferveſcence, ainſi la ceſſation du mouvement n'eſt pas plus la cauſe de la glace, que le mouvement n'eſt la cauſe du feu.

5.° Si la glace n'étoit que la privation du feu, il devroit toûjours dégeler dès que le Thermometre monte à 33 degrés au-deſſus de la congélation; mais le Thermometre monte ſouvent juſqu'à 36 & même juſqu'à 41, ſans qu'il dégele; & au contraire, il gele quelquefois lorſque le Thermometre eſt au-deſſous de 32 degrés: Donc l'abſence du feu n'eſt pas la ſeule cauſe de la congélation.

6.° Si le feu en ſe retirant des pores de l'eau, étoit la ſeule cauſe de la congélation, on ne pourroit attribuer cet effet qu'à l'abſence du Soleil, qui fait ſeul la différence du

plus ou du moins de feu répandu dans l'Atmoſphere, pendant l'Hiver & l'Eté.

Or M. Amontons, qui nous a ſi fort éclairés ſur toutes ces matiéres, a trouvé par ſes obſervations ſur le Thermometre, que le froid de l'Hiver ne différe du chaud de l'Eté, que comme 7 différe de 8 : or comment une ſi petite différence dans la chaleur pourroit-elle ſuffire pour changer les fluides en ſolides, & pour faire périr quelquefois une partie des germes de la Nature?

Si la congélation ne peut être attribuée à la ſeule abſence du feu, il faut donc en chercher quelque autre cauſe dans la Nature; les circonſtances qui l'accompagnent, ſont ce qui peut nous ſervir le plus à découvrir cette cauſe, il faut donc les examiner avec ſoin.

Il ſe mêle des parties hétérogenes à l'eau, leſquelles ſont la cauſe de ſa congélation.

Nous voyons que les parties de la glace ſont dans un grand mouvement, il faut donc qu'il ſe mêle à l'eau, lorſqu'elle ſe gele, des parties hétérogenes, qui ſoient cauſe de cette effervefcence continuelle; car aucun fluide ne fait effervefcence, s'il ne ſe joint à lui quelque corps hétérogene avec lequel il fermente.

L'exiſtence de ces parties qui ſe mêlent à l'eau, & qui produiſent ſa congélation, paroît prouvée par une foule d'expériences.

1.° L'eau de la glace fonduë s'échauffe bien plus difficilement que l'autre ; elle n'eſt plus propre à faire ni Café ni Thé, & ceux qui ont le palais délicat, la diſtinguent facilement au goût : il faut donc qu'il ſe ſoit mêlé des parties hétérogenes à cette eau, puiſque ſa ſaveur & ſa qualité ſont changées. Ces parties hétérogenes donnent des goitres & des maux de gorge continuels aux habitans des Alpes qui boivent de l'eau de neige.

2.° L'eau expoſée à l'air ſe gele beaucoup plus vîte que l'eau enfermée hermétiquement dans une bouteille de verre, & cependant ces deux eaux contiennent également de particules de feu; & les particules de feu paſſent à travers le verre avec facilité : Donc ſi l'abſence du feu faiſoit la

congélation, il ne devroit pas y avoir une ſi grande différence dans la vîteſſe de la congélation de ces deux eaux : Donc puiſqu'elle s'opére ſi inégalement, c'eſt une marque certaine que des particules hétérogenes ſe mêlent à l'eau dans le temps de la congélation, & que ces particules paſſent plus facilement dans cette eau, lorſqu'elle eſt en plein air, que lorſqu'elle eſt enfermée dans cette bouteille.

3.° L'épaiſſeur de la glace n'augmente pas à proportion du froid qu'il fait, plus la glace eſt épaiſſe le premier jour de la gelée, moins ſon épaiſſeur augmente le ſecond, & ainſi de ſuite; marque certaine qu'il s'eſt introduit dans ſa ſubſtance, des particules hétérogenes qui ont bouché ſes pores & ſes interſtices, & en ont rendu par-là, l'accès plus difficile à celles qui veulent y pénétrer; mais les particules de feu qui pénétrent les pores d'un Diamant, devroient ſortir de cette eau glacée avec la même facilité, quelle que ſoit ſon épaiſſeur : il faut donc qu'il ſe fiche dans les particules de l'eau qui ſe gele, des particules roides qui rempliſſent ſes pores, & qui, en interrompant ſa glutinité, ſont cauſe de ſa congélation.

Expérience ſinguliére, faite par l'Académie de Florence, qui prouve cette opinion.

4.° Il eſt rapporté dans les expériences de l'Académie de Florence, que 500 livres de glace ayant été expoſées à un Miroir concave, les parties frigérifiques réfléchies à ſon foyer, firent baiſſer ſenſiblement un Thermometre qu'on y avoit placé; les Philoſophes qui firent cette expérience, craignant que ce ne fût l'effet direct de cette maſſe de glace ſur le Thermometre, qui l'eût fait baiſſer, couvrirent le Miroir, & alors le Thermometre hauſſa, quoique les 500 livres de glace n'euſſent pas changé de place : Donc ce Miroir réfléchiſſoit réellement des rayons glacés (ſi je puis m'exprimer ainſi) Donc il falloit qu'il y eût dans cette glace des particules frigérifiques; car ſi la ſeule privation du feu faiſoit la congélation, le Miroir n'auroit pû raſſembler, réfléchir le froid; une privation n'étant rien, ne peut être ni réfléchie, ni rapprochée.

Mais quelles ſont ces particules? c'eſt ce qui nous reſte à dire.

Les eaux glacées que nous faisons, nous font connoître quelles sont les parties frigérifiques qui causent la glace.

Les Hommes ont inventé un art qui peut servir également à leur instruction & à leurs plaisirs; la façon dont on fait ce qu'on appelle *des eaux glacées*, peut nous servir d'indice pour découvrir les corps que la Nature employe dans ses congélations. Tout le monde sçait que de l'eau contenuë dans un vase que l'on entoure de Sel & de Neige, se glace, quelque chaud que soit l'Atmosphere, dès que le Sel commence à fondre la Neige; mais si au lieu de Sel on met de l'Esprit de Nitre avec la Neige, le froid qui se produit alors, fait baisser le Thermometre à 72 degrés au-dessous du point de la congélation: c'est Faheinrheit qui fit le premier cette expérience, & elle nous prouve invinciblement, qu'il y a encore beaucoup de feu dans la glace naturelle, puisqu'on peut produire une sorte de froid, qui surpasse de 72 degrés celui qui fait geler l'eau sur la terre. Et qui osera mettre des bornes à cette puissance d'exciter le froid! Ainsi cette expérience nous fait voir que nous ne connoissons pas plus les bornes de la congélation, que celles de la chaleur.

Ces particules sont les Sels & les Nitres dont l'air est chargé.

Il y a donc grande apparence que les corps qui entrent pendant l'Hiver dans l'eau pour la réduire en glace, sont de la même nature que ceux qui produisent nos congélations; & que les particules de Sel & de Nitre, que le Soleil éleve dans l'air, & qui retombent ensuite sur la terre, s'insinuent dans l'eau, bouchent ses pores, & se fichant comme autant de cloux entre ces interstices, en chassent les particules de feu, & font enfin que cette eau passe de l'état de fluide, à celui de solide: ainsi le feu est en un sens, une des causes de la congélation, puisque ce n'est qu'en le chassant d'entre les pores de l'eau, que ces particules roides la réduisent en glace; mais sans ces particules, l'absence seule du feu ne feroit point cet effet sur elle: c'est ce qui paroît dans ce qui arrive aux liqueurs spiritueuses, comme l'Eau forte, l'Esprit de Vin, &c. qui ne gelent point, quoique, dans le froid, il se retire beaucoup de particules de feu de leurs pores.

Pourquoi l'Esprit de Vin & d'autres liqueurs ne gelent point.

Ces liqueurs qui ne se gelent jamais, sont une des plus grandes preuves de la nécessité de ces parties frigérifiques,

lesquelles vraisemblablement ne fermentent point avec elles comme avec l'eau; & c'est vraisemblablement ce qui fait qu'elles ne se gelent point.

Plus on examine la Nature, plus on se persuade que les particules de Sel & de Nitre qui s'introduisent dans l'eau, sont la cause de la congélation.

1.° Les lieux qui abondent en glace & en neige, sont tous remplis de Sel & de Nitre; ainsi il y a des pays où il gele la nuit du jour qu'il a fait grand chaud: telle est la partie septentrionale de la Perse & de l'Armenie. M. Tournefort, que l'amour des Sciences entraîna jusques dans ces pays, a remarqué qu'ils abondent en Nitre & en Sel; le Soleil qui y est très-chaud, éleve le jour, par sa chaleur, ces particules nitreuses, & elles retombent la nuit sur la terre où elles s'insinuent dans l'eau, & la gelent malgré les particules de feu qui ont pénétré dans cette eau pendant le jour, par la présence du Soleil.

2.° Lorsqu'un pays abonde en ces sortes de particules nitreuses & salines, la chaleur du Soleil doit les élever de la terre pendant l'Eté, plus que pendant l'Hiver, car elle est beaucoup plus forte; ainsi il gelera l'Eté dans ces pays-là, & c'est ce qui arrive en plusieurs endroits de l'Italie, de la Suisse & de l'Allemagne où il y a des Lacs, & même un Fleuve dans l'Evêché de Bâle, qui, au rapport de Scheuchserus, ne gelent que dans l'Eté.

On connoît la sçavante Description que M. de Boze a faite des Grottes de Besançon, & l'on sçait que ces Grottes dans le plus fort de l'Eté, sont pleines de glace, & que plus il fait chaud, plus cette glace est épaisse; il sort de ces Grottes pendant l'Hiver, une espece de fumée, laquelle annonce la liquefaction de cette glace, & un ruisseau qui est dans le milieu de la Grotte, gele l'Eté, & coule l'Hiver. M. de Billerez a examiné la terre qui couvre & entoure ces Grottes, & il l'a trouvée pleine de Sel, de Nitre, & de Sel ammoniac; le Soleil fond ces Sels bien plus facilement l'Eté que l'Hiver, ces Sels coulent dans ces Grottes par des fentes, & l'eau

qu'elles contiennent, se glace d'autant plus, que l'Eté étant plus chaud, le Soleil fait fondre une plus grande quantité de ces Sels : or que la glace de ces Grottes en contienne beaucoup, cela est certain, car lorsqu'on la fait fondre & évaporer, il reste dans le fond, une terre qui a le même goût à peu-près que les Yeux d'Ecrevisses.

Pourquoi de l'eau entourée de glace & de Sel, gele sur le feu.

3.° Si l'on met de la Neige & du Sel autour d'un vase plein d'eau, & que l'on mette le tout sur le feu, l'eau qui est dans le vase se gelera d'autant plus vîte que le feu sera plus grand, & que la Neige sera plûtôt fonduë, ce qui ne peut venir que de ce que le feu chasse d'entre les pores de la Neige, les parties roides qu'elle contenoit, & que ces particules s'insinuent dans l'eau & la gelent; car on ne dira pas, je crois, que le feu prive l'eau du vase, des particules de feu qu'elle contenoit, ni qu'il diminuë leur mouvement; c'est de la même maniére que la Neige & le Sel font geler l'eau sans être dessus le feu, car le feu ne fait qu'accélérer sa congélation.

Il n'y a point de pays dont la terre ne contienne de ces particules salines & nitreuses, que j'appelle *parties frigérifiques*, mais les régions qui en contiennent le moins, sont, toutes choses d'ailleurs égales, beaucoup moins froides que les autres.

Je dis, *toutes choses d'ailleurs égales*, car il y a des vents qui apportent ces sortes de particules avec eux, c'est ce dont on ne peut douter, si on fait attention aux effets qu'ils produisent.

De certains vents apportent avec eux le Sel & le Nitre, qui causent la glace.

1.° Au mois de Juin, dans le milieu de l'Eté, & par un temps très-serein, l'irruption inopinée d'un vent d'Est vient geler la pointe des herbes, les vignes, les fossés qui contiennent une eau dormante, & changer entiérement la température de l'air : or si ce vent n'apportoit avec lui ces particules nitreuses qui font la congélation, il ne pourroit refroidir à ce point les herbes & l'eau échauffées depuis long-temps par le Soleil.

Or pourquoi le vent d'Est, qui vient d'un pays très-chaud, fait-il plûtôt cet effet que le vent du Nord, qui vient du Pole,

ſi ce n'eſt parce qu'il apporte avec lui ces particules de Sel & de Nitre, dont le Soleil éleve une plus grande quantité dans ces contrées chaudes, que ſous le Pole ? Donc ce n'eſt pas ſeulement parce que le vent s'applique ſucceſſivement aux corps, ni parce qu'il apporte des particules de glace, qu'il les refroidit.

2.° Il gele quelquefois aux deux côtés, & non au milieu, dans un endroit, & non dans un autre qui lui eſt contigu; ces effets ne peuvent être aſſûrément attribués à l'abſence du feu, car ces deux endroits en contiennent également; mais on voit avec évidence qu'un vent d'Eſt qui ſouffle dans un endroit, & non pas dans un autre dont quelque Montagne lui défend l'entrée, doit répandre dans cet endroit où il ſouffle, les particules nitreuſes dont il eſt chargé, ce qui cauſe la congélation.

3.° Une preuve que le vent par lui-même ne refroidit point l'air, & qu'il faut que ceux qui cauſent le froid, apportent avec eux des particules frigérifiques ou de la glace, c'eſt qu'en ſoufflant avec un ſoufflet ſur un Thermometre, on ne le fait jamais baiſſer.

Pourquoi il gele rarement l'Eté dans nos climats.

4.° Il gele rarement l'Eté, parce que les particules de Sel & de Nitre étant plus diviſées, plus petites, par l'agitation que la chaleur du Soleil cauſe dans toute la Nature, elles ſe ſoûtiennent dans l'Atmoſphere lorſque le Soleil les éleve de la terre, & ne retombent point ſur la terre comme en Hiver; & de plus, les parties de l'eau étant auſſi dans un grand mouvement, le peu qui peut retomber de ces particules ſur la terre, ne peut ſuffire pour la geler.

L'air ne gele point, apparemment à cauſe de la rareté de ſes parties, & de leur prodigieux reſſort. Il me ſemble qu'on peut conſidérer l'air extrêmement comprimé, comme une eſpece d'air gelé, & apparemment qu'il n'eſt pas ſuſceptible par ſa nature, d'une autre ſorte de congélation.

Ces particules ſalines & nitreuſes, qui s'introduiſent dans l'eau, & qui devroient la rendre plus peſante lorſqu'elle eſt gelée, n'empêchent pas cependant que ſa peſanteur ſpécifique,

ne diminuë, l'augmentation de ſon volume & les exhalaiſons qui en ſortent, empêchant qu'on ne s'apperçoive du poids de ces corpuſcules, qui ſont d'ailleurs très-déliés, puiſqu'ils paſſent à travers les pores du Verre, & il ſe peut très-bien faire que leur poids ſoit inſenſible à la groſſiéreté de nos balances, de même que celui des corpuſcules du Muſc, de l'Ambre & de toutes les odeurs.

Je ne crois pas que quelqu'un qui peſera avec attention toutes les raiſons que je viens de rapporter, puiſſe s'empêcher de reconnoître que ces particules (dont tous les Phénomenes de la Nature, & toutes nos opérations ſur la glace, nous démontrent l'exiſtence) ſoient abſolument néceſſaires à la congélation de l'eau, & que ſans elles nous n'en pourrions aſſigner aucune cauſe.

X I V.

De la Nature du Soleil.

On n'a communément qu'une idée vague de la nature du Soleil, on voit que ſes rayons nous échauffent, & qu'ils brillent; & on en conclut que le Soleil doit être un globe de feu immenſe, qui nous envoye ſans ceſſe les rayons lumineux dont il eſt compoſé, & on ſe repoſe ſur cette idée, ſans trop l'examiner en détail.

Le Soleil ne peut être un globe de feu.

Mais qu'entend-on par un globe de feu? Si l'on entend un globe entier de particules ignées, de feu élémentaire, j'oſe dire que cette idée eſt inſoûtenable.

En voici les raiſons.

1.° Le feu qui fond l'Or & les Pierres au foyer d'un Verre ardent, diſparoît en un inſtant, ſi on couvre ce Miroir d'un voile; & il ne reſte aucun veſtige de ce feu, qui un moment auparavant faiſoit des effets ſi puiſſants: Donc ſi le Soleil étoit un globe de feu, s'il n'étoit pas un corps ſolide, un ſeul inſtant d'émanation ſuffiroit pour le détruire, & il auroit été diſſipé dès le premier moment qu'il a commencé d'exiſter.

Il faut qu'il ſoit ſolide, puiſqu'il ne ſe diſſipe pas.

2.° La

2.° La chaleur & la lumiére ne diſparoiſſent ainſi au foyer du Verre ardent, que par la propriété que le feu a de ſe répandre également de tous côtés, lorſqu'aucun obſtacle ne s'oppoſe à ſa propagation *quaquaverſum,* qui eſt un attribut de ſon eſſence: Donc ſi le Soleil étoit un globe de feu, le feu ne pourroit avoir cette tendance *quaquaverſum:* Donc puiſqu'il eſt certain que cette propriété eſt inſéparable du feu, & qu'elle conſtituë ſon eſſence, le Soleil ne peut être composé ſeulement de particules ignées.

3.° Si les parties conſtituantes du feu ont une force pour s'éviter, cette force devroit augmenter infiniment dans le Soleil, s'il étoit un amas de feu, puiſqu'elles y ſeroient plus raſſemblées qu'elles ne peuvent jamais l'être ailleurs: Donc ſi on ſuppoſe que les particules du feu, ont une force qui les porte à s'éviter, le Soleil n'auroit pû ſubſiſter un moment ſans être diſſipé, s'il étoit composé ſeulement de feu.

4.° On ne peut dire que le Soleil ne ſe diſſipe pas par l'émanation, parce que l'Atmoſphere qui l'entoure, repouſſe ſans ceſſe vers lui les particules lumineuſes qui émanent de ſa ſubſtance; car ſi cet Atmoſphere les repouſſoit vers lui, elles ne viendroient pas à nous: mais il eſt prouvé par la découverte de M.rs Huguens & Roëmer, qu'elles viennent du Soleil à nous, en 7 ou 8 minutes, & de certaines Etoiles fixes, en près de 36 ans, ſelon un nouveau calcul de M. Brendley: Donc cet Atmoſphere ne pourroit empêcher que le Soleil & les Etoiles fixes, ne ſe diſſipaſſent par l'émanation. Cet Atmoſphere eſt d'ailleurs démontré impoſſible, car s'il étoit très-denſe, il empêcheroit la lumiére de venir juſqu'à nous; & s'il ne l'étoit pas, il ſe diſſiperoit par la chaleur du Soleil.

Il ne peut avoir d'atmoſphere.

Il y a eu des Philoſophes, qui, pour trancher apparemment toutes ces difficultés, avoient imaginé que les rayons que le Soleil nous envoye, retournoient à cet Aſtre.

5.° Le Soleil eſt au centre de notre ſyſteme planétaire, tous les Philoſophes en conviennent: cependant s'il eſt un globe de feu, il paroît qu'il ne peut occuper cette place; car,

Si le Soleil étoit un globe de feu, il ne pourroit être au centre du monde.

ou bien le feu est pesant & déterminé vers un centre, ou bien il ne pese pas, & ne tend vers aucun point, plûtôt que vers un autre: Or dans le premier cas, tous les corpuscules de feu qui composent le corps du Soleil, tendroient vers le centre de cet Astre, & alors la propagation de la lumiére seroit impossible ; car comment le Soleil par sa rotation sur son axe, pourroit-il faire acquérir aux particules de feu qui le composent, une force centrifuge assés grande pour les obliger à fuir avec tant de force, le centre de gravité auquel elles tendent, & pour leur faire parcourir par cette seule force centrifuge, 33 millions de lieuës en 7 ou 8 minutes?

Si le feu étoit pesant, il ne pourroit émaner du Soleil.

Si au contraire, le feu n'est pas pesant, s'il n'est déterminé vers aucun point, quel pouvoir le retiendra au centre de l'Univers, & s'opposera à l'effort que ses particules font sans cesse pour s'éviter? qui l'empêchera enfin de se dissiper? Donc il faut que le Soleil soit un corps solide, puisqu'il ne se dissipe pas, & qu'il est au centre de notre monde: & il faut que le feu ne soit pas pesant, puisqu'il émane du Soleil.

Qu'il me soit permis de supposer un moment, l'attraction Newtonienne; le Soleil dans ce systeme, est au centre de notre monde planétaire, & cette place lui est assignée par les loix de la gravitation, parce qu'ayant plus de masse que les autres globes, il les force à tourner autour de lui: or si le feu ne pese point (comme je crois l'avoir prouvé) comment le Soleil peut-il être un corps de feu, c'est-à-dire, un corps non pesant, & attirer cependant tous les corps célestes vers lui, en raison de sa plus grande masse? Il est donc nécessaire dans le systeme de l'attraction, ou que le Soleil soit un corps solide, ou que le feu pese, & qu'il tende vers un centre; mais si le feu du Soleil tend vers son centre, par quelle puissance s'éloignera-t-il toûjours de ce centre, &c? Aussi M. Newton croyoit-il le Soleil un corps solide.

Il faut absolument que le Soleil soit un corps solide dans le systeme de M. Newton.

M. Newton dans son admirable Traité des Cometes, *liv. III. page 481 de ses Principes*, conjecture que le Soleil & les Etoiles fixes, réparent de temps en temps les pertes qu'ils font par l'émanation continuelle de leur lumiére; &

que ce renouvellement de ſubſtance, leur vient des Cometes, qui, par les dérangements que leur rencontre peut cauſer dans leur cours, & par la prodigieuſe excentricité de leurs orbes, doivent, ſelon ſon ſyſteme, tomber un jour dans le Soleil.

Il eſt vrai que ce n'eſt qu'une conjecture, mais celles d'un auſſi grand homme que M. Newton, méritent bien qu'on les examine.

Si le Soleil & les Etoiles ſont des globes de feu, & qu'il ſoit prouvé d'ailleurs que le feu eſt un être ſimple, qui ne ſe produit de rien, il faut ou que le Soleil & les Etoiles fixes ne ſoient point compoſées de particules de feu ſeulement, ou que cette reſſource que le grand Newton croyoit leur être préparée, leur devienne preſque inutile; car les Cometes ſont des corps opaques, qui ne peuvent jamais devenir du feu: il faut donc que le Soleil ſoit un corps ſolide, s'il répare ſes pertes par l'addition de corps opaques & ſolides, tels que les Cometes, qui doivent contenir bien moins de particules ignées, que de matiére ſolide.

6.° Les taches du Soleil ſont encore une preuve que cet Aſtre n'eſt pas un globe de feu.

La lumiére du Soleil paroît tirer ſur le jaune. On peut conjecturer avec quelque vraiſemblance, que le Soleil projecte par ſa nature plus de rayons jaunes que d'autres, & que c'eſt-là la raiſon pour laquelle il nous paroît de cette couleur; car que la lumiére du Soleil abonde en cette ſorte de rayons, c'eſt ce que M. Newton a prouvé par une expérience que l'on peut voir dans ſon Optique, *page 216*.

Il eſt très-poſſible que dans d'autres ſyſtemes, il y ait des Soleils qui projectant plus de rayons rouges, verds, &c. que d'autres, ſoient d'une autre couleur que notre Soleil: peut-être même ces couleurs primitives du Soleil ſont-elles différentes des nôtres; car il eſt vraiſemblable qu'il y a dans la Nature d'autres couleurs que celles que nous connoiſſons dans notre monde.

Quant à la nature du Soleil, il paroît preſque démontré qu'il n'eſt pas un globe de feu, & qu'il faut abſolument qu'il

ſoit un corps ſolide;mais de quoi ce corps eſt-il composé? d'où lui vient cette quantité preſque infinie de particules ignées qu'il projecte à tout moment hors de ſa ſubſtance, ſans s'épuiſer? C'eſt ce que nous ne ſçaurons vraiſemblablement jamais avec certitude.

Le Feu eſt un être dont nous connoiſſons à peine quelques attributs, mais dont la nature intime nous eſt inconnuë, & qui n'eſt analogue à aucun de ceux qui ſemblent plus ſoûmis que lui à nos recherches; ainſi nous ne pouvons que nous traîner de vraiſemblance en vraiſemblance, pour deviner ſa nature; nous entrevoyons ce qu'il n'eſt pas, mais nous ne voyons point du tout ce qu'il eſt.

Conjecture ſur la nature du Soleil.

Il eſt très-poſſible que le Soleil ſoit un corps extrêmement ſolide, (comme le grand Newton l'a ſoupçonné, *Queſt. II. de ſon Optique*) que ce corps ſolide contienne dans ſa ſubſtance, le feu qu'il nous envoye ſans ceſſe, & que ce feu en émane par de grands volcans; ce globe retiendra par ſa ſolidité, une partie de ce feu, & les particules ignées pourront en émaner ſans ceſſe, ſans qu'il s'épuiſe; car ſi le feu n'eſt ni peſant ni impénétrable, le Soleil pourra contenir dans ſa ſubſtance une infinité de ces particules.

Mais il faut avoüer que ce ne ſont-là que des conjectures très-incertaines, & d'ailleurs la facilité avec laquelle une hypotheſe expliqueroit tous les Phénomenes, n'eſt pas une raiſon pour l'admettre, de même que les difficultés que laiſſe encore dans notre eſprit une verité découverte, n'eſt pas une raiſon pour la rejetter: ainſi je crois qu'on peut affirmer que le Soleil n'eſt pas un globe de feu, & qu'il eſt ſolide; mais il faut avoüer en même temps, que nous ignorons entiérement quelle eſt ſa nature.

X V.

Du Feu Central.

Tout le feu ne vient pas du Soleil.

Tout le feu ne vient pas du Soleil, deux cailloux frappés l'un contre l'autre, ſuffiſent pour nous convaincre de cette

vérité; chaque corps & chaque point de l'eſpace a reçû du Créateur une portion de feu en raiſon de ſon volume; ce feu renfermé dans le ſein de tous les corps, les vivifie, les anime, les féconde, entretient le mouvement entre leurs parties, & les empêche de ſe condenſer entiérement.

Le Créateur a donné une portion de feu à chaque partie de la matiére.

Le Soleil paroît deſtiné à nous éclairer, & à mettre en action ce feu interne que tous les corps contiennent, & c'eſt par-là & par le feu qu'il répand, qu'il eſt la cauſe de la végétation, & qu'il donne la vie à la Nature.

Mais ſon action ne pénétre pas beaucoup au de-là de la premiére ſurface de la terre; on ſçait que les Caves de l'Obſervatoire, qui n'ont environ que 84 pieds de profondeur, ſont d'une température égale dans le plus grand froid & dans le plus grand chaud: Donc le Soleil n'a aucune influence à cette profondeur.

La chaleur du Soleil ne pénétre pas fort avant dans la terre.

Le feu étant également répandu par-tout, & la chaleur du Soleil ne pénétrant que la premiére ſurface de la terre, le froid devroit augmenter à meſure que la profondeur augmente, puiſque le Soleil échauffe continuellement la ſuperficie, & n'envoye aucune chaleur à 84 pieds.

Mais le froid, loin d'augmenter avec la profondeur, diminuë au contraire avec elle lorſqu'elle paſſe de certaines bornes; c'eſt ce que M. Mariotte a éprouvé en mettant le même Thermometre conſécutivement dans deux Caves, l'une de 30 pieds de profondeur, & l'autre de 84; le Thermometre ne paſſa pas 51 degrés $\frac{1}{2}$ dans la premiére, mais il monta à 53 degrés $\frac{1}{2}$ dans la ſeconde: Donc puiſque la chaleur étoit plus grande à 84 pieds qu'à 30, il faut qu'un feu renfermé dans les entrailles de la terre, ſoit la cauſe de cette chaleur, qui augmente lorſqu'elle devroit diminuer.

La chaleur augmente en approchant du centre de la terre.

Les Volcans & les Sources d'eau chaude, qui ſortent du ſein de la terre, les Métaux & les Minéraux qui végétent dans ſes entrailles, &c. nous démontrent ce feu central que Dieu a vraiſemblablement placé au milieu de chaque globe, comme l'ame qui doit l'animer.

Les Volcans & les ſources d'eau chaude démontrent le feu central.

M. de Mairan a prouvé par le calcul & par l'expérience

La chaleur qu'il fait en Eté en est encore une preuve.

(ces deux clefs de la Physique) que la chaleur du Soleil au Solstice d'Eté est à celle de cet Astre au Solstice d'Hiver, comme 66 à 1, toute déduction faite : or si toute la chaleur venoit du Soleil, l'Eté seroit 66 fois plus chaud que l'Hiver, & cependant il est prouvé par les expériences que M. Amontons a faites au Thermometre, que la chaleur de l'Eté de nos climats ne differe du froid qui fait geler l'eau, que comme 8 differe de 7. Il faut donc qu'il y ait dans notre terre un fond de chaleur indépendante de celle du Soleil.

Or puisque rien ne se change en feu, & qu'il est également répandu par-tout, il faut que ce fond de chaleur ait été mis par le Créateur dans le centre de la terre, d'où il se distribuë également à la même distance dans tous les corps qui la composent, en sorte que s'il n'y avoit point de Soleil, tous les climats de la terre seroient également chauds, ou plûtôt également froids à sa superficie; mais la chaleur augmenteroit, comme elle augmente réellement, à mesure que l'on approcheroit du centre de la terre.

Ainsi le feu central paroît prouvé par les Phénomenes de la Nature, & il n'est nullement nécessaire, pour l'expliquer, de recourir, comme un Philosophe de nos jours, à une tendance du feu en embas, tendance démentie par les expériences les plus communes, comme par les plus fines. Il suffit, pour l'existence de ce feu, de la volonté du Créateur, & pour sa conservation, de la loi qui fait que le feu se retire plus lentement des corps, à mesure qu'ils sont plus denses; car le feu, au centre de la terre, doit être retenu par un poids dont il ne peut vaincre la résistance.

Lorsque le feu trouve quelqu'issuë, il sort avec furie de cette fournaise soûterraine, & c'est ce qui fait les Volcants, les Vents sulphureux, &c. mais il ne peut jamais s'échapper qu'une très-petite partie de ce feu renfermé dans les entrailles de la terre.

La chaleur de ce feu soûterrain augmente à mesure que l'on approche du centre de la terre, car alors on en est plus

près; & de plus, puiſque la peſanteur de l'Atmoſphere retarde l'ébullition de l'eau, c'eſt-à-dire, le point auquel ſes pores laiſſent paſſer les particules de feu, le feu doit être d'autant plus puiſſamment retenu dans les entrailles de la terre, que le poids dont il eſt ſurchargé augmente; or ce poids augmente avec la profondeur: Donc le feu doit ſubſiſter au centre de la terre, & être d'autant plus ardent que l'on approche plus de ce centre.

Le feu central diminuë vers la ſurface de la Terre, & celui du Soleil augmente.

Ainſi la chaleur du Soleil augmente d'autant plus qu'on approche de la ſurface de la terre, à cauſe de l'Atmoſphere qui retient ſes rayons dans ſes pores, & dont les vibrations continuelles excitent ſa puiſſance; mais la chaleur du feu central, au contraire, diminuë à meſure qu'il approche de cette ſurface, car il eſt d'autant moins denſe, & le poids dont il eſt chargé, eſt d'autant moins fort.

Pourquoi?

Le feu nous éclaire dès qu'il peut être tranſmis en ligne droite juſqu'à nos yeux, mais il ne nous échauffe qu'à proportion de la réſiſtance que les corps lui oppoſent, & c'eſt-là une des plus grandes marques de la Providence du Créateur; car ſi le feu brûloit auſſi aiſément qu'il éclaire, nous ſerions expoſés à tout moment à en être conſumés, & s'il avoit beſoin de la réſiſtance des corps pour éclairer, nous ſerions ſouvent dans les ténébres; mais dès qu'il frappe nos yeux, il nous donne une lumiére très-vive, & il ne nous échauffe jamais aſſés pour nous incommoder, à moins que nous n'excitions ſa puiſſance, la plus grande chaleur de l'Eté étant environ trois fois moindre que celle de l'eau bouillante.

C'eſt un effet du Créateur, que le feu brûle plus difficilement, qu'il n'éclaire.

Il y a grande apparence que la quantité du feu dans les corps céleſtes, eſt proportionnelle à leur éloignement du Soleil.

L'exiſtence du feu dans les corps, indépendamment du Soleil, & ce feu central qu'on peut, avec bien de la vraiſemblance, ſuppoſer dans tous les globes, peut faire croire que la quantité du feu dans les Planetes, eſt proportionnée à leur éloignement du Soleil: ainſi Venus qui en eſt plus près, en aura moins, Saturne & les Cometes qui en ſont très-éloignées, en auront davantage, chacune ſelon leur diſtance. Cette compenſation eſt d'autant plus néceſſaire, que la rareté de la matiére de Saturne, par exemple, ne peut

ſeule ſuppléer à ſon éloignement, car étant dix fois plus loin du Soleil que nous, il en reçoit cent fois moins de rayons, & ſa matiére n'eſt qu'environ ſix fois & deux tiers plus rare: Donc tout y ſeroit dans une inaction & une condenſation qui s'oppoſeroit à toute végétation, & la matiére des Cometes doit être denſe, puiſqu'elles vont ſi près du Soleil, ſans ſe diſſoudre par ſa chaleur: Donc il faut que Dieu ait pourvû par la quantité du feu central, à cet éloignement du Soleil, ou bien par le feu qu'il a répandu dans les corps qui compoſent ces globes; & peut-être auſſi a-t-il compenſé cette diſtance, en augmentant la raiſon dans laquelle le feu agit dans les globes, de même qu'il a pourvû à l'illumination de Saturne & de Jupiter, par la quantité de leurs Lunes: ainſi il eſt inutile de ſuppoſer une hétérogénéité de matiére dans les globes placés à différentes diſtances du Soleil, mais ſeulement une quantité de feu plus ou moins grande, ou une augmentation dans la raiſon ſelon laquelle les rayons agiſſent ſur les corps.

Le feu central conſerve toutes ſes propriétés, mais il ne peut les déployer.

Le feu conſerve toutes ſes propriétés dans le centre de la terre, il y tend à l'équilibre, ſes parties cherchent à s'éviter, &c. mais il ne les exerce qu'en partie, car il ne peut ſurmonter entiérement la force qui s'oppoſe à ſon action.

C'eſt le feu central qui fait que les Puits très-profonds ne ſe gelent point, que la Neige qui touche immédiatement la terre, fond plûtôt que celle qui eſt ſur du chaume, ou ſur d'autres ſuppôts; enfin c'eſt lui qui eſt cauſe en partie du dégel, qui fait que pendant la gelée la plus forte, l'eau fume ſous la glace, &c. Je n'aurois pas ſitôt fini, ſi je voulois entrer dans le détail de tous ſes effets.

Mais je n'ai déja que trop abuſé de la patience du Corps reſpectable à qui j'oſe préſenter ce foible Eſſai, j'eſpere que mon amour pour la vérité me tiendra lieu d'éloquence, & que le deſir ſincere que j'ai de contribuer à ſa connoiſſance, me fera pardonner mes fautes.

FIN de la premiére Piece.

ESSAI



ESSAI
SUR
LA NATURE DU FEU,
ET SUR SA PROPAGATION.

Ignis ubique latet, naturam amplectitur omnem,
Cuncta parit, renovat, dividit, unit, alit.

INTRODUCTION.

LES Hommes ont dû être long-temps ſans avoir l'idée du Feu, & ils ne l'auroient jamais euë, ſi des forêts embraſées par la foudre, ou l'éruption des Volcans, ou le choc & le mouvement violent de quelques corps, n'euſſent enfin produit pour eux, en apparence, ce nouvel être : Le Soleil tel qu'il nous luit, ne donne aux hommes que la ſenſation de la lumiére & de la chaleur; & ſans l'invention des Miroirs ardents, perſonne n'auroit, ni pû ni dû aſſûrer, que les rayons du Soleil ſont un feu véritable, qui diviſe, qui brûle, qui détruit, comme notre feu que nous allumons.

Nous ne connoiſſons guéres plus la nature intime du feu, que les premiers Hommes n'ont dû connoître ſon exiſtence.

Nous avons des expériences, qui, quoique très-fines pour nous, ſont encore très-groſſiéres par rapport aux premiers principes des choſes : ces expériences nous ont conduit à quelques vérités, à des vraiſemblances, & ſur-tout à des doutes en grand nombre ; car le doute doit être ſouvent en Phyſique,

ce que la démonſtration eſt en Géométrie, la concluſion d'un bon argument.

Voyons donc, ſur la Nature du Feu, & ſur ſa Propagation, le peu que nous connoiſſons de certain, ſans oſer donner pour vrai, ce qui n'eſt que douteux, ou tout au plus vraiſemblable.

PREMIÉRE PARTIE.

De la Nature du Feu.

ARTICLE PREMIER.

Ce que c'eſt que la ſubſtance du Feu, & à quoi on peut la reconnoître.

OU le Feu eſt un mixte produit par le mouvement & l'arrangement des autres corps, & en ce cas ce qui n'eſt pas feu le devient; & ce qui l'eſt devenu, ſe change enſuite en une autre ſubſtance, par une viciſſitude continuelle;

Ou bien c'eſt une ſubſtance ſimple, exiſtante indépendamment des autres êtres, laquelle n'attend que du mouvement & de l'arrangement pour ſe manifeſter, & c'eſt ce que l'on appelle *E'lément;* en ce cas le feu eſt toûjours feu, il ne change aucune ſubſtance en la ſienne propre, & n'eſt transformé en aucune des ſubſtances auxquelles il ſe mêle.

Idée de Deſcartes.

Deſcartes, dans les Principes de ſa Philoſophie (*4.e partie article 80*) paroît croire que le Feu n'eſt que le réſultat du mouvement & de l'arrangement; que toute matiére réduite en *matiére ſubtile* par le frottement, peut devenir ce corps de feu; & que cette matiére ſubtile qu'il appelle ſon *premier E'lément*, eſt le Feu même.

Le même Deſcartes, dans tout ſon Traité de la Lumiére, dans ſa Dioptrique, dans ſes Lettres, aſſûre que la lumiére qu'il appelle ſon *ſecond E'lément,* eſt un compoſé de petites boules, qui ont une tendance au tournoyement.

Mais comme il eſt conſtant, par l'expérience des Verres brûlants, que le feu & la lumiére ſont le même être, & ne différent que du plus au moins, il paroît que cette ſubſtance ne peut à la fois être cette *matiére ſubtile* & cette *matiére globuleuſe,* ce premier élément & ce ſecond élément de Deſcartes.

Ni le temps ni le ſujet qu'on traite ici, ne permettent d'examiner ces éléments de Deſcartes, & la foule des arguments qu'on leur oppoſe.

Le mouvement ſeul pourroit-il produire la ſubſtance du Feu ?

On diſcutera ſeulement, ſans ſe charger d'aucun ſyſteme, s'il eſt poſſible que l'arrangement & le mouvement de la matiére produiſent la ſubſtance du Feu.

1.° Les mixtes par leur mouvement, &c. ne peuvent jamais produire que leurs compoſés, ou laiſſer échapper de leurs ſubſtances, les corps dont eux-mêmes étoient compoſés; or le Feu, par toutes les expériences que l'on a, n'eſt le compoſé d'aucun corps connu : Donc on ne doit point le croire produit d'eux : Donc il faut, ou que le feu ſortant d'une matiére quelconque, ſoit un élément ſimple, enfermé auparavant dans cette matiére, ou que cet élément ſoit formé tout d'un coup par cette matiére, dans lequel il n'étoit point; mais être produit par un être dans lequel on n'étoit point, ce ſeroit être créé par cet être, ce ſeroit être formé de rien : Donc le Feu eſt un élément exiſtant indépendamment de tous les autres corps.

2.° Si l'arrangement & le mouvement des corps pouvoient produire une ſubſtance auſſi pure, auſſi ſimple que le feu ſemble l'être, il faudroit qu'ils puſſent produire, à plus forte raiſon, des corps mixtes; mais le mouvement & l'arrangement ne feront jamais croître un brin d'herbe, ſi ce brin d'herbe n'exiſte déja dans ſon germe : Donc le Feu exiſte en effet avant que les autres corps ſur la terre ſervent à le faire paroître.

3.° Si le mouvement ſeul pouvoit produire du feu, comment eſt-ce que le vent du Midi nous apporteroit toûjours de la chaleur en temps ſerein, & le vent du Nord toûjours

du froid en temps ſerein? Un vent du Nord violent devroit échauffer l'air, l'eau & la terre, plus qu'un vent du Midi médiocre: il faut donc que l'air venu du Nord, apporte la glace dont il eſt chargé; & que l'air du Midi, qui nous vient de la Zone torride, nous apporte le feu dont le Soleil l'a rempli.

4.° Si le mouvement des parties des corps faiſoit le feu, & par conſéquent la chaleur; comment pourroit-on concevoir ces fermentations excitées dans la Machine Pneumatique, qui ne font ni hauſſer ni baiſſer le Thermometre? comment concevoir ces autres fermentations qui n'excitent aucune chaleur, ni dans le vuide ni dans l'air libre? comment enfin concevoir les fermentations froides, qui font tant baiſſer les Thermometres? Le mouvement peut donner du froid comme du chaud, la chaleur n'eſt donc pas produite par un mouvement inteſtin & circulaire des parties, comme pluſieurs Auteurs l'ont ſuppoſé: il faut donc qu'il y ait une ſubſtance particuliére, qui ſeule puiſſe donner la chaleur.

5.° Si le mouvement des corps peut produire quelque nouvel être, le mouvement qui n'eſt jamais le même deux inſtants de ſuite, dans la Nature, produiroit-il toûjours un être qui eſt toûjours le même, qui a des propriétés ſi ſubtiles & ſi inaltérables, qui s'étend toûjours ſuivant les mêmes loix, qui éclaire en raiſon renverſée des quarrés des diſtances, qui ſe plie toûjours avec inflexion vers les bords des objets, que l'on peut diviſer toûjours en ſept faiſceaux primordiaux, dont chacun eſt le véhicule immuable d'une couleur primitive, &c? Il paroît par tout ce qu'on vient de dire, que le Feu eſt une ſubſtance élémentaire.

Ce que Newton a penſé de la ſubſtance du feu.

Newton ne ſemble être une ſeule fois du ſentiment de Deſcartes, qu'en ce qu'il dit * que la terre *peut ſe changer en feu, comme l'eau eſt changée en terre;* s'il entend que l'eau & le feu ne paroiſſent plus à nos yeux ſous la forme de feu & d'eau, qu'elles entrent dans la terre où elles ſont empriſonnées & déguiſées, ce n'eſt pas là une transformation véritable, c'eſt ſeulement un mêlange; & en ce cas cette idée

* *Optique, page 551. 2de édition.*

de Newton, n'eſt qu'une confirmation du ſentiment qu'on expoſe ici.

Mais ſuppoſé qu'il entende une transformation véritable, on oſe dire qu'il auroit corrigé cette idée s'il avoit eu le temps de la revoir; on ſçait qu'il ne propoſoit ces queſtions, à la fin de ſon Optique, que comme les doutes d'un grand Homme.

Ce qui l'avoit induit dans cette opinion, étoit une expérience incertaine, rapportée par Boyle. Un Chimiſte ami de Boyle, avoit diſtillé long-temps de l'eau pure, & après pluſieurs opérations réitérées, il prétendoit qu'un peu de cette eau étoit devenuë terre.

Newton ſe fonde encore ſur cette même expérience, dans le troiſiéme livre de ſes Principes, pour prouver que la maſſe ſéche de la terre doit augmenter, & que la maſſe aqueuſe doit diminuer petit à petit; mais enfin les travaux d'un Philoſophe * de nos jours, ont découvert la mépriſe du Chimiſte, qui avoit trompé Boyle, & enſuite Newton.

*M. Boërhaves

Il a été prouvé par des expériences réitérées, qu'en effet l'eau pure ne ſe transforme point en terre; & il n'y a d'ailleurs aucun exemple, que jamais rien ſe ſoit changé en feu, ni que le feu ait produit du feu.

Il réſulte donc que le Feu eſt un être élémentaire, dont les parties conſtituantes ſont des éléments inaltérables; & il ne ſe change en aucune autre ſubſtance, & aucune n'eſt changée en lui.

Il eſt donc à croire que l'air pur, dégagé de tout le cahos de l'Atmoſphere, l'eau pure, la terre ſimple, ne ſe changeants en aucun autre corps, ſont les éléments primitifs de toute matiére, au moins connuë.

Les éléments que la Chimie a découverts, ne paroiſſent être autre choſe que ces quatre éléments; car tout Soufre, tout Sel, toute Huile, toute Tête-morte, contient toûjours quelqu'un des quatre éléments, ou les quatre enſemble: & à l'égard de ce qu'on a nommé l'*Eſprit,* ou le *Mercure,* ou ce n'eſt rien, ou c'eſt du feu.

Ainſi il ſemble qu'après toutes les recherches de la Philoſophie moderne, on peut revenir à ces quatre éléments que l'antiquité avoit admis ſans les trop connoître, & ce ne ſeroit pas la ſeule idée ancienne que les travaux du dernier ſiécle ont juſtifiée en l'approfondiſſant.

Il paroît en effet qu'il eſt néceſſaire que la matiére telle qu'elle eſt, ſoit compoſée d'éléments inaltérables: tout le mouvement imaginable n'en feroit jamais que la même ſubſtance mûë différemment ; on ne voit pas comment un morceau de bois, par exemple, diviſé & atténué, ſeroit jamais autre choſe que du bois en pouſſiére.

Ne ſuit-il pas de tout ce qui a été dit, que le Feu eſt une ſubſtance inaltérable, dans la conſtitution préſente des choſes, qu'il n'eſt jamais ni détruit ni augmenté par aucune autre ſubſtance; que par conſéquent, il y a toûjours dans la Nature, la même quantité de feu; qu'ainſi lorſqu'un corps eſt plus échauffé, il faut qu'il y en ait quelqu'autre qui ſe refroidiſſe; que par conſéquent le feu dardé à tout moment du Soleil ſur les Planetes, doit augmenter la ſubſtance de ces globes, & diminuer celle du Soleil, qui doit avoir des reſſources d'ailleurs pour renouveller ſa ſubſtance, &c?

Sans chercher à préſent à tirer plus de conſéquences, & nous repoſant ſur cette idée, que le Feu eſt une *ſubſtance élémentaire*, à quoi la reconnoîtrons-nous? quels effets établiſſent ſon caractére diſtinctif?

Sera-ce la diſſolution des corps? mais l'eau diſſout à la longue juſqu'aux Métaux. Sera-ce la dilatation? mais l'air dilate viſiblement tous les corps minces & élaſtiques dans leſquels on le comprime. L'eau dilate les cordes, le bois ſec, & le feu au contraire les reſſerre.

Quel eſt le caractere de la ſubſtance du feu?

Le Feu en général, *eſt le ſeul être qui éclaire & qui brûle;* ces deux effets ne s'accompagnent pas toûjours: Le feu du Soleil, répercuté ſur la Lune, renvoyé vers nous, & réuni au foyer d'un Verre ardent, jette une grande lumiére: il éclaire beaucoup, mais il ne peut rien échauffer, encore moins brûler, parce qu'il y a trop peu de rayons. Le Feu, au

contraire, dans une barre de Fer, non encore ardente, échauffe, brûle, & ne peut éclairer nos yeux; parce que le feu n'a pû encore s'échapper assés de la surface du Fer, pour venir en rayons divergents, former sur nos yeux des cones de lumiére dont le sommet doit être dans chaque point de cette barre.

C'est donc en général, de la quantité de sa masse, & de la quantité de son mouvement, que dépendent sa chaleur & sa lumiére; mais il est le seul être connu, qui *puisse éclairer & échauffer:* voilà simplement sa définition.

ARTICLE SECOND.

Si le Feu est un corps qui ait toutes les propriétés générales de la matiére.

Le Feu a-t-il les autres propriétés primordiales de la matiére?

Il est mobile, puisqu'il vient à nos yeux en si peu de temps. Il est divisible, & plus divisible par nous que les autres corps, puisqu'on sépare le moindre de ses traits en sept faisceaux de rayons différents.

Il est étendu par conséquent; mais a-t'il la pesanteur & la pénétrabilité de la matiére? est-il en effet un corps tel que les autres corps? Plusieurs Philosophes très-respectables en ont douté.

Le Feu est-il un corps?

Newton, *page 207 de ses Principes, Scolie de la Proposition 96,* dit qu'il n'examine pas si *les rayons du Soleil sont un corps ou non, qu'il détermine seulement des trajectoires des corps semblables aux trajectoires des rayons du Soleil.*

Or puisqu'il est constant par l'expérience, que les rayons du Soleil réunis, sont le feu le plus pur & le plus violent, douter s'ils sont un corps, c'est douter si le Feu est un corps.

Le Feu est-il pesant?

D'autres Physiciens, dont la raison s'est éclairée par quarante ans d'études & d'expériences, après avoir cherché si le feu a quelque poids, ne lui en ont jamais trouvé. Le célébre Boërhave, dit dans sa Chimie, qu'ayant pesé huit livres de Fer

froid, puis tout ardent, puis refroidi encore, il a toûjours trouvé ſon même poids de huit livres.

Cette épreuve ſemble réclamer contre d'autres épreuves faites par des mains non moins habiles, & non moins exercées. On ſçait que cent livres de Plomb produiſent après la calcination, juſqu'à cent dix livres de *minium*.

On ſçait que quatre onces d'Antimoine expoſées près du foyer du Verre ardent du Palais Royal, après avoir été calcinées au feu élémentaire, ont peſé auſſi près d'un dixiéme plus qu'auparavant, quoique cet Antimoine eût perdu beaucoup de ſa ſubſtance dans l'exhalaiſon de ſa fumée, &c.

Il ne s'agit à preſent que de ſçavoir ſi cette augmentation de poids dans cette expérience, peut prouver la peſanteur du feu, & ſi l'égalité de poids dans l'expérience de M. Boërhave peut prouver que le Feu ne peſe point.

Qu'il me ſoit permis de rapporter ici ce que je viens de faire pour m'éclairer ſur cette difficulté.

Le reſpect que l'on doit au Corps qui jugera ce foible Eſſai, eſt un garant de l'exactitude avec laquelle j'ai tâché de m'inſtruire, & de la fidelité avec laquelle je rapporte ce que j'ai vû, dont d'ailleurs j'ai dix témoins oculaires.

J'ai été exprès à une Forge de Fer, & là, ayant fait réformer toutes les balances, & en ayant fait porter d'autres, toutes les balances de Fer ayant des chaînes de Fer au lieu de cordes, j'ai fait peſer depuis une livre, juſqu'à deux mille livres de métal ardent & refroidi, & n'ayant jamais trouvé la moindre différence dans le poids, voici comme je raiſonnois. Ces maſſes énormes de Fer ardent avoient acquis par leur dilatation une plus grande ſurface, elles devoient donc avoir alors moins de peſanteur ſpécifique. Je puis donc, de cela même qu'elles peſent également chaudes & froides, conclurre que le feu qui les pénétroit, leur donnoit préciſément autant de poids que leur dilatation leur en faiſoit perdre, & que par conſéquent le Feu eſt réellement peſant.

Mais, diſois-je, toutes les calcinations après leſquelles les matiéres ont augmenté de poids, n'ont-elles pas auſſi dilaté ces

ces matiéres ? Il leur arrive donc la même chose qu'à mon Fer ardent. Cependant ces matiéres pesent, brûlantes & calcinées, un dixiéme de plus qu'avant d'avoir été exposées au feu, & deux milliers de Fer ardent & froid, conservent toûjours leur même poids. Se peut-il que dans quatre onces de poudre d'Antimoine exposées quelques minutes au feu du Soleil, ou calcinées quelques heures au fourneau de reverbere, il soit entré incomparablement plus de matiére ignée que dans ces masses pénétrées pendant vingt-quatre heures du feu le plus violent ?

Je songeai donc à peser quelque chose de beaucoup plus chaud encore que le Fer embrasé; je suspendis près d'un fourneau où l'on fait la fonte, trois marmites de fer très-épaisses, à trois balances bien exactes ; je fis puiser de la fonte en fusion. Je fis porter cent livres de ce feu liquide dans une marmite, trente-cinq livres dans une autre, vingt-cinq livres dans la troisiéme. Il se trouva au bout de six heures, que les cent livres avoient acquis quatre livres étant refroidies, les vingt-cinq livres à peu-près une livre, & les trente-cinq livres, environ une livre une once & demie.

Je m'étois servi dans cette expérience, de la fonte blanche, dont il est parlé dans l'Art de forger le Fer, Livre qui devoit procurer au public plus d'avantage que la jalousie des Ouvriers ne l'a souffert.

Je répétai plusieurs fois cette expérience, & je trouvai toûjours à peu-près la même augmentation de poids dans la fonte blanche refroidie.

Mais la fonte grise, qui est toûjours moins cuite, moins métallique que l'autre, me donna toûjours un même poids, soit froide, soit ardente.

Que dois-je penser de cette expérience ? S'il est vrai, comme le dit M. de Reaumur, dans les Mémoires de 1726, que le Fer *augmente de volume en passant de l'état de fusion à celui de solidité ;* il doit donc avoir une pesanteur spécifique, moindre dans l'état de solidité; & cependant le voilà qui, solide, pese beaucoup plus que fluide : voilà quatre livres

Page 273.

d'augmentation ſur cent, quand la ſurface eſt devenuë plus large, & que le feu dont il étoit pénétré, s'eſt échappé pendant plus de ſix heures.

Cette augmentation de volume, & cette perte de ſa ſubſtance, devroit concourir à le faire peſer bien moins; l'air dans lequel on le peſe froid, étant alors plus denſe, devroit diminuer encore un peu le poids de ce métal. Malgré tout cela, ce métal peſe toûjours beaucoup plus étant refroidi, qu'en fuſion.

Or en fuſion il contenoit incomparablement plus de feu qu'étant refroidi: Donc il ſemble qu'on doive conclurre que cette prodigieuſe quantité de feu n'avoit aucune peſanteur: donc il eſt très-poſſible que cette augmentation de poids ſoit venuë de la matiére répanduë dans l'Atmoſphere: Donc dans toutes les autres opérations par leſquelles les matiéres calcinées acquiérent du poids, cette augmentation de ſubſtance pourroit auſſi leur être venuë de la même cauſe, & non de la matiére ignée. Toutes ces conſidérations m'obligent à reſpecter l'opinion, que le Feu ne peſe point.

Mais d'un autre côté, je conſidére que cette augmentation apparente de volume dans le Fer, lorſque de fondu il devient ſolide, eſt dûë très-vraiſemblablement à la dilatation des vaſes & des moules dans leſquels on le répand, qui ſe contractent avant que le Fer ſe ſoit reſſerré; & ſi cela eſt, je conclus que le Fer en fuſion, dilaté, doit en effet peſer ſpécifiquement moins, & ſolide, doit peſer plus en raiſon de ſon volume.

J'obſerve auſſi qu'il en eſt ainſi de tous les Métaux en fuſion, qu'ils doivent tous peſer ſolides plus que fluides, ſans que cet excès de peſanteur dans les Métaux refroidis, vienne d'aucune addition de matiére étrangere.

Je vois que ſi le Plomb, l'Etain, le Cuivre, &c. peſent moins en fuſion que refroidis, ils acquiérent au contraire du poids dans la calcination.

Maintenant de deux choſes l'une, ou dans cette calcination la matiére acquiert un moindre volume, conſervant

la même masse, & alors par cela seul, elle doit peser un peu davantage, ou bien sans avoir un moindre volume, elle acquiert plus de masse. Ce surplus de masse lui vient ou du feu ou de quelqu'autre matiére. Il n'est pas probable que cent livres de Plomb acquiérent dix livres de feu : il n'y a peut-être pas dix livres de feu dans tout ce que l'on brûle en un jour sur la terre. Mais aussi il n'est pas probable que le feu ne contribue rien à cette addition de poids.

Je joins à cette probabilité, qu'il n'y a d'ailleurs aucune raison pour priver l'élément du Feu, de la pesanteur qu'ont les autres Eléments, & je conclus qu'il est très-probable que le feu est pesant.

Le Feu est-il impénétrable?

Les Philosophes qui refusent au Feu l'impénétrabilité, ne manqueront pas encore de raisons. Il est constaté, diront-ils, que la lumiére est du feu, que ce feu vient à nos yeux, que ses traits, ses rayons sont colorés, c'est-à-dire, que les rayons producteurs du rouge, doivent toûjours donner la sensation du rouge, &c.

Or cela posé, vous regardés deux points, dont l'un est rouge & l'autre bleu, non-seulement les rayons bleus & rouges se croisent nécessairement avant d'arriver à vos yeux; mais dans ce point d'intersection, il passe encore une infinité de rayons de l'atmosphere; réunissés encore dans ce même point, tous les rayons réfléchis d'un miroir concave, & tous ceux d'un verre lenticulaire qui lui sera opposé, vous n'en verrés toûjours que plus vivement le point rouge & le point bleu; ces deux traits de feu viendront toûjours à vos yeux dans leur même direction, à travers ces mille millions de traits qui pénétrent leur surface : le Feu ne semble donc pas impénétrable.

Le Feu, suivant l'idée de ces Philosophes, seroit donc une substance qui auroit quelques attributs de la matiére, & qui ne seroit pas en effet matiére. Il auroit la divisibilité, la mobilité, l'étenduë; mais il n'auroit ni la gravitation vers un centre, ni l'impénétrabilité, caractere plus inhérent dans la matiére, que la gravitation.

Il agiroit ſur les corps, ſans être entiérement de la nature des corps, ce qui ne ſeroit pas incompatible. Il ſeroit dans l'ordre des êtres, une ſubſtance mitoyenne entre les corps plus groſſiers que lui, & d'autres ſubſtances plus pures que lui : il tiendroit à ceux-ci par la pénétrabilité & par ſa liberté de n'être entraîné vers aucun centre : il tiendroit aux autres par ſa diviſibilité, par ſon mouvement, ſemblable en ce ſens à ces ſubſtances qui ſemblent marquer les bornes des eſpéces, qui ne ſont ni Animaux ni Végétaux abſolus, & qui ſemblent être les degrés par leſquels la Nature paſſe d'un genre à un autre. On ne peut pas dire que cette chaîne des êtres ſoit ſans vraiſemblance, & cette idée qui aggrandit l'Univers, n'en ſeroit par-là que plus philoſophique.

Cependant quoiqu'aucune expérience ne ſemble encore avoir conſtaté invinciblement la peſanteur & l'impénétrabilité du Feu, il paroît qu'on ne peut ſe diſpenſer de les admettre.

A l'égard de la peſanteur, les expériences lui ſont au moins très-favorables.

A l'égard de l'impénétrabilité, elle paroît plus certaine : car le Feu eſt corps, ſes parties ſont très-ſolides, puiſqu'elles diviſent les corps les plus ſolides, puiſque l'aiguille d'une Bouſſole tourne au foyer d'un verre ardent, &c.

La ſolidité emporte néceſſairement l'impénétrabilité. Il eſt vrai que les traits de feu qu'on nomme *rayons de lumiére*, ſe croiſent, mais ils peuvent très-bien ſe croiſer ſans ſe pénétrer ; car tout corps ayant incomparablement plus de pores que de matiére, ces traits de feu paſſent, non pas dans la ſubſtance ſolide des parties élémentaires les uns des autres, ce qui ſeroit incompréhenſible, mais dans les pores les uns des autres ; & non-ſeulement, ils peuvent ſe croiſer ainſi, mais ils ſe croiſent l'un par-deſſus l'autre, comme des bâtons : & de-là vient, pour le dire en paſſant, que deux hommes ne voyent jamais le même point phyſique, le même *minimum* viſible.

Il paroît donc enfin qu'on doit admettre que le Feu a

toutes les propriétés primordiales, connuës dans la matiére.

Voyons ses propriétés particuliéres, & d'où elles dépendent, pour tâcher de connoître quelque chose de sa Nature.

ARTICLE TROISIE'ME.

Quelles sont les autres propriétés générales du Feu.

Les deux attributs qui caractérisent le Feu, étant de brûler & d'éclairer, d'où lui viennent ces deux attributs, & quelles autres propriétés en résultent?

SECTION I.

D'où le Feu a-t-il le mouvement?

1.° Le Feu ne peut éclairer, échauffer, brûler, que par le mouvement de ses parties; d'où ce mouvement lui viendra-t-il? Sera-ce de quelqu'autre matiére plus tenuë, plus fluide encore? Mais d'où cette autre matiére aura-t-elle son mouvement? Pourquoi cette matiére ne fera-t-elle pas elle-même les mêmes effets que le feu? Pourquoi recourir à une autre matiére qu'on ne connoît pas?

Cette autre matiére agiroit, ou dans le plein absolu, ou dans le vuide; si elle est supposée dans le plein, cette supposition est exposée à d'étranges contradictions: Comment une étincelle de feu, venant de Sirius jusqu'à nous, dérangera-t-elle ce plein prodigieux? Comment un rayon de Soleil percera-t-il plus de trente millions de lieuës en 8 minutes? d'ailleurs, quelle foule d'objections contre le plein absolu! Si cette matiére est supposée agir dans l'espace non rempli, quel besoin avons-nous d'elle, pour produire l'action du feu? Le Feu est un élément, ses parties constituantes ne s'altérent donc point, du moins tant que cet Univers subsiste; que serviroit donc une autre matiére insensible à ces parties constituantes? Il ne faut admettre de principe invisible, insensible, que quand ce premier principe invisible, insensible, est d'une nécessité primordiale absoluë, inhérente

dans la nature des choſes. Ne ſeroit-il pas contre toute Philoſophie, d'expliquer le mouvement connu d'un élément, par le mouvement ſuppoſé d'un autre élément inconnu? Il faut donc croire que le Feu a le mouvement originairement imprimé en lui-même, juſqu'à ce qu'on ſoit bien ſûr qu'il y a une autre ſubſtance qui le lui donne.

Le Feu étant donc toûjours par ſa nature, en mouvement, ſes parties étant les plus ſimples, & par conſéquent les plus ſolides des corps connus, tous les corps connus étant poreux, le feu habite néceſſairement dans les pores de tous les corps, il les étend, les meut, les échauffe & les conſume, ſelon ſa quantité & ſon degré de mouvement.

Tous les corps tendent à s'unir par la même loi qui fait graviter tous les corps céleſtes vers un foyer commun, quelle que ſoit la cauſe de cette tendance: Donc toutes les parties de chaque corps preſſeroient également vers le centre de ce corps, & tous les corps compoſeroient des maſſes également dures, ſi le feu étant toûjours en mouvement, n'écartoit ces parties toûjours prêtes à s'unir.

Le Feu réſiſte donc continuellement à l'effort des corps, & les corps lui réſiſtent de même: cette action & cette réaction continuelle, entretiennent donc un mouvement ſans interruption dans toute la Nature.

Pourquoi tous les Animaux ſont-ils plus grands le jour que la nuit? Pourquoi les maiſons ſont-elles plus hautes à midi qu'à minuit? Pourquoi toute la Nature eſt-elle dans une agitation plus ou moins grande, ſelon que les climats ſont plus ou moins chauds? Faudra-t-il, pour expliquer ces Phénomenes continuels, recourir à autre choſe qu'au Feu? Son abſence ne fait-elle pas ſenſiblement le repos? Sa préſence ne fait-elle pas ſenſiblement le mouvement? Faudra-t-il, encore une fois, imaginer une autre matiére que le Feu pour rendre raiſon de la chaleur?

Loin que ce ſoit le mouvement interne des corps, qui puiſſe produire & faire en effet du feu, c'eſt donc réellement le feu qui produit le mouvement interne de tous les

corps. Mais, dira-t-on, comment peut-il exciter des fermentations froides, qui font baisser le Thermometre? Comment peut-il, en agitant l'air, causer des vents qui apportent la gelée?

Je répondrai que ces effets arrivent de la même maniére que nous faisons geler des liqueurs, en mettant du feu autour de la masse de Neige & de Sel qui entourent la liqueur que nous voulons glacer; à peine le feu a-t-il commencé à fondre cette masse de Neige & de Sel, que notre liqueur se gele: voilà du mouvement, & une fermentation des plus froides à la suite de ce mouvement: c'est ainsi qu'une demi-once de Sel volatil d'urine, & trois onces de Vinaigre, en fermentant, font baisser le Thermometre de 9 à 10 degrés. Il y a certainement du feu dans ces deux liqueurs, sans quoi elles ne seroient point fluides; mais il y a aussi autre chose que du feu, il y a des Sels, plusieurs parties de ces Sels ne se coagulent-elles pas en la même maniére que plusieurs parties de Sel & de Glace entrent dans nos liqueurs que nous glaçons?

De même l'air dilaté par le moyen du Feu, de quelque maniére que ce puisse être, soit par des exhalaisons, soit par l'action immédiate des rayons du Soleil; cet air, dis-je, nous apporte du Nord, des Sels coagulés, & pourquoi ces Sels se coagulent-ils dans un air que la chaleur dilate? N'est-ce point que ces Sels contiennent en eux moins de feu que les autres parties de l'Atmosphere, & qu'ainsi ils s'unissent quand l'Atmosphere se dilate? Ils excitent alors un vent froid, qui n'est autre chose qu'une fermentation froide: le Feu par son mouvement peut donc unir ensemble des matiéres, qui par-là même deviennent froides.

Que l'on jette des morceaux de glace dans l'air, ils seront toûjours froids, quoiqu'en mouvement; les exhalaisons du Nord, le vent qui n'est autre chose que l'air dilaté, doivent être considérés comme une puissance qui pousse des parties de glace.

Le Feu par son mouvement contribuë donc même au

froid, puiſqu'avec le feu nous glaçons des liqueurs; puiſque des fluides empreints de matiére ignée, tels que le Sel volatil d'urine & le Vinaigre, tels que le Sel ammoniac & le Mercure ſublimé, font baiſſer prodigieuſement le Thermometre; puiſque l'air dilaté par l'action du feu, nous apporte du Nord des particules froides.

SECTION II.

N'eſt-il pas la cauſe de l'Elaſticité?

Le Feu étant en mouvement dans tous les corps, le Feu agiſſant par ce mouvement, la réaction étant toûjours égale à l'action, ne ſuit-il pas que le Feu doit cauſer l'Elaſticité?

Etre élaſtique, c'eſt revenir par le mouvement, au point dont on eſt parti; c'eſt être repouſſé en proportion de ce qu'on preſſe. Pour que les mixtes ayent cette propriété, il faut qu'ils ne ſoient pas entiérement durs, que l'adhéſion de leurs parties conſtituantes ne ſoit pas invincible; car alors rien ne pourroit preſſer & refouler leurs parties, ni en dedans ni en dehors.

Une balle fait reſſort en tombant ſur une pierre, parce que les parties qui touchent la pierre, en ſont repouſſées; parce que la réaction de la pierre eſt égale à l'action de la balle: quand cette balle ayant cédé à cet effort qui lui a ôté ſa rondeur, la reprend enſuite, c'eſt parce que ſes parties qui étoient preſſées, ſe renflent, s'étendent. Il y a donc de toute néceſſité, un pouvoir qui diſtend toutes ces parties; ce pouvoir n'eſt que du mouvement, le feu qui eſt dans ce corps eſt en mouvement, le Feu cauſe donc l'Elaſticité.

Que le feu ſoit l'origine de cette propriété, c'eſt une choſe d'autant plus probable que le feu lui-même ſemble parfaitement élaſtique, ſes parties élémentaires étant néceſſairement très-ſolides, ſe choquant continuellement & ſe repouſſant avec une force proportionnée à leur choc, doivent faire des vibrations continuelles dans les corps. Un corps ſeroit parfaitement dur, s'il étoit abſolument privé de feu.

S'il

S'il en étoit tout pénétré, & que ses parties ne pussent résister aucunement à l'action du feu, ses parties auroient encore moins de cohérence que les fluides les plus subtils, & il seroit entiérement moû; un corps n'est donc élastique qu'autant que ses parties constituantes résistent au mouvement du feu qu'il renferme.

C'est ce que l'expérience confirme dans tous les corps élastiques. Plus on a augmenté l'adhésion, la cohérence des parties d'un métal en le comprimant sous le marteau, plus alors cette adhésion surpasse l'action du feu que contient ce métal; alors son ressort est toûjours plus grand; qu'il soit échauffé, le ressort diminuë; qu'il soit ensuite en fusion, ce ressort est perdu entiérement. Laissés refroidir ce corps fondu, c'est-à-dire, laissés exhaler le feu étranger & surabondant qui le pénétroit, ne lui laissés que la quantité de substance de feu qui étoit naturellement dans les pores de ses parties constituantes, le ressort se rétablit.

SECTION III.

L'Air ne reçoit-il pas aussi son ressort du Feu?

L'Air, ce corps si singuliérement élastique, paroît recevoir son ressort du Feu par les mêmes raisons.

L'Air de notre Atmosphere, est un assemblage de vapeurs de toute espece, qui lui laissent très-peu de matiére propre.

Ostés de cet Air l'eau dans laquelle il nage, & dont la pesanteur spécifique est au moins 850 fois plus grande que celle de cet air, ôtés-en toutes les exhalaisons de la terre, que restera-t-il à l'Air pur pour sa pesanteur? Il est impossible d'assigner ce peu que l'Air pur pese par lui-même, il reçoit donc certainement d'une autre matiére, cette grande pesanteur qui soûtient 33 pieds d'eau, ou 29 pouces de Mercure: cette force qui surprit tant le siécle passé, ne lui appartient pas en propre.

Si cette pesanteur n'est pas à lui, pourquoi son ressort ne lui viendra-t-il pas aussi d'ailleurs?

Il eſt conſtant que la chaleur augmente beaucoup le reſſort d'un air enfermé; on connoît les découvertes fines d'Amontons ſur l'augmentation de puiſſance, qu'un air comprimé acquiert par la chaleur de l'eau bouillante.

La chaleur étend l'air, & augmente ſenſiblement ſon élaſticité dans l'inſtant que cet air s'étend; ainſi l'air ſe dilatant par le feu, caſſe les vaiſſeaux qui le renferment; ainſi échauffé dans une veſſie, il la fait crever; ainſi il fait monter le Mercure & les liqueurs dans les tubes, d'autant plus qu'il s'échauffe, &c.

Tant qu'il y aura du feu dans cet air comprimé, les corpuſcules de l'air, écartées en tout ſens, preſſent en tout ſens tout ce qu'elles rencontrent. Voilà l'augmentation de ſon reſſort.

L'air libre étant échauffé, ſe diſtend, s'écarte de tous côtés, & alors ce reſſort qui agiſſoit par la dilatation, s'épuiſe en proportion de ce que l'air s'eſt dilaté; ce plein air libre, échauffé, n'eſt plus ſi élaſtique, parce qu'alors il y a moins d'air dans le même eſpace.

De même, quand le métal pénétré de feu, s'étend de tous côtés, alors il y a moins de métal dans le même eſpace; & quand il eſt fondu, il s'eſt étendu autant qu'il eſt poſſible, alors ſon reſſort eſt perdu autant qu'il eſt poſſible.

Ce métal refroidi redevient élaſtique, auſſi l'air libre refroidi, revenu dans ſon premier état, reprend ſon élaſticité premiére; mais ſi l'air eſt plus refroidi encore, ſi le froid le condenſe trop, alors ſon reſſort s'affoiblit: n'eſt-ce pas que l'air n'a plus alors la quantité de feu néceſſaire pour faire joüer toutes ſes parties, & pour le dégager de l'atmoſphere engourdi qui le renferme?

Si l'Air étoit abſolument privé du Feu, il ſeroit ſans mouvement & ſans action.

SECTION IV.

Suite de l'examen, comment le Feu cause l'Elasticité.

Tous les Liquides, quoique d'une autre nature que l'air, ne doivent-ils pas aussi au Feu leur plus ou moins d'élasticité? Le feu qui subsiste dans l'eau, retient les parties de l'eau dans une desunion continuelle. L'eau est alors par rapport à la quantité de feu qu'elle contient, ce qu'est un métal enflammé par rapport à la quantité de feu qui le pénétre. Ce métal en fusion perd son ressort. L'eau coulante est aussi dans une espece de fusion, & par conséquent, sans élasticité; mais dès qu'elle contient moins de feu, dès qu'elle est glacée, elle fait ressort comme le métal refroidi, parce qu'alors elle peut réagir comme le métal, contre l'action d'un moindre feu qu'elle contient: Or que la glace contienne du feu, on ne peut en douter, puisqu'on peut rendre la glace 30 à 40 fois plus froide encore, qu'au premier degré de congélation, & si on pouvoit trouver le dernier terme de la glace, on trouveroit celui de l'extrême dureté des corps.

Ceux qui, pour expliquer l'Elasticité, ont employé la matiére subtile, de l'existence de laquelle on n'a de preuve que le besoin qu'on croit en avoir; ceux-là, dis-je, ont toûjours eu dans leur systeme quelque contradiction à dévorer.

S'ils disent, par exemple, qu'une lame d'Acier courbée fait ressort, parce que cette matiére subtile qu'on suppose être par-tout, fait un effort violent pour repasser par les pores de cet Acier, que sa courbûre vient de rétrécir, ils s'apperçoivent aussi-tôt que la loi des fluides les contredit; car tout fluide libre presse également par-tout; & de plus, si la matiére subtile est supposée faire tourner notre globe d'Occident en Orient, comment causera-t-elle un ressort dans un sens contraire?

S'ils disent que la matiére subtile remplissant tous les pores des corps & tout l'Univers, est composée de petits tourbillons logés dans les corps; que les parties de ces tourbillons tendants

toûjours à s'échapper par la tangente, font la cause du ressort: que de difficultés & de contradictions encore! ces petits tourbillons sont-ils composés d'autres tourbillons? Il le faut bien, puisqu'ils ont des parties. La derniére de ces particules sera-t-elle un tourbillon? En quelle direction se mouvront-ils? est-ce en un seul sens? est-ce en tout sens? Qu'on songe bien qu'ils remplissent l'Univers, & qu'on voye ce qui en résulteroit. Il faudroit que tout suivît cette direction de leur mouvement. Sont-ils durs, sont-ils mous? S'ils sont durs, comment laisseront-ils venir à nous un rayon de lumiére? S'ils sont mous, comment ne se confondront-ils pas tous ensemble? De quelque côté qu'on se tourne, on est environné d'obscurités.

Je demande simplement, si dans les incertitudes où nous laisse la Physique, il ne vaut pas mieux s'en tenir aux substances, dont au moins on connoît l'existence & quelques propriétés, que de rechercher des êtres dont il faut deviner l'existence. Nous sommes tous des étrangers sur la terre que nous habitons, ne devons-nous pas plûtôt examiner ce qui nous entoure, que de faire la carte des pays inconnus? Nous voyons du feu sortir des corps où il étoit enveloppé, nous voyons qu'il est dans tous les corps connus, qu'il imprime évidemment des vibrations à leurs parties, que quand ces vibrations sont finies par la dissolution du corps, tout ressort cesse; nous sentons que l'air devient plus élastique quand il s'échauffe, & moins quand il est très-froid: Pourquoi donc chercher ailleurs que dans cet élément du Feu, l'Elasticité qu'il donne si sensiblement? Par-là, on ne se chargeroit du fardeau d'aucune hypothese, & certainement on n'avanceroit pas moins dans la connoissance de la Nature.

SECTION V.

N'est-il pas la cause de l'Electricité.

S'il est vraisemblable que le Feu est la cause de l'Elasticité, il ne l'est pas moins que l'Electricité soit aussi un de ses effets.

La marche de l'eſprit humain doit être, ce ſemble, de ſe contenter d'attribuer les mêmes effets aux mêmes cauſes, juſqu'à ce que l'expérience découvre une cauſe nouvelle : Or l'Electricité paroît toûjours produite par la cauſe qui produit toûjours du feu dans les corps durs, c'eſt-à-dire, qui développe le feu que ces corps durs contiennent, cette cauſe eſt le frottement, l'attrition des parties.

Il n'y a aucun corps dur, frotté, qui ne s'échauffe; il n'y a aucun corps électrique, qui ne doive être frotté avant d'exercer cette Electricité.

Quelques corps durs, frottés, s'enflamment; quelques corps électriques jettent des étincelles brûlantes, tous après un long & violent frottement jettent de la lumiére.

Il eſt vrai que les Métaux, quelqu'attrition qu'ils puiſſent éprouver, n'attirent point les corps minces à eux, n'exercent point d'Electricité; mais on ne dit point que tout ce qui prend feu ſoit électrique, on remarque ſeulement que tout ce qui devient électrique, jette du feu plus ou moins: Donc le Feu paroît avoir très-grande part à cette Electricité. Au moins il eſt indubitable, qu'il n'y a point d'Electricité ſans mouvement, & qu'il n'y a point, dans la Nature, de mouvement ſans le Feu.

ARTICLE QUATRIE'ME.

Suite des autres Propriétés générales, par leſquelles on cherche à déterminer la Nature du Feu.

Le Feu, comme tout autre Fluide, ſe meut également en tout ſens, ou plûtôt ne pouvant ſe mouvoir qu'avec cette égalité, parce que l'action & la réaction de ſes parties élementaires eſt égale, il ſemble être l'unique cauſe pour laquelle les autres Fluides ſe meuvent ainſi.

Comment il ſe répand également.

Il doit donc échauffer également dans toutes ſes parties, un corps homogene qu'il pénétre; ſa flamme doit être ronde, & l'eſt toûjours quand l'air ne preſſe pas ſur le mixte qui brûle. Qu'une boule de fer ſoit bien enflammée dans

un fourneau, où l'air très-raréfié a épuisé son ressort, cette boule de fer jette des flammes également en haut & en bas; la flamme de l'Esprit de Vin s'arrondit quand on la plonge dans une autre flamme.

De cette propriété inhérente dans le Feu, de se répandre également, s'il ne trouve point d'obstacle, il suit que tout corps enflammé doit envoyer les traits de feu également de tous les côtés, & qu'ainsi tout point lumineux est un centre dont les rayons partent & aboutissent à la surface d'une sphere.

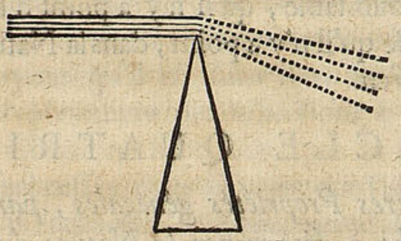
C'est par cette propriété que le Feu échauffe & éclaire en raison inverse ou reciproque du quarré des distances.

Le Feu a donc la propriété d'envoyer aux corps une quantité de sa substance dans cette proportion.

Le Feu paroît attiré par les corps.

Il a encore la propriété d'être attiré sensiblement par les corps.

1.° Cette attraction est démontrée par cette expérience connuë d'une lame de couteau ou de verre, dont la pointe est rasée par les rayons du Soleil dans une chambre obscure.

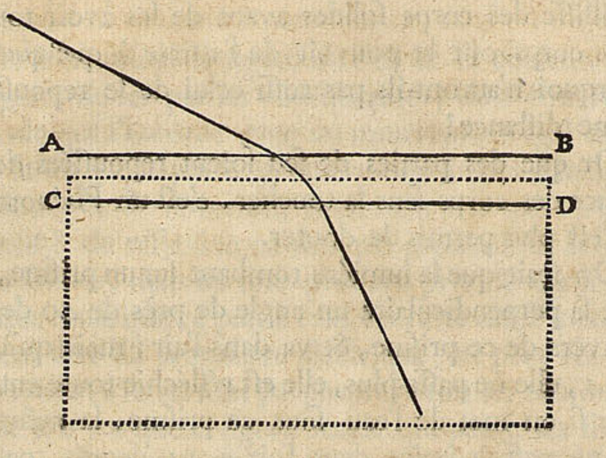


Exemples.

On sçait que les rayons s'infléchissent, se portent vers cette lame en proportion des distances, c'est-à-dire, que le rayon qui passe le plus près de cette pointe, est celui qui s'infléchit le plus vers le couteau. Toutes les autres expériences de l'inflexion de la lumiére près des corps, se rapportent à celle-ci. On le connoît, on n'en grossira pas ce Mémoire.

2.° La réfraction est encore une preuve évidente de cette attraction, on sçait assés que quand le verre ou l'eau, &c. reçoit un rayon oblique, ce rayon commence à se briser

en approchant de ce milieu, & qu'il ſe briſe toûjours tant



qu'il eſt entre ces lignes *AB, CD,* qui ſont les termes de cette attraction; après quoi, il continuë à aller en ligne droite: & cette inflexion & ce briſement avant d'entrer dans ce corps, & en y entrant, eſt toûjours d'autant plus grand, que la matiére qui reçoit ce rayon a plus de denſité, à moins que cette matiére ne ſoit un corps oléagineux, ſulfureux, inflammable; car alors ce corps oléagineux, ſulfureux, rempli de feu, agit davantage ſur ce rayon que ne fera un corps de même denſité, mais qui contiendra moins de parties inflammables.

3.° Tout rayon tombant obliquement d'un milieu moins épais, dans un milieu plus épais, va plus rapidement dans le corps qui l'attire davantage, & cela en raiſon inverſe de la grandeur des ſinus; & non-ſeulement il accélére ſon mouvement dans ce corps en tombant en ligne oblique, mais auſſi en tombant en ligne perpendiculaire.

Il eſt donc auſſi indubitable, qu'il y a une attraction entre les particules du Feu & les autres corps, qu'il eſt difficile d'aſſigner la cauſe de cette attraction.

Ayant reconnu cette propriété ſinguliére du Feu, d'être attiré par les corps, de ſe plier vers eux, d'accélérer ſon mouvement vers eux, & dans eux, ſitôt qu'ils ſont dans la

ſphere de l'attraction ; on ne doit plus être ſi étonné qu'il réjailliſſe des corps ſolides avant de les avoir touchés ; car ſi les corps ont le pouvoir de l'attirer à quelque diſtance, pourquoi n'auront-ils pas auſſi celui de le repouſſer à cette même diſtance ?

Il paroît repouſſé ſans toucher aux corps.

Or que des parties de feu ſoient repouſſées de deſſus la ſurface des corps ſans la toucher, c'eſt un Phénomene dont il n'eſt plus permis de douter.

On ſçait que la lumiére tombant ſur un priſme, & faiſant avec ſa perpendiculaire un angle de près de 40 degrés, paſſe à travers de ce priſme, & va dans l'air ; mais qu'à un angle de 41, elle ne paſſe plus, elle eſt réfléchie toute entiére ; mais alors ſi on met de l'eau ſous ce priſme, la même lumiére qui ne paſſoit point dans l'air à 41 degrés, paſſe à cette même obliquité dans l'eau, elle trouve pourtant dans l'eau plus de parties ſolides que dans l'air, elle ne réjaillit point de deſſus cette eau, & elle réjaillit de deſſus cet air : Donc elle n'eſt pas réfléchie en ce cas par les parties ſolides.

Adjoûtés à cette expérience, celle des corps réduits en lame mince, qui réfléchiſſent certains rayons de lumiére, & qui laiſſent paſſer ces mêmes rayons quand leurs lames ſont plus épaiſſes. Adjoûtés les inégalités extrêmes des miroirs les plus polis, qui cependant réfléchiſſent la lumiére également & avec régularité, & qui par conſéquent, ne peuvent renvoyer avec régularité ce qu'ils reçoivent ſi irréguliérement ; on conviendra que la lumiére qui n'eſt autre choſe que du feu, réjaillit ſans toucher aux corps dont elle ſemble réjaillir.

De cette attraction & de cette répulſion de la matiére du feu à quelques diſtances des corps ſolides, n'eſt-il pas prouvé qu'il y a une action & une réaction entre tous les corps & le Feu, telle qu'il y en a une entre les corps électriques & les petits corps qu'ils attirent & qu'ils repouſſent ? La différence eſt (comme dit à peu-près le grand Newton dans ſon Optique) qu'il ne faut que des yeux pour voir l'attraction & la répulſion de l'Electricité, & qu'il faut les yeux

yeux de l'eſprit pour voir l'attraction & la répulſion du Feu & des corps.

Il reſte à examiner la figure du Feu & ſa couleur.

Quelle eſt ſa figure & ſa couleur.

La figure de ſes parties conſtituantes, doit être ronde, c'eſt la ſeule qui s'accorde avec un mouvement égal en tout ſens, & la ſeule qui puiſſe produire des angles d'incidence égaux aux angles de réflexion. Il eſt bien vrai que ces angles d'incidence & de réflexion ne ſont pas produits ſur la ſurface des corps ſolides, mais ils ſont produits près de ces ſurfaces par quelque cauſe que ce puiſſe être. Or cette cauſe inconnuë, & qui peut-être eſt la matiére électrique, ne peut renvoyer ainſi les rayons, s'ils ne ſont pas propres à former toûjours ces angles, & il n'y a que la figure ronde qui puiſſe les former.

Pour la couleur qui réſulte du Feu, j'entends du feu pur & ſans mêlange, cette couleur dépend des rayons différents qui compoſent le feu: l'aſſemblage des ſept rayons primordiaux réfléchis, donne du blanc, cependant la couleur de la lumiére du Soleil tire ſur le jaune; & de-là on pourroit croire que le Soleil eſt un corps ſolide, dans lequel les rayons jaunes dominent. Il n'eſt nullement impoſſible que le feu dans d'autres Soleils ait d'autres couleurs, & la quantité de rayons rouges ou jaunes, dominante dans ce feu élémentaire, pourroit très-vraiſemblablement opérer de nouvelles propriétés dans la matiére.

Voilà donc à peu-près un aſſemblage des propriétés principales, qui peuvent ſervir à donner une foible idée de la nature du Feu.

C'eſt un élément qui a tous les attributs généraux de la matiére, & qui a par-deſſus encore, le pouvoir d'agir ſur toute matiére, d'être toûjours en mouvement, de ſe répandre en tout ſens, d'être élaſtique, de contribuer à l'élaſticité des corps, à leur éléctricité, d'être attiré & d'être repouſſé par les corps; enfin c'eſt le ſeul qui puiſſe nous éclairer & nous échauffer : Et cette propriété de nous donner le ſentiment de lumiére & de chaleur, n'eſt autre choſe qu'une ſuite de la proportion établie entre ces mouvements

& nos organes, & il eſt très-vraiſemblable que cette proportion eſt néceſſaire pour nous cauſer ces ſentiments; car l'Auteur de la Nature ne fait rien en vain, & ces rapports admirables de la matiére du Feu avec nos organes, ſeroient un ouvrage vain, ſi dans la conſtitution préſente des choſes, nous pouvions voir ſans yeux & ſans lumiére, & être échauffés ſans feu.

SECONDE PARTIE.

De la Propagation du Feu.

ON tâchera dans cette ſeconde partie, d'expliquer ſes doutes en autant d'articles.

1.° Sur la maniére dont nous produiſons du Feu.

2.° Sur la maniére dont le Feu agit.

3.° Sur les proportions dans leſquelles le Feu embraſe un corps quelconque.

4.° Sur la maniére & les proportions dont le Feu ſe communique d'un corps à un autre.

5.° Sur ce qu'on nomme *pabulum Ignis,* & ce qui eſt néceſſaire pour l'action du Feu.

6.° Sur ce qui éteint le Feu.

ARTICLE PREMIER.

Comment produiſons-nous le Feu!

Les Hommes ne peuvent réellement produire du Feu, parce qu'ils ne peuvent rien produire du tout; ils ne peuvent que mêler les eſpeces des choſes, mais non changer une eſpece en une autre. On décéle, on manifeſte le feu que la Nature a mis dans les corps, on lui donne de nouveaux mouvements, mais on ne peut produire réellement une étincelle.

Nous ne pouvons développer ce Feu élémentaire que par l'un de ces cinq moyens ſuivants.

1.° En rendant les rayons du Soleil convergents, & les assemblant en assés grand nombre.

2.° En frottant violemment des corps durs.

3.° En exposant tous les corps possibles, au Feu tiré de ces corps durs, comme aux charbons ardents, à la flamme, aux étincelles de l'Acier, &c.

4.° En mêlant des matiéres fluides, comme des especes d'Huile qui fermentent ensemble avec explosion, & qui s'enflamment.

5.° En composant des Phosphores avec des matiéres sulfureuses & salines, qui s'enflamment à l'air, comme avec du Sang, des Excréments, de l'Alun, de l'Urine, &c. ou bien en faisant de la Poudre fulminante & autres opérations semblables.

Dans toutes ces opérations, il est aisé de voir qu'on ne fait autre chose que d'adjoûter un feu nouveau aux corps qui n'en ont point assés; ou de mettre en mouvement une quantité de feu suffisante, qui étoit dans ces corps sans mouvement sensible.

ARTICLE SECOND.

Comment le Feu agit-il!

Le Feu étant une substance élémentaire répanduë dans tous les corps, & jusques dans la glace la plus dure, ne peut agir sur ces corps, qu'en agitant leurs parties. Si cette agitation est modérée comme celle qu'un air tempéré communique aux Végétaux, leurs pores ouverts reçoivent alors l'eau, l'air & la terre qui les entourent, & les quatre Eléments unis ensemble, étendent le germe de la Plante qu'ils nourrissent. Si l'agitation est trop forte, les parties du végétal desunies sont dispersées, & tout peut en être aisément détruit, jusqu'au germe.

Ce mouvement, qui fait la vie & la destruction de tout, ne peut, ce semble, être imprimé aux corps par le feu, qu'en vertu de ces deux raisons-ci, ou parce qu'ils reçoivent une

Le Feu agit par sa masse & par sa vîtesse.

plus grande quantité de feu qu'ils n'en avoient, ou parce que la même quantité est mise dans un mouvement plus violent; & comme une quantité de feu quelconque appliquée aux corps, n'agit que par le mouvement, il est clair que c'est le mouvement seul qui échauffe, consume & détruit les corps.

Tous les corps également chauds dans le même air.

Il n'y a aucun corps sur la terre, qui ait dans sa masse assés de feu pour faire de soi-même un effet sensible sans fermenter avec d'autres corps: voilà pourquoi du Marbre & de la Laine, du Fer & des Plumes, du Plomb & du Coton, de l'Huile & de l'Eau, du Soufre & du Sable, de la Poudre à canon, appliquées au Thermometre, ensemble ou séparément, ne le font ni hausser ni baisser, lorsque ces divers corps ont été exposés long-temps à une égale température d'air, ainsi que le Thermometre.

De grands Philosophes inférent de cette expérience, qu'il y a également de feu dans tous les corps; mais on ose être d'une opinion différente.

1.° Parce que si cette égale distribution de feu qu'ils supposent, étoit réelle, la glace factice en auroit autant que l'alcohol le plus pur.

Mais tous les corps n'ont pas en eux également de feu.

2.° Parce que les corps s'enflamment beaucoup plus aisément les uns que les autres; & comme il est certain que nous mettons plus de feu dans des matiéres que nous préparons, dans de la Chaux, par exemple, que dans des mêlanges d'autre pierre, aussi paroît-il vraisemblable que la Nature agit en cela comme nous, & distribuë plus de feu dans du Soufre que dans de l'Eau *.

* *Voy. l'art. 4. de cette seconde Partie.*

Il paroît donc très-probable par toutes les expériences & par le raisonnement, que de deux corps, celui qui s'enflammera le plus vîte, à feu égal, contenoit dans sa masse plus de substance de feu que l'autre; & qu'ainsi un pied cubique de Soufre, contient certainement plus de feu qu'un pied cubique de Marbre.

Pourquoi donc tous les corps inégalement remplis de Feu élémentaire, ont-ils cependant un égal degré de chaleur, selon cette expérience faite au Thermometre?

N'eſt-ce pas ces raiſons-ci ? Le Feu n'agit dans les corps que par un mouvement proportionnel à ſa quantité, chaque corps réſiſte à l'action de ce feu qu'il contient, & quand cette réſiſtance eſt en équilibre avec l'action du feu, c'eſt préciſément comme ſi le feu n'agiſſoit pas : Or dans tous les corps en repos, la réſiſtance de leurs parties & l'action du feu contenu, ſont en équilibre (car ſans cela il n'y auroit point de repos) Donc tous les corps en repos doivent avoir un égal degré de chaleur.

Il faut remarquer qu'il n'y a point de repos parfait, mais le mouvement interne des corps eſt ſi inſenſible, qu'il ne peut faire un effet ſenſible ſur la petite quantité de liqueur contenuë dans un Thermometre. On ſent aſſés pourquoi au Thermometre cette chaleur eſt égale, & ne l'eſt pas au tact de nos mains.

Pour qu'un corps s'échauffe & enſuite s'enflamme, &c. il s'agit donc de le pénétrer d'un nouveau feu, & de mettre dans un grand mouvement celui qu'il a.

Des Charbons ardents, ou les rayons du Soleil réunis, appliqués, par exemple, à du Fer, produiſent le premier effet, l'attrition ſeule produit le ſecond.

Les rayons du Soleil, ou le Feu ordinaire, adjoûtent une nouvelle ſubſtance de matiére ignée à ce Fer ; l'attrition cauſée par un caillou, n'y adjoûte que du mouvement ſans nouvelle matiére. Ce mouvement ſeul fait un ſi grand effet par les vibrations qu'il excite dans ce Fer, qu'une partie de lui-même en tombe incontinent brûlante, lumineuſe & vitrifiée.

L'action preſque inſtantanée des rayons du Soleil, par le plus grand Miroir ardent, produit un effet entiérement ſemblable.

Si les rayons agiſſent les uns ſur les autres.

Il faut voir à préſent ſi une nouvelle quantité de traits de Feu, qui pénétrent dans un mixte, agit par le nombre de ſes traits, & par le mouvement avec lequel chaque trait pénétre ce mixte ; ou bien ſi cette force augmente encore par l'action de ces traits les uns ſur les autres.

Par exemple, mille rayons arrivent d'un Verre ardent à un morceau de bois; dans le foyer de ce Verre ardent, je demande si ces mille rayons agissent seulement par leur masse multipliée par leur vîtesse (on n'entre point ici dans la question, si la force est mesurée par la masse multipliée par le quarré de la vîtesse) ou si à cette action il faut encore adjoûter une force résultante de l'action mutuelle de ces rayons les uns sur les autres.

Il paroît probable que la masse seule des rayons, multipliée par leur vîtesse, sans autre augmentation, fait tout l'effet du Verre ardent; car s'il y avoit une autre action quelconque, cette action ne pourroit être que latérale, c'est-à-dire, que les rayons augmenteroient mutuellement leurs puissances en se touchant par les côtés; mais cette prétenduë action ne feroit que détourner les rayons qui vont tous en ligne droite, & par conséquent affoibliroit leur pouvoir au lieu de le fortifier. Plusieurs coins enfoncés à la fois dans un morceau de bois, plusieurs fleches lancées à la fois dans un rond, se nuiront si elles se touchent; & comment agiront-elles sensiblement les unes sur les autres, si elles ne se touchent pas?

J'adjoûterai encore, que si les rayons du Feu augmentoient leur force par cette action mutuelle (ce qui n'est pas assûrément conforme aux loix méchaniques) les rayons de la Lune, reçûs sur un Miroir ardent, sembleroient devoir au moins faire sentir quelque chaleur à leur foyer, mais c'est ce qui n'arrive jamais: Donc on paroît très-bien fondé à penser que les rayons n'agissent point réciproquement l'un sur l'autre, en partant d'un même lieu & allant frapper le même corps. Il s'en faut beaucoup que le nombre des traits de flamme, qui pénétrent un corps, reçoivent une nouvelle action, par leur agitation mutuelle.

Qu'on mette sous un métal quelconque, une meche allumée, trempée d'Esprit de Vin, & qu'on observe, à l'aide de l'ingénieuse invention du Pyrometre, le degré d'expansion de raréfaction que ce métal aura acquis dans un temps

donné; si le feu augmentoit son action par le choc mutuel de ses parties, deux meches pareilles devroient raréfier ce métal beaucoup plus du double; mais il est prouvé par les expériences les plus exactes, que deux meches pareilles ne font pas seulement un effet double de celui d'une simple meche.

Une simple meche allumée, mise sous le milieu d'une lame de Fer longue de 5 pouces $\frac{8}{10}$, & épaisse de $\frac{3}{10}$, allonge cette lame comme 80; deux meches mises au même milieu, l'une auprès de l'autre, ne l'allongent que comme 117: & les deux mêmes flammes, mises à 2 pouces $\frac{1}{2}$ l'une de l'autre, ne l'allongent que comme 109.

On ne prétend pas répéter ici le détail de toutes ces expériences vérifiées, on essayera seulement d'en tirer quelques conclusions.

Si le Feu agissoit dans ce cas, par la force d'une action mutuelle de ses parties les unes contre les autres, la flamme de ces deux meches devroit se joindre, pour produire ces effets réunis; & ces deux flammes devroient échauffer, raréfier cette lame beaucoup au-delà de 160; mais ces deux flammes voisines, au lieu de se réunir, s'écartent, chacune se dissipe de côté & d'autre.

On peut donc, encore une fois, conclurre que les rayons du Feu n'agissent point l'un sur l'autre pour augmenter leur puissance, soit qu'ils viennent du Soleil en parallelisme, soit qu'ils soient réunis au foyer d'un Verre ardent, soit qu'ils s'échappent en cercle d'un charbon allumé, &c.

Comment le feu appliqué à un corps, agit.

Voici donc ce qui arrive dans un corps auquel on applique un feu étranger; plus ce corps résiste, plus la quantité de ce feu multipliée par sa vîtesse, agit sur lui; & tant que l'action de ce feu & la réaction de ce corps subsistent, la chaleur augmente, jusqu'à ce qu'enfin de nouveau feu entrant toûjours, les parties solides de ce corps, qui résistoient, par exemple, à 1000 parties de feu, ne pouvant résister à 10000, à 100000, se desunissent & s'évaporent. Un morceau de bois de 100 pouces quarrés, pourra très-

aiſément être percé dans 100 demi-pouces d'étenduë ſans perdre ſa figure, mais s'il eſt percé dans 144000 lignes, il eſt réduit en pouſſiére.

Comment un corps s'embraſe ſans addition d'un feu étranger.

Voici maintenant ce qui arrive à un corps, dont on met en mouvement le feu propre qu'il contenoit. Qu'un morceau de Fer, par exemple, ſoit conçû partagé en mille lamines élaſtiques, que chaque lamine contienne dix parties de feu, que ce corps reçoive un choc violent qui ébranle ces mille lamines, & que ce choc réitéré augmente cent fois le reſſort de chaque partie de feu; ces atomes de feu qui ne pouvoient agir auparavant, vû le poids dont ils étoient accablés, prennent une force égale à celle des mille lamines: Que ce reſſort ſoit augmenté encore, on voit aiſément comment enfin cette centiéme partie de feu contenuë dans cette maſſe, l'enflammera toute, & la diſſipera à la fin, ſans qu'il y ſoit intervenu une ſeule particule de feu étrangere.

Les corps ſont donc échauffés, enflammés, conſumés, ou par le feu qui eſt en eux, & dont on a augmenté le mouvement, ou par la quantité d'un feu étranger qu'on leur a appliqué, & qui par ſon mouvement vient agir ſur ces corps; & dans les deux cas le feu agit toûjours par les loix du mouvement.

ARTICLE TROISIE'ME.

Proportions dans leſquelles le Feu embraſe un corps quelconque.

On a eſſayé dans ce troiſiéme article, de raſſembler quelques loix générales, ſur les proportions dans leſquelles le Feu agit.

PREMIÉRE LOY.

Le Feu étant un corps, & agiſſant ſur les autres corps par ſa maſſe & par ſon mouvement, ſelon les loix du choc, il *communique ſon mouvement aux corps homogenes, à proportion de leur*

de leur grosseur. Soit une lamine de Plomb échauffée, dilatée comme 154, par un feu donné, une autre lamine de même longueur, deux fois aussi large, deux fois aussi haute, & pesant ainsi le quadruple de la première, acquiert 109 degrés de chaleur en temps égal, à feu égal, selon les expériences faites au Pyrometre.

Le quarré des degrés de cette chaleur, est à peu de chose près, comme la racine des pesanteurs de ces lamines. La racine de la pesanteur de la derniére lamine, est à celle de la premiére, comme 2 est à 1; & les quarrés de leurs degrés de chaleur, sont aussi comme 2 à 1, ou peu s'en faut.

SECONDE LOY.

Le Feu agit en raison inverse du quarré de sa distance; cela est assés prouvé, puisque le feu se répand également en tout sens: c'est aussi en vertu de cette loy, que de deux corps d'égale longueur & épaisseur, le plus large présentant une plus grande quantité de matiére plus voisine de la flamme, que le moins large, le corps le plus large sera toûjours le plûtôt échauffé, en raison directe de cet excès de quantité de matiére, & en raison du quarré de la proximité du feu.

TROISIÉME LOY.

Le Feu augmente le volume de tous les corps avant d'enlever leurs parties.

Si le bois, les cordes, &c. ne paroissent pas augmenter de volume, c'est qu'on n'a pas le temps de les mesurer avant que leurs parties ayent été dissipées.

Il est démontré par cette Loy, que le feu (puisqu'il est pesant) doit augmenter le poids des corps, avant qu'il en ait fait évaporer quelque chose.

QUATRIÉME LOY.

Les corps retiennent leur chaleur, d'autant plus long-temps, qu'il a fallu plus de temps pour les échauffer.

Ainsi le Fer ayant acquis 70 degrés de chaleur &

d'expanſion en 6 minutes 47 ſecondes, & un pareil volume de Plomb à feu égal, ayant acquis 70 pareils degrés en une ſeule minute; ce plomb raréfié à ce même degré 5 minutes 47 ſecondes plûtôt que le fer, ſe refroidira, ſe contractera auſſi environ 5 minutes 47 ſecondes plûtôt que le fer.

Cette regle ſouffre pourtant quelques exceptions; la Craye, par exemple, & quelques pierres ſe refroidiſſent fort vîte, après s'être très-lentement échauffées; la raiſon eſt vraiſemblablement, que le feu a changé leurs parties & ouvert leurs pores, &, comme nous le dirons après avoir expoſé toutes ces Loix, le tiſſu des ſubſtances & l'arrangement des pores, doit apporter quelque changement aux regles les plus générales.

CINQUIÉME LOY.

Tous les corps ſont échauffés & raréfiés par un feu égal, plus lentement d'abord, enſuite plus rapidement, puis avec plus grande célérité, & de ce point de plus grande célérité, ils ſe raréfient tous d'autant plus lentement, qu'ils approchent plus du dernier terme de leur expanſion.

Par exemple, dans les expériences faites à l'aide du Pyrometre,

Le Plomb ſe raréfie à feu égal,	Le Fer ſe raréfie
d'abord en 5 ſec... de 5 degrés.	en 9 ſecondes... de 1 degré.
en 9 ſec... de 10 degrés.	en 15 ſecondes... de 2 degrés.
en 13 ſec... de 15 degrés.	en 18 ſecondes... de 3 degrés.
en 15 ſec... de 20 degrés.	

Puis, cette célérité de dilatation croiſſant toûjours, le temps depuis la 28.e ſeconde juſqu'à la 36.e, eſt l'époque de la plus grande vîteſſe de l'action du Feu, & depuis ce terme de la 36.e ſeconde, les degrés de dilatation arrivent toûjours plus lentement.

Cette cinquiéme Loy dépend évidemment de la force de cohéſion des parties conſtituantes des corps.

Cette cohérence eſt d'autant plus grande que le corps eſt plus froid, & le dernier degré de froid, (s'il étoit poſſible de le trouver) ſeroit le plus grand degré de cohérence poſſible.

Or dans l'air froid, le corps étant plus refroidi à ſa ſurface que dans ſa ſubſtance, oppoſe à l'action du feu une écorce plus ſerrée, c'eſt pourquoi un feu égal employe 9 ſecondes à échauffer le fer d'un ſeul degré.

Mais les pores de cette premiére écorce étant ouverts, ceux de la ſeconde écorce ſont auſſi un peu ouverts, parce qu'ils ont reçû déja des particules de feu: le feu égal opére donc en 18 ſecondes, une expanſion de 3 degrés qu'il n'eût produite qu'en 27 ſecondes, s'il avoit eu pareille réſiſtance à vaincre: enſuite, quand le feu a par ſon mouvement, ſéparé, diviſé toutes les parties de cette maſſe, il en a élargi tous les pores, la réaction de toutes les parties ſolides plus écartées, en eſt moins forte; alors pareille quantité de feu n'étant plus ſuffiſante pour diſtendre ces pores devenus plus grands, il faut qu'il arrive dans ces pores une portion de feu plus conſidérable: or la matiére qui produit ce feu, étant toûjours ſuppoſée la même, une plus grande quantité de matiére ignée ne peut être fournie en temps égaux: Donc le même feu doit toûjours agir plus lentement juſqu'au terme où la cohérence du corps équivaudra préciſément à l'action du feu, & paſſé ce temps, le corps ſe fond, ſe calcine ou s'exhale en vapeurs, ſelon ſa nature.

SIXIÉME LOY.

La raiſon dans laquelle le feu agit ſur les corps, eſt toûjours moindre que la raiſon dans laquelle on augmente le feu.

Par exemple, un feu ſimple agit en proportion plus qu'un feu double, & un feu double plus à proportion qu'un triple.

Une meche d'une grosseur donnée, communique à une lame de Fer donnée,	Deux pareilles meches réunies à feu égal, communiquent à la même lame,
en 9 secondes. . . 1 degré.	en 6 secondes, 1 degré, & non en 4 secondes & demie.
en 15 secondes. . . 2 degrés.	en 9 secondes, 2 degrés, & non en 7 secondes & demie.
en 18 secondes. . . 3 degrés.	en 10 secondes, 3 degrés, & non en 9 secondes.

La cause de ces différences, est que la substance du feu entrant dans l'intérieur d'un corps quelconque, le dilate en poussant en tout sens ses parties.

Or cette pulsion dans tout l'intérieur d'un corps, est égale à une force quelconque appliquée extérieurement, laquelle tireroit ce corps, & l'allongeroit autant que le feu le dilate.

Mais il est démontré que les lames, les fibres égales d'un corps homogene, pareilles en longueur & épaisseur, étant chargées chacune d'un poids différent au même bout, ne peuvent être tenduës en raison des poids, mais l'extension produite par le plus grand poids, est à l'extension que donne le plus petit, toûjours en moindre raison que les poids ne sont entr'eux.

Une corde de 3 pieds de long, chargée de 2 livres, s'étend comme 9, & chargée de 4 livres, elle ne s'étend pas comme 18, mais comme 17 seulement.

Or ce qu'est cette corde par rapport aux poids qui la tendent, tous les corps homogenes le sont à l'égard du feu qui les dilate: Donc il faut plus du double du feu pour faire un effet double, & plus du triple pour faire un effet triple.

Septiéme Loy.

Toutes choses d'ailleurs égales, tout corps exposé au feu sera plus promptement échauffé par ce feu étranger, en raison de la portion de feu qu'il contient dans sa propre

ſubſtance, ainſi toutes choſes égales, le corps qui contiendra le plus de Soufre, ſera le plûtôt dilaté, brûlé & conſumé.

Voilà pourquoi de tous les fluides connus, l'alcohol eſt celui qui ſe conſume le plus vîte.

HUITIÉME LOY.

Tous corps homogenes de dimenſions égales, à feu égal, mais chacun peint ou teint d'une couleur différente, s'échauffent ſuivant les proportions des ſept couleurs primitives. Le noir s'échauffe le plus vîte, puis le violet, le pourpre, le verd, le jaune, l'orangé, le rouge, & enfin le blanc.

Par la même raiſon, le corps blanc garde plus long-temps a chaleur, & le corps noir eſt celui qui la perd le plûtôt.

On pourroit mettre pour neuviéme Loy, qu'il doit y avoir des variations dans la plûpart des Loix précédentes.

Ces variations viennent de ce que les pores & la tiſſure d'un corps (quelque homogene qu'il ſoit) ne ſont jamais également diſtribués & diſpoſés. Concevés un corps diviſé en cent lamines, & ayant mille pores; les cent lamines ne ſont pas toutes de la même épaiſſeur, & les pores de ces lamines ne ſe croiſent pas de la même façon, c'eſt cet arrangement inégal des pores, & cette épaiſſeur différente des feuilles, qui ſont cauſe que certains rayons ſont réfléchis, & certains autres tranſmis, qu'une feuille d'Or tranſmet des rayons bleus tirants ſur le verd, & réfléchit les autres couleurs; que la quatriéme partie d'un millioniéme de pouce donne du blanc entre deux verres, l'un plat & l'autre convexe, ſe touchants en un point, &c.

Or cette variation de tiſſure qui détermine les différentes actions du feu, en tant qu'il éclaire, ne doit-elle pas auſſi déterminer les différentes actions du feu, en tant qu'il échauffe & qu'il brûle?

C'eſt donc de la combinaiſon de toutes ces loix dont on vient de parler, que naît la proportion dans laquelle le Feu pénétre les corps, il n'agit point en raiſon réciproque des peſanteurs, ni des cohérences, ni en raiſon compoſée de

ces deux ; car, par exemple, la cohésion dans le Fer est environ 15 fois plus grande que dans le Plomb (comme il est prouvé par les poids égaux suspendus à des barres de Plomb & de Fer de pareil volume) la pesanteur spécifique du Plomb est à celle du Fer, comme 11 est à 7 : cependant le Plomb acquiert en temps égal, à feu égal, à peu-près le double de chaleur du Fer, ce qui n'a aucun rapport ni à leurs pesanteurs, ni à leurs cohérences.

La raison dans laquelle le Feu agit, est non-seulement composée de ces deux raisons de pesanteur & de cohésion, mais de tous les rapports ci-dessus mentionnés.

Il n'est guére possible que nos lumiéres & nos organes, aussi bornés qu'ils le sont, puissent jamais parvenir à nous faire connoître cette proportion qui résulte de tant de rapports imperceptibles ; nous en sçaurons toûjours assés pour notre usage, & trop peu pour notre curiosité.

L'expérience seule peut nous apprendre en quel rapport le Feu détruit les divers corps, Fluides, Minéraux, Végétaux, Animaux.

L'on ne peut fixer rien d'exact sur cela, que pour le climat que nous habitons, & pour une température déterminée de ce climat ; car les rayons du Soleil en moindre ou plus grand nombre, ou dardés plus ou moins obliquement, les vents, les exhalaisons, altérent la tissure de tous les corps.

Sur tout le ressort & la pesanteur de l'air, par leurs variétés, augmentent & diminuent l'action du Feu. Plus l'air est pesant, plus les corps acquiérent de chaleur à feu égal ; trois onces de plus de pesanteur dans la colomne de l'Atmosphere, rendent l'eau bouillante plus chaude d'un neuviéme.

On sçait déja par le Pyrometre, qu'un Philosophe excellent vient d'inventer, les dilatations comparatives des Métaux à feu égal, en temps égal, le Barometre étant à telle hauteur.

On sçait par le Thermometre du S.r Fahenrheit le Philosophe des Artisans, les degrés comparatifs de la chaleur de plusieurs liqueurs, & les termes de leur chaleur.

Or dans une température d'air déterminée, tout a son

degré de chaleur déterminé. Les Liqueurs bouillantes, les Métaux en fusion, les Minéraux calcinés, les Végétaux ardents, comme les Bois, &c. acquiérent un degré de chaleur, passé lequel on ne peut les échauffer.

Ce dernier degré absolu, & les degrés comparatifs de chaleur des Fluides, des Minéraux, des Végétaux, peuvent, je crois, être connus à l'aide du seul Thermometre construit sur les principes de M. de Reaumur.

Il n'y a qu'une seule précaution à prendre, c'est que l'Esprit de Vin ne bouille pas dans le Thermometre. Pour cet effet, je ne plonge qu'à moitié la boule du Thermometre dans les liqueurs bouillantes.

Je mets le même Thermometre à une telle distance de chaque métal en fusion, que le métal le plus ardent fait monter l'Esprit de Vin plus haut, sans le faire bouillir. Je fais une Table en trois colomnes : la premiére colomne marque le temps où la liqueur bout en un vase égal, à feu égal : la seconde colomne marque le degré où est monté le Thermometre dont la boule est à moitié plongée dans la liqueur bouillante : la troisiéme colomne marque le temps dans lequel le Thermometre est monté depuis la marque o, ayant soin d'avoir toûjours de la glace auprès de moi.

Une autre Table sert pour les Métaux en fusion.

La premiére colomne marque le temps qu'il a fallu pour fondre les divers Métaux à feu égal, en vase égal.

La seconde, les degrés où s'est élevé le Thermometre depuis la marque o, à égale distance des Métaux fondus.

Je fais la même opération pour les calcinations.

A l'égard des Plantes, je fais couper en un même jour, des branches de tous les Arbres d'une Pépiniére, j'en fais tourner au Tour, des morceaux d'égale dimension; & les rangeant tous sur une grande plaque de fer poli, également épaisse, rougie au feu également, j'observe avec une Pendule à secondes, les temps où chaque morceau est réduit en cendre, & il y a entre ces temps, des différences très-considérables.

J'en fais autant avec les Légumes.

Mais s'il est utile de sçavoir quel degré de feu est nécessaire pour détruire, il ne l'est pas moins de sçavoir quel degré il faut pour animer; & quel feu & quel froid peuvent soûtenir les Animaux & les Plantes; par exemple, quel degré de feu peut faire meurir le Bled, & en combien de temps, quel degré de feu le fait périr, &c.

C'est de quoi je prépare encore une Table, & je joindrai toutes ces Tables à ce petit Essai, si Messieurs de l'Académie le jugent digne de l'impression, & s'ils pensent que l'utilité de ces opérations, puisse suppléer aux défauts de l'Ecrit.

ARTICLE QUATRIE'ME.

De la communication du Feu; comment, & en quelle proportion le Feu se communique d'un corps à un autre.

Les loix du mouvement doivent toûjours nous servir de regle. Un corps en mouvement qui choque un corps en repos, perd de son mouvement autant qu'il en donne; il en est ainsi du feu qui échauffe un corps quelconque.

Tout corps échauffé communique sa chaleur également, & en tout sens, aux corps environnants; c'est-à-dire, leur donne le feu qui est dans lui, jusqu'à ce qu'eux & lui soient à un même degré de température.

Le vulgaire qui voit monter la flamme, pense que le Feu se communique plûtôt en haut qu'en bas, sans songer que la flamme ne monte que parce que l'air plus pesant qu'elle, presse sur le corps combustible.

Le feu ne tend ni à monter, ni à descendre.

Quelques Philosophes observant que le Feu descend presque toûjours quand on met des matiéres enflammées au milieu de pareilles matiéres séches, ont décidé que le Feu tend à descendre, sans considérer que le Feu ne descend en ce cas plus qu'il ne monte, que parce que d'ordinaire la matiére enflammée, un morceau de bois, par exemple, qu'on mettra au milieu d'un buscher, touche les bois de dessous en plus de points que les bois de dessus; & que de plus, le buscher étant déja allumé par le bas, la partie basse

du buscher

du buſcher eſt déja plus échauffée que la partie haute.

On donne pour conſtant, dans un nouveau Traité de Phyſique, ſur la Peſanteur univerſelle *(ſeconde partie, chap. 2.) que le Feu tend toûjours en bas.* J'en ai fait l'épreuve, en faiſant rougir un fer, que je poſai enſuite entre deux fers entiérement ſemblables ; au bout d'un demi-quart d'heure je retirai ces deux fers ſemblables, je mis deux Thermometres conſtruits ſur les principes de M. de Reaumur, à quatre pouces de chaque fer, les liqueurs montérent également, en temps égaux : Ainſi il eſt démontré que le feu ſe communique également en tous ſens, quand il ne trouve point d'obſtacle.

Il ne faut pas, ſans doute, inférer de-là, que deux corps égaux homogenes, communiquent également de chaleur à deux corps égaux hétérogenes, en temps égal.

Chaleur non également communiquée, & comment.

Par exemple, deux cubes de fer égaux, échauffés à pareil degré, étant poſés l'un ſur un cube de marbre, l'autre ſur un cube de bois, d'égale température, le fer poſé ſur le marbre perdra plus de ſa chaleur, & communiquera cependant moins de chaleur à ce marbre, que l'autre fer n'en communiquera à ce bois : Et cette différence vient évidemment de l'excès de peſanteur & de cohérence du marbre, & du tiſſu de ſes parties, qui compoſent un tout, lequel réſiſte plus au choc des parties de feu, qu'un morceau de bois de pareil volume.

Mais comme on l'a déja dit *(article 2. ſeconde partie)* ces quatre corps au bout d'un temps conſidérable, ſont dans le même air, d'une température égale, quelque changement que le feu ait apporté en eux.

Cette température égale de tous les corps, après un certain temps dans un même air, ne prouve pas qu'il y ait alors également de feu dans tous les corps ; elle prouve ſeulement que l'action du feu qui eſt en eux, eſt égale. Voici, ce ſemble, comme on peut concevoir cet effet.

Comment tous les corps paroiſſent

Je conſidére toûjours le Feu comme un corps qui agit par les loix du choc : quand l'action du feu eſt ſupérieure à

d'une égale température.

la résistance des parties d'un corps, ce corps acquiert des degrés de chaleur: quand la résistance d'un corps, au contraire, est supérieure, il acquiert des degrés de froid.

Quand l'action & la réaction sont égales, c'est comme s'il y avoit aucune action. Il y a plus de feu dans un pied cubique d'Esprit de Vin, que dans un pied cubique d'eau; mais le feu est en équilibre avec l'eau & avec l'Esprit de Vin, il n'agit ni dans l'un ni dans l'autre; par conséquent il n'y a point de raison pour laquelle l'une soit alors plus chaude que l'autre.

Que deux ressorts, dont l'un peut agir comme 10 & l'autre comme 1, soient retenus, leur action, ou plûtôt leur inaction, sera égale jusqu'à ce que leur force se déploye.

Le Feu est ce ressort, la force qui le déploye est le mouvement ou la masse qu'on peut lui adjoûter, la puissance qui le retient est la matiére qui le comprime.

Il paroît donc que les corps ne deviennent d'une égale température, que parce que le feu qu'ils contiennent, n'agit point sensiblement dans eux.

Il seroit, ce semble, très-utile de sçavoir en quelle proportion le feu se communique d'un corps aux autres, comme des Liqueurs aux Liqueurs, des Minéraux aux Minéraux, des Végétaux aux Végétaux.

Par exemple, l'eau bouillante fait monter à 92 degrés un bon Thermometre de M. de Reaumur, dont la boule est à moitié plongée dans cette eau.

L'Huile bouillante, qui seule doit faire monter le même Thermometre à près de trois fois cette hauteur, mêlée avec pareille quantité d'eau fraîche, ne le fait monter qu'à 43 degrés.

Même quantité d'Huile bouillante, mêlée avec même quantité d'Huile froide, le fait monter à 79 degrés, la boule toûjours à moitié plongée.

Même quantité d'Huile bouillante, mêlée avec même quantité de Vinaigre, le fait monter à 51 degrés, c'est 6 degrés de chaleur plus que le mêlange d'Huile & d'eau n'en

donne, & cependant le Vinaigre seul bouillant, n'est pas plus chaud que l'eau bouillante.

J'ai préparé des expériences sur la quantité de chaleur que les Liqueurs communiquent aux Liqueurs, les Solides aux Solides; & j'en donnerai la Table, si M.[rs] de l'Académie jugent que cette petite peine puisse être de quelque utilité.

Il y auroit plus d'avantage à connoître en quelle proportion le Feu se communique dans les Incendies; cette proportion dépend principalement du vent qui regne: le Feu allumé dans une forêt, n'est nullement à craindre, quelque violent qu'il soit, quand l'air est entiérement calme: J'en ai fait l'expérience sur un terrein de 80 pieds de long, & 20 de large; lequel je fis couvrir de bois taillis debout, nouvellement coupés, entremêlés de balivaux: Je fis allumer avec de la paille, toute la face de 20 pieds, l'air étoit sec & entiérement calme; le Feu en une heure ne consuma que 20 pieds sur 80, après quoi il s'éteignit de lui-même: Mais le lendemain par un grand vent qui faisoit plus de 25 pieds par seconde, la même étenduë de bois, c'est-à dire, de 80 pieds de long, sur 20 de large, fut entiérement consumée en une heure.

ARTICLE CINQUIE'ME.

Ce que c'est que l'aliment du Feu, & ce qui est nécessaire pour qu'un corps s'embrase, & demeure embrasé.

Ce qu'on nomme le *pabulum Ignis*, l'aliment du Feu, est ce qu'il y a de combustible dans les corps. Qu'entend-on par combustible? Si on entend la division, la séparation des parties, tout mixte peut être ainsi divisé tôt ou tard par le Feu, & tout mixte est entiérement combustible, les Eléments mêmes le sont aussi; le Feu divisé & l'Air principe, & l'Eau & la Terre principe.

Si on entend par aliment du Feu, par ce mot *combustible*, des parties qui se transforment en feu, il n'y en a aucune de cette espece, & nul corps ne devient Feu.

Si on entend par *combuſtible*, ce qui prend la forme de feu, ce qui s'embraſe, il eſt clair que rien ne pouvant prendre cette forme que le Feu lui-même, le *pabulum Ignis*, le corps qui s'embraſe, n'eſt autre choſe qu'un corps qui contient la matiére ignée dans ſes pores; & de quelque façon qu'on s'y prenne, il n'y a que le mouvement qui puiſſe décéler cette matiére ignée.

Ce que c'eſt que le *pabulum Ignis*.

Mais quelles parties des corps contiennent le feu? Les moindres opérations chimiques nous apprennent que les Sels, les Flégmes, la Tête-morte ne s'enflamment point, la ſeule matiére inflammable qu'on retire des corps, eſt ce qu'on appelle l'*Huile* ou le *Soufre*. Ainſi les corps ne ſont donc l'aliment du Feu, qu'à proportion qu'ils contiennent de ce Soufre, de cette Huile.

Mais qu'eſt-ce que ce Soufre lui-même? C'eſt un principe en Chimie; mais ce principe n'eſt phyſiquement qu'un mixte, dans lequel il entre encore de l'eau, de la terre, de l'air & du feu; or ce n'eſt ni par l'eau, ni par l'air, ni par la terre qu'il eſt inflammable, ce n'eſt donc que par le feu élémentaire qu'il contient; auſſi l'infatigable Homberg diſoit que ce qu'on appelle le *Soufre principe*, n'eſt autre choſe que le feu lui-même; tout ſe réduit toûjours ici à ce feu élémentaire, lequel s'échappe des Mixtes, & dont la quantité & le mouvement font la force.

Or pour que ce feu élémentaire embraſe les mixtes, & continuë à les embraſer, on demande ſi l'Air eſt néceſſaire.

Quand & comment l'air eſt néceſſaire au feu.

On ſçait que nous ne pouvons guére ni produire ni conſerver notre feu factice ſans Air, ni même avec le même Air, il nous faut toûjours un Air renouvellé; de ſorte que le Feu, ainſi que les Animaux, meurent ſouvent dans la Machine Pneumatique en très-peu de temps, ſi le récipient eſt vuide, & ſi le récipient eſt plein du même Air.

J'ai eu la curioſité d'entaſſer 4 livres de charbons noirs dans une boîte de tole, que je fermai très-bien, cette boîte étoit haute de cinq pouces, large d'un pied & longue d'environ deux pieds, je la fis rougir de tous côtés au feu le

plus violent, pendant une heure & demie; au bout de ce temps, le tout pesoit 4 onces de moins, les charbons étoient très-chauds, pas un n'étoit allumé, & plusieurs s'embrasérent dès qu'ils reçurent l'action de l'air extérieur.

Mais il y a souvent en Physique expérience contre expérience; du fer enfermé dans cette même boîte s'embrase & rougit très-bien.

Si un métal très-chaud se refroidit dans l'air, pareil volume de même métal se refroidit dans le vuide en temps égal.

Suivant l'expérience exacte rapportée dans les *Additamenta Experimentis Florentinis,* le Soufre avec le Salpêtre sur un fer ardent, y jette des flammes, la Poudre à canon s'y est enflammée quelquefois aux rayons réunis du Soleil, &c. la difficulté est donc de sçavoir quand l'air est nécessaire au feu, & quand il ne l'est pas.

Il faut, je crois, partir toûjours de ce principe, que le Feu agit par son mouvement & par sa masse, & qu'il agit autant qu'on lui résiste.

Sur ce principe, la Poudre à canon ne s'enflammera que difficilement dans le vuide, ne fera point d'explosion, parce qu'elle manquera d'air qui la repousse.

Ainsi, je concevrai le Feu agissant dans l'Air & dans le Vuide, comme un ressort quelconque qui pousse un corps dur, & qui se perd dans un corps mou.

Que l'on allume un feu de bois d'un pied quarré, ce feu agira continuellement contre un poids d'environ 2000 livres d'air, c'est-à-dire, contre un ressort qui a la force de 2000 livres; ce ressort se déploye à chaque instant, & augmente ainsi le mouvement du feu, & par conséquent sa force: si le ressort de l'air qui presse sur un feu allumé, s'épuisoit par sa dilatation, le feu contre lequel il n'agiroit plus, s'éteindroit; si l'on pompe l'air, le feu s'éteint encore plus vîte. L'air fait donc uniquement l'office d'un soufflet qui est nécessaire à un feu médiocre.

C'est la seule raison pour laquelle, toutes choses égales,

la chaleur au haut & au bas d'une Montagne, eſt en raiſon réciproque de la hauteur de la Montagne.

Plus la Montagne eſt haute, plus ſon ſommet eſt froid, parce que la maſſe des particules de feu émanées du Soleil, eſt preſſée par beaucoup moins d'air au haut de cette Montagne qu'au pied, ce Feu manque d'un ſoufflet aſſés fort.

Mais le Feu agit par ſa maſſe auſſi-bien que par ſon mouvement, le ſoufflet ne fait rien à ſa maſſe : ſi donc cette maſſe eſt aſſés grande pour ſe paſſer du mouvement du ſoufflet ; en ce cas, il peut très-bien ſubſiſter ſans air. Voilà pourquoi une boîte de fer rouge conſerve ſa chaleur auſſi long-temps dans le vuide que dans l'air.

Auſſi, quand le mouvement eſt aſſés grand indépendamment de la maſſe, le ſoufflet eſt encore inutile, le feu ſubſiſte, la matiére s'enflamme ſans air.

Du Soufre entouré de Salpêtre, s'enflamme dans le vuide, parce que la réaction du Salpêtre tient lieu de la réaction de l'air.

Il eſt à croire que les Verres ardents brûleront dans le vuide, comme dans l'air, pourvû qu'ils puiſſent tranſmettre une aſſés grande quantité de rayons ; ils ne feront pas les mêmes exploſions dans le récipient, que dans l'air *libre ;* mais ils conſumeront, ils enflammeront auſſi-bien tous les corps, car la maſſe du feu ſuppléera au mouvement nouveau que l'air réagiſſant lui donneroit.

Mais pourquoi, dira-t-on, ces charbons enfermés dans votre boîte de fer, ne ſont-ils point enflammés par l'action du feu?

J'oſe croire que c'eſt uniquement par ce même principe, parce que la maſſe du feu qui les choquoit, n'étoit point aſſés puiſſante ; il falloit que la quantité de feu vainquît la quantité de réſiſtance de l'atmoſphere de ces charbons : cette atmoſphere eſt très-denſe & très-ſenſible, tous les corps en ont une, mais celle du charbon eſt beaucoup plus épaiſſe, elle augmente à meſure qu'ils ſont échauffés, elle les défend contre l'action de ce feu qui n'eſt que médiocre. Je ſuis

très-persuadé que si on avoit jetté ma boîte de fer dans un feu plus violent, qui eût pu la fondre, ces charbons se seroient embrasés dans leur boîte sans le secours de l'air extérieur.

Il paroît donc qu'il ne s'agit dans tout ceci, que du plus & du moins: dans tous les cas possibles, on peut donc admettre cette regle, qu'*un petit feu a besoin d'air, & qu'un grand feu n'en a nul besoin.*

Il n'y a pas d'apparence que le feu du Soleil subsiste par le secours d'aucune matiére environnante, semblable à l'air; car cette matiére étant dilatée en tout sens, par ce feu prodigieux d'un Globe un million de fois plus gros que le nôtre, perdroit bientôt tout son ressort & toute sa force.

ARTICLE SIXIE'ME.

Comment le Feu s'éteint.

Nous avons déja été obligés de prévenir cet article en parlant de l'aliment du Feu *(article précédent)* car il étoit impossible de traiter de ce qui le nourrit, sans supposer ce qui l'éteint.

On dit d'ordinaire que le Feu est éteint, & le vulgaire croit qu'il cesse de subsister quand on cesse de le voir & de le sentir; cependant la même quantité de feu subsiste toûjours: ce qui s'est exhalé d'une forêt embrasée, s'est répandu dans l'air & dans les corps circonvoisins, il ne se perd pas un atome de feu, il en reste toûjours beaucoup dans les corps dont on fait cesser l'embrasement.

Ce que l'on doit entendre par l'extinction du Feu, n'est autre chose que la matiére embrasée, réduite à ne contenir que la quantité de masse & de mouvement de feu proportionnelle à la quantité de matiére qui reste.

Un métal en fusion, par exemple, ne contient plus, quand il est refroidi, qu'une masse de feu déterminée, dont l'action est surmontée par la masse du métal; & il s'est exhalé la masse de feu étrangere, dont l'action avoit surmonté la résistance de ce métal.

Si ce métal ne s'eſt enflammé que par le mouvement, comme l'eſſieu d'un Carroſſe, il n'a point acquis de feu étranger, mais la maſſe de feu contenuë dans ſa ſubſtance, a acquis un mouvement nouveau; & la vîteſſe multipliée par cette même maſſe de feu, ayant échauffé le corps, la ceſſation de ce mouvement étranger le refroidit.

Pour éteindre un Feu quelconque, il faut donc diminuer ſa maſſe ou ſon mouvement.

L'air inceſſamment renouvellé, ſervant de ſoufflet pour entretenir tout feu médiocre, l'abſence de cet air ſuffit pour que le feu s'éteigne.

L'eau jettée ſur le Feu l'éteint, pour deux raiſons. Premiérement, parce qu'elle touche la matiére embraſée, & ſe met entre l'air & elle. Secondement, parce qu'elle contient bien moins de feu que le corps embraſé qu'elle touche.

L'Huile, au contraire, contenant beaucoup de feu, augmente l'embraſement au lieu de l'éteindre.

Comme l'extinction du Feu dépend toûjours de la quantité de la force de cet élément, & de la force qu'on lui oppoſe, un charbon ardent, un fer ardent même, s'éteignent dans l'Huile la plus bouillante comme dans l'eau froide.

La raiſon en eſt, que ces petites maſſes de Feu n'ont pas la force de ſéparer le flegme de l'Huile; & que cette Huile bouillante n'ayant qu'une chaleur déterminée, qui la rend froide, par comparaiſon au fer ardent, elle le refroidit en le touchant, en appliquant à ſa ſurface des parties froides qui diminuent le mouvement du feu qui pénétroit ce fer ardent.

Le même fer embraſé, s'éteindra dans l'alcohol le plus pur, quoique cet alcohol ſoit empreint de Feu; & cela préciſément par la même raiſon qu'il s'éteint dans l'Huile: Mais pour que du fer embraſé s'éteigne dans de l'alcohol, il faut que ce fer ne jette point de flamme; car s'il en jette, cette flamme touchera l'alcohol avant que le fer ſoit plongé, & alors la liqueur s'enflammera.

La

La raiſon en eſt, que les vapeurs legéres de l'alcohol, ſont aiſément diviſées par les parties fines de la flamme; mais le feu du fer ardent tout chargé des groſſes molécules de fer, entre bruſquement dans cet Eſprit de Vin dont la partie aqueuſe le touche en tous ſes points, & refroidit tout ce qu'elle touche.

Un charbon ardent, & tout feu médiocre, s'éteint plus vîte aux rayons du Soleil & dans un air chaud, que dans un air froid, par la raiſon ci-deſſus alléguée, que l'air eſt un ſoufflet néceſſaire à tout feu médiocre; & que ce charbon eſt plus preſſé d'un air froid moins dilaté, que d'un air chaud moins dilaté.

Un flambeau s'éteint dans l'air non renouvellé, par la même raiſon, & parce que la fumée retombant ſur la flamme, s'y applique, & rallentit le mouvement du feu.

Un flambeau s'éteint dans la Machine du Vuide, parce que l'air n'y a plus aucune force qui puiſſe faire monter la Cire dans la meche en preſſant ſur elle.

Ce qu'on auroit encore à dire ſur cette matiére, ſe trouve en partie à l'article précédent, & l'on craint d'abuſer de la patience des Juges.

FIN de la ſeconde & derniére Piece.



L'ACADÉMIE n'a pas cru devoir permettre qu'il fût fait aucun changement dans les Piéces qui lui ont été envoyées pour les Prix, & qu'elle a jugées dignes de voir le jour; elle s'est prescrite la loy de les faire imprimer précisément telles qu'elle les a reçûës. Mais elle ne peut qu'approuver que les Auteurs fassent paroître séparément des changements qui peuvent contribuer à en éclaircir, ou à en rectifier certains endroits. Voici ceux que l'Auteur de la Piéce N.° 6, desire qui soient faits dans cette Piéce.

Page 85, ligne 4, les prises, *lisés,* aux prises.

Page 86, ligne 23, nous brûle à la même distance, *lisés* nous brûle presque à la même distance.

Page 87, ligne 16, d'échauffer & de raréfier, *lis.* de raréfier. *Ligne 24,* au dessus de l'atmosphere, *lis.* dans l'atmosphere.

Page 88, ligne 29, pour exciter la lumiére, *lis.* pour exciter la chaleur.

Page 90, ligne 24, à 212 degrés environ, *adjoûtés,* du Thermometre de Mercure de Fahenrheit.

Page 91, ligne 7, sont, *lis.* soient.

Page 93, ligne 10, toute fluidité, & peut-être toute élasticité, toute électricité, vient de lui, *lis.* la fluidité, & peut-être aussi l'électricité vient de lui. *Ligne 23,* n'en est pas moins, *lis.* n'en paroît pas moins être.

Page 97, ligne 11, qui distinguent la matiére de l'espace pur, *lis.* qui distinguent la matiére.

Page 99, ligne 22, les parties, *lis.* ses parties.

Page 100, lignes 5 & 6, que l'impénétrabilité du feu est bien loin d'être démontrée, *lis.* que l'impénétrabilité du feu n'est pas encore démontrée. *Ibid. Art. 6, note marginale,* les Philosophes sont partagés sur cette matiére, *lis.* les Philosophes sont partagés sur la pesanteur du Feu.

Page 103, ligne 16, corne de Fer, *lisés* corne de Cerf.

Page 105, ligne 3 de la note, & comme on le croiroit encore, sans la façon admirable dont M. de Mairan a prouvé le contraire, *lis.* & comme une grande partie du monde sçavant le croit encore, malgré la façon admirable dont M. de Mairan a établi le contraire dans son Mémoire de 1728.

Page 106, n.° 13.°, ligne 15, après ces mots, dans le calcul précédent, *adjoûtés,* je n'avois pas connoissance, quand je fis cet ouvrage, des Observations de M. Bradley, qui prouvent que la vîtesse de la lumiére de toutes les Etoiles fixes, est la même que celle que M. Roëmer a trouvée à la lumiére que les Satellites de Jupiter nous renvoyent; ainsi cette question est décidée, la lumiére ne perd point de sa vîtesse par la réflexion. *Ligne 28,* 3 livres, *lis.* 3 dragmes.

Page 110, ligne 16, que toutes les parties du feu, *lis.* que les parties du feu. *Ligne 19,* aussi, *lis.* ainsi.

Page 112, ligne 2, dans les corps, *lis.* dans les corps & dans les espaces. *Ligne 11,* le Vuide & l'Or, *lis.* le Vuide de Boyle, & l'Or.

Page 113, ligne 7, de tous les liquides, *lis.* de tous les fluides. *Ligne 22,* sont aisément, *lis.* sont plus aisément.

Page 114, ligne 27, pour une eſpece quelconque, *liſés,* pour un eſpace quelconque. *Ligne 30,* de la raſſembler, *liſ.* de le raſſembler.

Page 118, n.° 14.°, ligne 14, que le Feu enfin eſt un être d'une nature mitoyenne, qu'il n'eſt ni eſprit, ni matiére, ni eſpace, *liſ.* que le Feu enfin pourroit bien être un être d'une nature mitoyenne, qu'il n'eſt point impoſſible qu'il ne ſoit ni eſprit, ni matiére, ni eſpace.

Page 120, ligne 32, vers leur centre commun, *liſ.* l'un vers l'autre. *Ligne 35,* ſur eux, *liſ.* ſur elles.

Page 125, ligne 26, de celle du Sable, des rayons de la Lune, & de tous les autres corps, *liſ.* de celle du Sable, & des autres corps, & de celle que les rayons de la Lune opérent peut-être. *Ligne 35,* que cette expenſion, *liſ.* que cette expanſion.

Page 127, lign. 6 & 7, expenſion, *liſ.* expanſion.

Page 134, ligne 8, s'échauffent par le frottement, *liſ.* s'échauffent, c'eſt-à-dire, par le frottement.

Page 142, ligne 21, peut-être eſt-ce cet atmoſphere, *liſ.* peut-être eſt-ce auſſi cet atmoſphere.

Page 144, ligne 20, 16 fois moins de rayons, *liſ.* 12 fois moins de rayons.

Page 147, ligne 15, & que c'eſt, *liſ.* & c'eſt.

Page 148, ligne 26, le Feu eſt un être à part, *liſ.* le Feu paroît être un être à part.

Page 149, ligne 24, dans un objet, *liſ.* dans un effet.

Page 152, ligne 10, le ſecond, lorſque les corps ſe refroidiſſent réellement, & que le feu s'envole d'entre leurs parties, *liſ.* le ſecond eſt celui des corps qui ſe refroidiſſent réellement, & dont le feu s'envole d'entre leurs parties.

Page 153, ligne 31, il gele quelquefois, *liſ.* il dégele quelquefois.

Page 155, ligne 22, les parties frigérifiques, *liſ.* les parties frigorifiques. *Ligne 31,* frigérifiques, *liſ.* frigorifiques.

Page 156, ligne 20, pour la réduire en glace, *liſ.* pour la changer en glace. *Ligne 25,* ces interſtices, *liſ.* ſes interſtices. *Ligne 36,* frigérifiques, *liſ.* frigorifiques. *Ibid. 1.ere note marginale,* frigérifiques, *liſ.* frigorifiques.

Page 158, ligne 20, parties frigérifiques; *liſ.* parties frigorifiques.

Page 159, lign. 4 & 5. Donc ce n'eſt pas ſeulement parce que le vent s'applique ſucceſſivement aux corps, ni parce qu'il apporte des particules de glace, qu'il les refroidit, *liſ.* Donc ce n'eſt pas ſeulement parce que le vent s'applique ſucceſſivement aux corps, qu'il les refroidit. *Ligne 18,* frigérifiques, *liſ.* frigorifiques.

Page 160, ligne 12, ſoient, *liſ.* ſont.

Page 161, note marginale, il ne peut avoir d'atmoſphere, *adjoûtés,* ſemblable au nôtre.

Page 164, ligne 14, Queſtion II. *liſ.* Queſtion XI.

Pag. 166 & 167, lign. 36 & 1.ere, à meſure qu'on approche du centre de la terre, car alors on en eſt plus près; & de plus, puiſque, &c. *liſ.* à meſure qu'on approche du centre de la terre; car, puiſque, &c.

Page 167, ligne 13, à meſure qu'il approche, *liſ.* à meſure qu'on approche. *Ibid. 3.e note marginale,* c'eſt un effet du Créateur, *liſés,* c'eſt un effet de la providence du Créateur.

Page 168, ligne 5, & la matiére des Cometes, *liſ.* de plus la matiére des Cometes. *Ligne 15,* dans les globes, *liſ.* dans ces globes.

PIECES
SUR LE
FLUX ET REFLUX
DE LA MER.

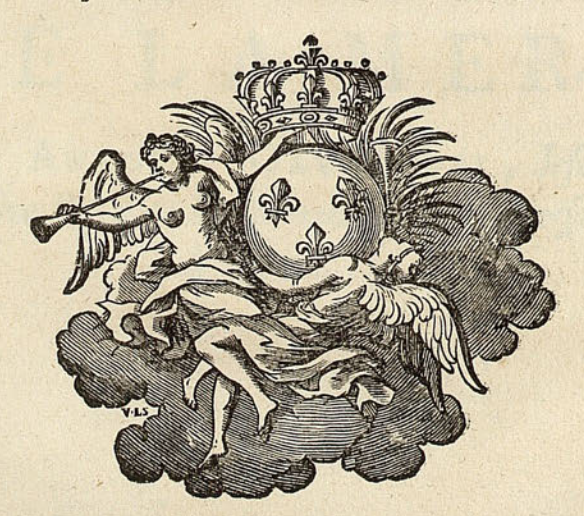
Prix de 1740.



PIECES
QUI ONT REMPORTÉ
LE PRIX
DE L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES,
EN M. DCC. XL.

Sur le Flux & Reflux de la Mer.

Selon la fondation faite par feu M. ROUILLÉ DE MESLAY, ancien Conseiller au Parlement.





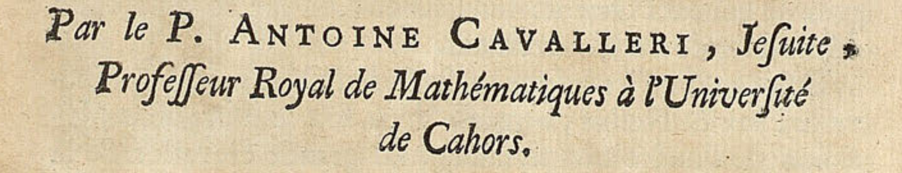
A PARIS, rue Saint Jacques.

Chez G. MARTIN, J. B. COIGNARD, & les Freres GUERIN, Libraires.

M. DCC. XLI.



DISSERTATION
SUR
LA CAUSE PHYSIQUE
DU FLUX
ET
DU REFLUX
DE LA MER.



Par le P. Antoine Cavalleri, *Jesuite,*
Professeur Royal de Mathématiques à l'Université
de Cahors.

ON fait voir dans cette Dissertation, que trois Causes concourent au Flux & Reflux de la Mer.

PREMIEREMENT, *Le Mouvement annuel de la Terre autour du Soleil.*

Il fait que sous le Soleil les eaux de la Mer se portent vers cet Astre, & à l'autre Hemisphere vers le point du Ciel diametralement opposé.

SECONDEMENT, *L'Effort central du Tourbillon terrestre.*

Il est moindre au Diametre où est la Lune, que dans le reste du Tourbillon; ce qui fait, que sous la Lune, les eaux de la Mer se portent vers cet Astre, & à l'autre Hemisphere vers le point du Ciel diametralement opposé.

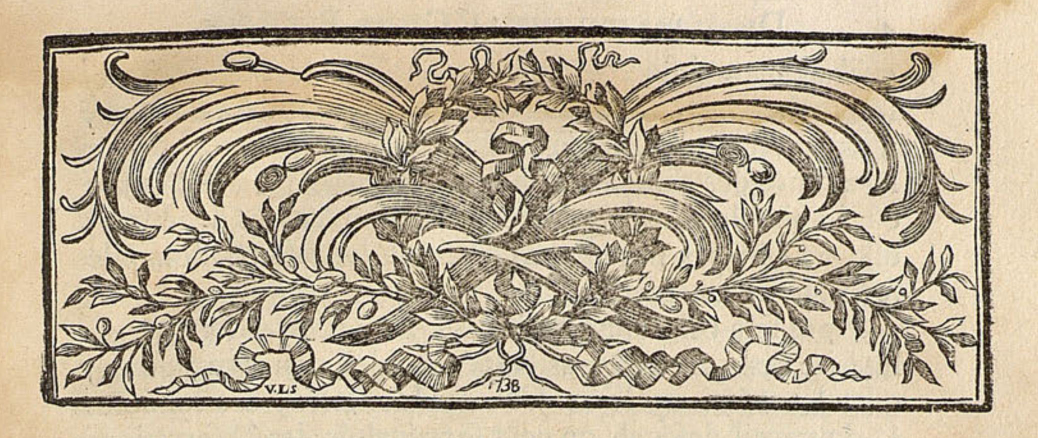
TROISIE'MEMENT, *Le Mouvement journalier de la Terre autour de son Axe.*

Il donne à la Mer des forces centrifuges, qui facilitent l'effet des autres Causes, qui la font monter.

Il fait qu'en montant vers le Soleil & vers la Lune, & vers les points du Ciel diametralement opposés, la Mer se meut de l'Occident à l'Orient; & qu'ainsi sa plus grande élevation ne se fait pas à l'endroit où les Causes, qui la font monter, auroient seules leur plus grand effet, mais à 45 Dégrés de là vers l'Orient: les heures du Flux & du Reflux dépendent de ce Mouvement.

Il fait aussi qu'à quelque endroit de l'Océan qu'on observe le Flux & Reflux, on passe deux fois le jour par le Méridien de l'endroit où se fait la plus grande élevation de la Mer, & que deux fois le jour on s'en éloigne de 90 Dégrés; ce qui donne chaque jour deux fois le Flux, & deux fois le Reflux, dont il s'agit.

HINC DEPRIMOR, ERIGOR ILLINC.



DISSERTATION SUR LA CAUSE PHYSIQUE DU FLUX ET DU REFLUX DE LA MER.



ANS les Mers vastes & profondes, on voit l'Océan monter deux fois le jour, & descendre deux fois alternativement: les eaux paroissent s'élever durant environ six heures, & s'étendre sur les Rivages, c'est ce qu'on nomme le Flux: on les voit après descendre durant autant de tems, & rentrer dans l'Océan, c'est ce qu'on nomme le Reflux: ce qui contraint ces Flots de s'éloigner d'abord du centre de la Terre, & ce qui les reduit après à s'en rapprocher, c'est ce qu'on nomme la Cause Physique du Flux & Reflux de la Mer.

Ce Phénomene est célébre chez les Physiciens, parce qu'il n'est pas moins difficile d'en découvrir les Causes,

qu'il eſt naturel de vouloir les connoître : les obſervations, les recherches, les découvertes qu'on a fait ſur ce ſujet, n'ont preſque abouti qu'à multiplier les opinions, à ſerrer les nœuds des difficultés, à faire dire enfin que ſi la Nature eſt admirable dans la grandeur des mouvemens des Flots, elle ne l'eſt pas moins dans le ſecret des reſſorts dont elle ſe ſert pour les élever.

Nous ſera-t-il donné de les découvrir ces reſſorts, & de les faire connoître ? Nous l'eſpérons de l'avantage qu'on a, quand on écrit après de Grands-Hommes, des lumieres & du travail deſquels on peut ſe prévaloir : les obſervations des gens les plus expérimentés, les découvertes exactement reconnuës, les regles des Méchaniques univerſellement reçûës, ce ſont les moyens dont nous allons nous ſervir pour faire voir quelle eſt la Cauſe Phyſique du Flux & Reflux de la Mer. C'eſt le ſujet de cette Diſſertation.

Le Soleil & la Lune paroiſſent contribuer au Flux & Reflux de la Mer.

D'abord avec les (*a*) Anciens & les (*b*) Modernes, nous tenons pour certain, que les mouvemens du Flux & Reflux de la Mer ne ſont pas tout-à-fait independans de la ſituation où ſe trouvent le Soleil & la Lune reſpectivement à l'Océan. On le conclut des obſervations les plus connuës : il eſt à propos d'en rappeller ici le précis, & de ne pas enſuite les perdre de vûë ; elles ſont toute la difficulté du ſujet propoſé.

Dans toute la Côte Orientale de la Mer Atlantique, & de la Mer d'Ethiopie, entre la France & le Cap de Bonne-Eſpérance ; & dans la Mer Pacifique, aux rivages du Chili & du Pérou ; par-tout où le mouvement des eaux n'eſt pas retardé par des Iſles, des Caps, des Détroits ou par d'autres ſemblables obſtacles, on obſerve à la Marée trois Périodes, & dans chacune de ces Périodes une varieté reguliere de circonſtances, qui demandent quelque attention.

Les trois Périodes du Flux & Reflux de la Mer.

Premierement, Comme la Lune paroît employer 24 heures & environ 49 minutes à faire autour de la Terre ſa

(*a*) *Plin. l. 2. c. 97. Cauſa in Sole Lunâque.*
(*b*) *Newt. Princip. l. 3. Prop. 24. Ab actionibus Solis ac Lunæ oriri.*

revolution journaliere, & que dans ce tems elle arrive deux fois au Méridien, & deux fois à l'Horison; ainsi la Marée employe 24 heures & environ 49 minutes à sa Période journaliere, & dans ce tems on voit arriver deux fois le Flux de la Mer, & deux fois le Reflux.

Secondement, Comme la Lune dans sa revolution de chaque mois passe deux fois aux Syzygies, & se trouve deux fois en quadrature avec le Soleil; ainsi les Marées deux fois à chaque Lunaison sont plus grandes, c'est quand la Lune est arrivée à environ 18 $\frac{1}{2}$ dégrés au-delà des Syzygies, en suivant l'ordre des Signes, & deux fois ordinairement elles sont plus petites, c'est quand la Lune est à environ 18 $\frac{1}{2}$ dégrés au-delà des quadratures; voilà la Période de chaque mois.

Troisiémement, Enfin comme la Lune fait avec la Terre sa revolution annuelle autour du Soleil, aussi la Marée dans sa Période annuelle paroît suivre les divers rapports, qu'a l'Océan avec la Lune & le Soleil: car aux Equinoxes les Marées d'environ les Nouvelles & les Pleines Lunes sont plus grandes, & celles des Quartiers sont moindres qu'aux autres Lunaisons; au contraire, au tems des Solstices, les Marées d'environ les Nouvelles & les Pleines Lunes ne sont pas si grandes qu'aux autres Lunaisons, au lieu que les Marées d'environ les Quartiers, sont alors plus grandes qu'aux autres Lunaisons.

Circonstances de la Période de chaque jour.

On observe de plus que chaque jour : *Premierement*, après le Flux & après le Reflux, la Mer est quelques minutes de tems, sans paroître ni monter, ni descendre.

Secondement, La haute Mer arrive aux Rades orientales, plûtôt qu'aux Rades plus occidentales.

Troisiémement, Entre les deux Tropiques, la Mer paroît aller de l'Est à l'Oüest; ce qui surnage à la merci des flots, indique ce mouvement, sur tout au Détroit de Magellan; & si d'ailleurs tout est égal, la Navigation vers l'Occident est fort prompte, & le retour long & difficile.

Quatriémement, Dans les Zones tempérées, au tems du

Flux, les flots de l'Océan vont de l'Equateur vers les Poles, & dans ce cours, ils s'élevent toujours d'un mouvement dont la viteſſe décroît juſqu'à la haute Mer. Enſuite au tems du Reflux, ils reviennent vers l'Equateur & deſcendent d'un mouvement acceleré juſqu'au tems de la baſſe Mer.

Cinquiémement, Enfin dans la Zone torride, à moins d'obſtacle qui retarde la propagation du mouvement des eaux, la haute Mer arrive au même tems aux Plages, qui ſont ſous le même Méridien; au lieu que dans les Zones tempérées, elle arrive plûtôt à une moindre latitude, qu'à une plus grande, & le Flux de la Mer n'eſt pas ſenſible au-delà du 65e dégré de latitude.

Circonſtances de la Période de chaque mois.

On obſerve auſſi que chaque mois : *Premierement*, tandis que la Lune, après les Quadratures, approche des Syzygies, les Marées vont en croiſſant; au contraire, quand après les Syzygies, la Lune approche des Quadratures, les Marées vont en diminuant.

Secondement, Quand la Lune eſt aux Syzygies ou aux Quadratures, la haute Mer arrive à la troiſiéme heure lunaire, c'eſt-à-dire environ trois heures après que la Lune a été au Méridien, de ſorte que l'endroit qui eſt ſous la Lune, eſt d'environ 45 dégrés plus occidental que celui où ſe fait la plus grande élevation des eaux: mais quand la Lune ſe trouve entre les Syzygies & les Quadratures, la haute Mer arrive plus près du tems des trois heures lunaires, que de celui des trois heures ſolaires; & ſi la Lune va des Syzygies aux Quadratures, le tems des trois heures ſolaires précedant les trois heures lunaires, le tems de la haute Mer les précede auſſi; au lieu que ſi la Lune va des Quadratures aux Syzygies, le tems des trois heures lunaires précede la haute Mer, d'autant qu'il en avoit été précedé auparavant; & jamais cet intervalle n'eſt ſi grand, que quand la Lune eſt un peu au-delà des 45 dégrés d'après les Syzygies & d'après les Quadratures. Ces Obſervations ſe font en pleine Mer, dit M. (*a*) Newton; car aux embouchures des Fleuves, ſi

(*a*) *Princip.* l. 3. c. 24.

d'ailleurs tout eſt égal, le fort du Flux arrive plus tard.

Troiſiémement, La haute Mer n'arrive pas plus tard aux Plages ſeptentrionales, quand la Lune eſt dans l'Hemiſphere auſtral, que quand elle eſt dans l'Hemiſphere ſeptentrional.

Circonſtances de la Période de chaque année.

On obſerve enfin, que chaque année, ſi d'ailleurs tout eſt égal, premierement, les Marées des Solſtices d'Hyver ſont plus grandes que celles des Solſtices d'Eté.

Secondement, Les Marées ſont plus grandes, quand la Lune eſt plus près de la Terre; elles le ſont auſſi, quand elle eſt plus près de l'Equateur, & jamais elles ne ſont ſi grandes, que quand la Lune eſt en ſon perigée à l'Equateur en conjonction ou en oppoſition avec le Soleil.

Troiſiémement, Dans les contrées ſeptentrionales, les Marées des Nouvelles & des Pleines Lunes, ſont en Eté plus grandes le ſoir que le matin; & en Hyver, elles ſont plus grandes le matin que le ſoir.

Voilà les principales circonſtances du Phénomene, dont nous entreprenons de faire connoître la Cauſe. Cette varieté des mouvemens des flots ſuivroit-elle ſi regulierement la varieté des ſituations du Soleil & de la Lune, s'il étoit vrai que l'aſpect de ces deux Aſtres ne fît rien au Flux & au Reflux de la Mer?

Examinons donc premierement, comment le Soleil & la Lune peuvent occaſionner ces plus grands & ces moindres mouvemens des flots; nous verrons après ſi tout ce qu'on obſerve au Flux & au Reflux de la Mer, ne doit pas venir de la cauſe, que nous en aurons aſſignée; c'eſt le plan que nous ſuivrons dans cette Diſſertation.

Il n'eſt pas probable que le Soleil & la Lune ſoient dans le vuide, & que par des qualités attractives, ils agitent les eaux de la Mer.

On convient aſſez aujourd'hui que l'Aſtronomie & la Phyſique concourent à prouver que la Lune fait d'un mouvement réel autour de la Terre ſa revolution périodique en 27 jours 7 heures 43 minutes; & que la Terre fait en 23 heures 56 minutes ſa revolution autour de ſon axe, & en 365 jours 6 heures 9 minutes & 30 ſecondes ſa revolution autour du Soleil. Galilée jugea que le Flux & le Reflux de

la Mer ſont une preuve de ce double mouvement de la Terre ; on pourra le conclure auſſi de cette Diſſertation, quoique nous ayons de la Cauſe du Flux & Reflux d'autres idées que les ſiennes.

Mais il ne paroît pas, que tout ce que quelques Phyſiciens ont dit, pour établir un vuide immenſe dans les Cieux, ramene les eſprits à ces qualités attractives, dont on s'étoit déſabuſé, & dont ils ſemblent vouloir accréditer la force, en lui attribuant les mouvemens de la Terre & des Aſtres, & ceux du Flux & du Reflux de la Mer.

Que n'a pas fait M. Newton pour préſerver ſes Lecteurs de lui imputer qu'il fût imbu de ces ſortes d'idées ? On peut voir ce qu'il en dit à l'occaſion de la huitiéme des définitions qu'il a miſes au commencement de ſes principes ; il s'en explique ſur-tout au commencement & à la fin de la Section onziéme du Liv. I. « Il juge qu'à parler en Phyſi- » cien, ce qu'il nomme attraction, pourroit avec plus de » raiſon, s'appeller impulſion ; mais il écrit, dit-il, non en » Phyſicien, mais en Mathématicien..... Il prend en gé- » néral le mot d'attraction, pour tout effort que des corps » font, pour s'approcher les uns les autres, ſoit que cet ef- » fort vienne, ou de l'Ether, ou de l'Air, ou d'un Milieu » quelconque corporel ou non, qui pouſſeroit les uns vers » les autres tous les corps, qui nageroient dans ce Milieu.

A ſuivre ce qu'alleguent les Défenſeurs de ce grand vuide, ne diroit-on pas que les Aſtres ſe font appercevoir, ſans qu'il y ait entre eux & nous des corps, dont le mouvement ſoit auſſi rapide qu'il le paroît par la fameuſe Obſervation de M. Roëmer ſur les Eclipſes des Satellites de Jupiter? On n'apperçoit, dit-on, que des Aſtres dans la vaſte étenduë des Cieux, & tout Fluide qui les pénétreroit, & qui les environneroit, empêcheroit leur mouvement. Apperçoit-on la lumiere autrement que par ſes effets ? La verroit-on, ſi elle ne faiſoit voir les objets, qui l'envoyent à nos yeux ? Un corps tranſparent doit-il être plus difficile à mouvoir, quand il eſt pénétré de lumiere, que quand il ne l'eſt pas ?

pas? Et croit-on, qu'un mobile doive trouver plus de resistance dans un Milieu, que tous les Astres éclairent, qu'il n'en trouveroit, s'ils ne l'éclairoient pas? Quelque spécieux que soient les argumens qu'on prend de l'excentricité des mouvemens des Cométes, les sçavans Ecrits de divers Physiciens ont assez fait voir, que ce qu'on en peut conclure ne prouve pas ce grand vuide : l'acceleration des mouvemens des Astres, leur retardement & les changemens de leurs directions y seroient des effets sans cause, ou bien ils n'auroient pour cause, que des qualités abstraites, qu'on ne concevra jamais.

Faisons-nous de ce vaste Univers une idée qui réponde à l'infinie perfection de l'Etre suprême, qui l'a créé; en étalant à nos yeux ces admirables mouvemens des Corps célestes, il nous invite à en chercher les ressorts, & à tâcher d'en acquérir une connoissance, qui perfectionne celle, que nous avons de sa Toute-Puissance & de sa Sagesse; c'est à quoi les qualités attractives ne serviroient pas : ne leur attribuons donc pas les mouvemens des Astres, & ceux du Flux & du Reflux de la Mer.

Un Fluide qu'on n'apperçoit pas, se meut autour du Soleil, & un semblable Fluide se meut autour de la Terre.

Concevons donc qu'au gré du Souverain Arbitre des mouvemens, un Fluide que nous n'appercevons pas, mais dont nous voyons les effets, donne à la Terre & à la Lune cette varieté de directions & de vitesses, qu'on observe dans leur revolution annuelle autour du Soleil. L'étenduë indéfinie de cette matiere, son extrême fluidité, sa mobilité, sa grande force, la simplicité des loix, qui reglent ses mouvemens, les effets qui en résultent; tout y est digne de celui qui lui donna l'être, lorsqu'au commencement il créa les Cieux.

Concevons aussi, qu'un semblable Fluide agité d'un mouvement particulier autour de la Terre, la fait tourner sur son axe, & fait décrire à la Lune une Ellipse sujette à tous ces changemens, que Tycho a si soigneusement observés: examinons les mouvemens & les efforts de ces Fluides, nous y trouverons une Cause nécessaire de la régularité &

des prétenduës irrégularités du Flux & du Reflux de la Mer.

La ſurface de la Mer eſt preſſée de toutes parts vers le centre de la Terre.

Par les Obſervations de Kepler, & de bien d'autres Aſtronomes, il eſt conſtant qu'un rayon qui joindroit le centre de la Lune à celui de ſon mouvement, décriroit autour de la Terre des Aires proportionnelles aux tems employés à les décrire. Cela démontre, que le Fluide qui lui donne ce mouvement, fait toujours un effort (*a*) central, dont la direction eſt vers la Terre, vers laquelle il preſſe néceſſairement toute la ſurface de la Mer.

En effet, ce mouvement de la Lune, avec celui de la Terre autour de ſon axe, la Direction que ſuivent les corps peſans en tombant, & celle des corps legers, qui s'élevent dans un milieu tranquille; tout cela n'indique-t-il pas, que ce Fluide forme un Tourbillon, dont le centre eſt aux environs de celui de la Terre? Or dans ces ſortes de Tourbillons, chaque (*b*) point de matiere tâche de s'écarter du centre du cercle, où il eſt; & cet effort eſt ſoutenu par la réaction de quelque ſurface concave, dont la reſiſtance donne lieu à la formation du Tourbillon: & parce que cet effort n'a d'action effective ſur cette ſurface, qu'autant que ſa direction (*c*) participe de la perpendiculaire, la réaction toujours contraire à l'action, ne peut être que perpendiculaire au Tourbillon, c'eſt-à-dire, qu'elle ne peut être dirigée, que vers le centre de la Terre, & c'eſt-là cet effort central, dont nous parlons: on conçoit, que ſi cet effort preſſe la ſurface de la Mer, & qu'il ſoit effectivement égal par tout, il maintiendra les flots au niveau; mais s'il eſt moindre ſous la Lune, que par tout ailleurs, ne donnera-t-il pas aux eaux de la Mer, une tendance vers cet Aſtre? Nous nous propoſons de montrer, que c'eſt de là ſur-tout, que vient le Flux & Reflux de la Mer.

Le mouvement annuel de la Terre donne aux eaux de la Mer une ten-

On ſçait auſſi par les obſervations des mêmes Aſtronomes, qu'un rayon, qui joindroit le centre de la Terre à

(*a*) *Nevv. Princip.* L. 1. *Prop.* 2.
(*b*) De Molier. Leç. 2. Prop. 2.
(*c*) De Molier. Leç. 2. Prop. 6.

celui de ſon mouvement annuel, décriroit autour du Soleil des aires proportionnelles aux tems employés à les décrire; cela prouve de même, que dans tout ce qui fait avec la Terre cette revolution, il y a comme un effort central, dont la direction eſt vers le Soleil, c'eſt-à-dire, que le mouvement annuel de la Terre autour du Soleil, donne aux eaux de la Mer une tendance vers cet Aſtre: cette impreſſion ſera plus ou moins efficace, à meſure que le Fluide, qui environne la Terre, pourra plus ou moins librement ſuivre la direction de cet effort, & de là dépendront certaines irrégularités du Flux & Reflux de la Mer.

dance vers le Soleil.

On voit déja, que par le double mouvement du Tourbillon de la Terre, chaque point de ce Tourbillon, & conſéquemment chaque goutte de l'eau de la Mer reçoit toujours une impulſion, dont la direction eſt composée d'une direction vers la Terre, & d'une direction vers le Soleil: il n'eſt pas beſoin de montrer ici, que ſur chacune de ces directions, cette impulſion a les propriétés qu'on attribue à l'attraction, & dont M. Newton & M. Keil croyent s'être aſſûrés par des expériences, qui exercerent la ſagacité qu'on leur connoît.

Divers rapports de l'effort du Fluide, qui pouſſe les eaux de la Mer vers le centre de la Terre.

On pourroit montrer, premierement, que, ſi d'ailleurs tout eſt égal, l'action de l'effort central eſt proportionnelle à la denſité du corps, qui ſe trouve au centre: car plus ce corps eſt denſe, plus il a des parties, dont l'union empêche que leur force centrifuge ne s'oppoſe efficacement à l'action de l'effort central, dont nous parlons; au lieu que, ſi ce corps étoit plus rare, il contiendroit d'autant plus de Fluide, dont la force centrifuge ne ſeroit pas arrêtée par la cauſe, qui retient unies les parties des corps durs; & cette force centrifuge diminueroit l'action oppoſée de l'effort central.

Secondement, Par la même raiſon, cet effort ſera proportionnel à la maſſe du corps, qui ſe trouve au centre; en ſorte que de deux corps inégaux, dont les denſités ſeroient égales, le plus grand ſera, qu'à diſtances égales du centre,

l'effort central du Fluide sera plus grand.

Troisiémement, Et par la même raison encore, si cet effort a action sur des mobiles, qu'il pousse vers le centre du Tourbillon, cette action sera proportionnelle aux produits des densités, & des masses des mobiles, qui seront ainsi poussés.

Quatriémement, On montreroit sur-tout, qu'aux divers points du Tourbillon, les forces centrales sont en raison inverse des quarrés des distances, qu'il y a de ces points au centre. M. l'Abbé (*a*) Villemot, & M. l'Abbé (*b*) de Moliere l'ont clairement démontré; l'on voit assez, qu'à chaque surface sphérique du Tourbillon, la somme des points est en raison directe des quarrés des distances du centre: or le Tourbillon ne sçauroit subsister, si l'effort central de chaque point n'étoit en raison inverse de la somme des points, qui sont à la même surface sphérique; sans cela l'effort total de chaque surface sphérique seroit-il égal à l'effort de toute autre surface semblable, & sans cette égalité, comment éviter le dérangement des parties, qui sont sous ces surfaces, c'est-à-dire, comment éviter la destruction du Tourbillon? Il est donc certain, que tandis que le Tourbillon sphérique subsiste, les forces centrales de ses divers points sont en raison inverse des quarrés des distances, qu'il y a de ces points au centre.

Cinquiémement, Et de-là suit ce qu'on dit encore de l'attraction, que si la Terre étoit par-tout d'une égale densité, les mobiles égaux, que son Globe renfermeroit, seroient poussés vers son centre, par des forces proportionnelles aux distances qu'il y auroit de ces mobiles au centre de la Terre; car, si dans le Globe terrestre l'on conçoit ces distances, comme des rayons de divers Globes concentriques, on vient de voir que d'une part (*num.* 2.) ces forces seroient proportionnelles aux masses de ces Globes, c'est-à-dire, proportionnelles aux cubes des distances du centre; & que d'ailleurs (*num.* 4.) elles seroient en raison inverse des quar

(*a*) Nouv. Explic. . . . Part. 1. Ch. 5. (*b*) Leç. 2. Prop. 10.

rés de ces mêmes distances. On pourroit donc les exprimer par des fractions, dont les numerateurs seroient les cubes des distances, & dont les dénominateurs seroient les quarrés des distances ; ces fractions seroient égales aux distances les forces exprimées par ces fractions seroient donc proportionnelles aux distances. Si dans quelques endroits de cette Dissertation, il paroît, que nous supposions ces divers rapports entre ces efforts, ce que nous en disons ici, suffira pour nous autoriser à les supposer.

La tendance, qu'ont les flots vers le Soleil, est en raison inverse des Cubes des distances, qu'il y a de la Terre au Soleil.

Quant à la tendance, que le mouvement annuel de la Terre donne aux flots de l'Océan vers le Soleil, si d'ailleurs tout est égal, ses forces sont en raison inverse des cubes des distances, qu'il y a de la Terre au Soleil. D'abord, si nous ne considérions ces flots, que comme faisant partie du Tourbillon du Soleil, & qu'il fallût comparer leur effort central avec celui de quelque mobile égal, qui n'eût de mouvement qu'autour du Soleil, nous trouverions (*pag.* 12 *num.* 4) que ces efforts seroient en raison inverse des quarrés des distances, qu'il y auroit de ces parties du Tourbillon au centre de leur mouvement : ensuite, si nous ne considérions ces flots, que comme des parties du Tourbillon de la Terre, & qu'il fallût comparer la force, qu'ils ont pour se porter vers le Soleil, avec celle, qui pousse vers cet astre quelqu'autre partie égale de ce même Tourbillon, nous verrions, que sous ce rapport, ces mobiles parcourant autour du Soleil la même orbite dans le même tems, leurs moyennes vitesses sont égales, & (*a*) qu'ainsi leurs forces centrales sont en raison inverse des distances, qu'il y a de ces mobiles au Soleil : mais ici nous devons les regarder, comme faisant partie, & du Tourbillon du Soleil, & de celui de la Terre ; il est donc manifeste, que les forces, que la Mer reçoit du mouvement annuel de la Terre, pour se porter vers le Soleil, sont en raison composée de la raison inverse des quarrés des distances, qu'il y a du Soleil à la Terre, & de la raison inverse de ces mêmes distances, c'est-à-dire,

(*a*) *Hugen, de vi Centr. Theor.* 2.

que ces forces dans leur moyenne grandeur, ſont en raiſon inverſe de cubes des diſtances, qu'il y a de la Terre au Soleil.

La force que le mouvement annuel donne aux flots de l'Océan, pour s'éloigner du centre de la Terre, eſt à la force, que leur donne l'effort central du Tourbillon de la Terre, pour s'en approcher comme 1. à 11868200.

Rapporterons-nous ce que diſent les Phyſiciens, pour montrer combien la tendance, que le mouvement annuel donne aux flots de l'Océan vers le Soleil, peut contribuer à la grandeur des Marées, c'eſt-à-dire, pour montrer par la décompoſition des forces de cette tendance, en quelle proportion elle agit contre l'effort, qui pouſſe les flots vers le centre de la Terre?

On ſçait aſſez, que quand un Mobile décrit divers Cercles, les forces qui l'empêchent de s'éloigner des centres, ſont en raiſon compoſée de la raiſon directe des quarrés, des viteſſes & de la raiſon inverſe des rayons des Cercles parcourus: Or dans les mouvemens uniformes, dont il s'agit, les tems périodiques ſont en raiſon compoſée de la raiſon directe des rayons, & de la raiſon inverſe des viteſſes; donc, quand un Mobile décrit divers Cercles, ſi d'ailleurs tout eſt égal, les forces qui l'empêchent de s'éloigner des centres, ſont en raiſon compoſée de la raiſon directe des rayons, & de la raiſon inverſe des quarrés des tems périodiques. C'eſt un principe reçû.

Obſervons donc, que la revolution périodique de la Lune eſt de 27 jours 7 heures 43 minutes, & qu'ainſi la Lune dans le cours d'une année, fait treize fois ſa revolution périodique. Si le Soleil & la Terre ne ſe mouvoient pas, ce ſeroit treize revolutions ſynodiques, au lieu que la Terre ſe mouvant autour du Soleil, la revolution ſynodique de la Lune, eſt de 29 jours 12 heures 44 minutes; & ainſi dans le cours d'une année, la Lune ne fait que douze fois ſa revolution ſynodique: c'eſt donc, comme ſi le Tourbillon du Soleil cauſoit à la Lune une revolution annuelle autour de la Terre, en allant de l'Orient vers l'Occident, contre l'ordre des Signes.

En effet, ſi l'on conçoit un rayon, qui joigne le centre de la Lune à celui de la Terre, & qu'on faſſe préciſion du

mouvement, que la Terre & la Lune reçoivent du Tourbillon de la Terre, pour ne considérer que le mouvement annuel, qu'elles reçoivent du Tourbillon du Soleil, c'est-à-dire, si l'on n'observe ce rayon, que toutes les fois que la Lune sera à un même point de l'Orbite lunaire, on trouvera toujours qu'à la surface de la Terre, ce rayon dans 27 jours 7 heures 43 minutes, aura décrit un Arc d'environ 28 dégrés, en allant contre l'ordre des Signes; de même que si la Terre étoit sans mouvement, & que la Lune fît une révolution annuelle autour de la Terre, le rayon de cette révolution annuelle seroit tantôt plus grand & tantôt moindre que le rayon moyen de la révolution de chaque mois; ainsi dans leur moyenne grandeur, ces deux rayons seroient à peu près égaux, & par le principe que nous avons rapporté, cette égalité feroit, que la force centrifuge de cette révolution annuelle, seroit à l'effort central de la révolution de chaque mois en raison inverse des quarrés des tems périodiques, c'est-à-dire, (*a*) comme le quarré de 27 jours 7 heures 43 minutes, est au quarré de 365 jours 6 heures 9 minutes, ou comme 1000 à 178725, ou bien comme 1 est à 178 $\frac{29}{40}$.

D'ailleurs les Observations des plus fameux Astronomes nous autorisent à croire que la distance moyenne de la Lune à la Terre, est de 60, ou bien de 60$\frac{1}{2}$ demi-diametres de la Terre; & si la Terre étoit sans mouvement, & que la Lune fît la révolution annuelle, dont nous venons de parler, à la distance de 60$\frac{1}{2}$ demi-diametres, l'effort centrifuge de cette révolution, seroit à l'effort centrifuge d'une semblable révolution à la distance de 60 demi-diametres, comme 60$\frac{1}{2}$ à 60, à cause de l'égalité des tems périodiques; au lieu qu'à 60 demi-diametres de la Terre, l'effort central de la révolution de chaque mois, est à l'effort central, que le Tourbillon de la Terre donneroit à la Lune près de la surface de la Terre, comme 1 est à 60×60, (*pag.* 12 *num.* 4.) Donc la moyenne grandeur de la tendance qu'a la Lune

(*a*) Newt. Princip. L. 3. Prop. 25. (*b*) *Ibid.* Prop. 4.

dans son Orbite, pour s'éloigner du centre de la Terre vers le Soleil, est à la moyenne grandeur de la tendance qu'elle auroit vers la Terre, si le Tourbillon qui lui fait faire la révolution de chaque mois, la faisoit tourner près de la surface de la Terre, comme $1 \times 60\frac{1}{2}$ est à $60 \times 60 \times 60 \times 178\frac{29}{40}$, c'est-à-dire, comme 1 est à 638092, 6. Et si la Lune étoit à la surface de la Terre, les forces, que la tendance qu'elle auroit vers le Soleil, lui donneroit pour s'éloigner du centre de la Terre, seroient aux forces qu'elle auroit vers la Terre (*a*) comme 1 est à 38604600.

Telle seroit la proportion de ces forces à 90 dégrés de l'endroit, qui seroit sous le Soleil: mais on sçait, que des Quadratures jusqu'aux Syzygies, le mouvement de la Lune est accéleré; il lui arrive ce que M. Huygens & M. Keil ont démontré (*b*) du Pendule, à qui sa pésanteur fait parcourir le quart du Cercle compris entre le Rayon Horisontal, & le perpendicule: ce Pendule acquiert dans ce mouvement une force centrifuge double de sa pésanteur; de sorte qu'au point le plus bas du quart de Cercle, il a pour s'écarter du centre de son Orbite, une force triple de la tendance, qu'il avoit vers la Terre, quand il étoit au bout du Rayon Horisontal; de même aux Syzygies la Lune a pour s'éloigner du centre de son Orbite, une force triple de la tendance qu'elle a vers le Soleil, quand elle est aux Quadratures.

Et puisque les Fluides, qui donnent à la Lune sa tendance vers le Soleil, & sa force centrale vers la Terre, agissent sur les eaux de la Mer, il faut, que, lorsque le Soleil est à sa moyenne distance de la Terre sur un endroit de l'Océan, la force, qui pousse les eaux de cet endroit vers le Zenith, soit à celle qui les pousse vers le centre de la Terre, (*c*) comme 1 à 12868200.

Ce qu'on vient de dire des eaux, qui sont sous le Soleil, doit se dire aussi de

Or la Terre étant placée (*pag.* 9 *lig.* 31 *& pag.* 10 *lig.* 15) au centre d'un Tourbillon, si d'une part la tendance qu'ont

(*a*) *Newt. Princip.* L. 3. *Prop.* 36.
(*b*) *De vi Centr. Theor.* 13.
(*c*) *Newt. Ibid.*

les

les eaux vers le Soleil, fait qu'elles pésent moins vers le centre de la Terre, il arrive qu'à l'autre Hemisphere, la colonne du Tourbillon diametralement opposée, peut d'autant prévaloir à l'effort central de la colonne, qui se trouve sous le Soleil; il faut donc que la Terre se meuve vers cet Astre; alors la réaction de la Terre, qui céde, devenant moindre, l'action de la colonne, qui a prévalu, devient moindre aussi; car ce Fluide est là comme un ressort, qu'on presseroit moins qu'auparavant, il agit moins qu'il ne faisoit: ainsi, pourvû que le Soleil, soit vers le Zenith ou vers le Nadir d'un endroit de l'Océan, les eaux de cet endroit sont moins pressées vers le centre de la Terre, que ne le sont les eaux collatérales; & par les loix de l'Hydrostatique toutes ces eaux doivent se porter vers le Zenith de l'endroit où se fait cette moindre compression.

celles, qui sont sous le point du Ciel diametralement opposé.

Au reste on trouve (*a*) que la tendance qu'a la Lune vers la Terre, n'est que ce qui dans les corps terrestres, se nomme la pésanteur. Car si le Diametre moyen de la Terre est de *19695539* pieds, comme il paroît aux mesures prises en France par M. Picard & M. Cassini, & en Angleterre par M. Norwood, & que la distance moyenne de la Lune à la Terre, soit d'environ $60\frac{1}{2}$ demi-diametres de la Terre, comme on le conclut des Observations, il faut que le Sinus verse de l'Arc, que la Lune décrit par son mouvement moyen dans une minute de tems, soit de $15\frac{1}{12}$ pieds, & les forces centrales augmentant (*pag.* 12. *num.* 4.) en raison inverse des quarrés des distances du centre, il s'ensuit qu'auprès de la Terre, si la Lune suivoit l'impulsion, qui dans son orbite, l'empêche de s'éloigner du centre, elle parcourroit dans une seconde de tems $15\frac{1}{12}$ pieds. Or M. Huygens a montré par des expériences reconnues, que c'est-là précisément ce que la pésanteur fait parcourir aux corps terrestres dans une seconde de tems. C'est donc la cause de la pésanteur, qui donne, & à la Lune, & aux eaux de la Mer, toute la tendance qu'elles ont vers le centre de la Terre:

Ce qui presse (*pag.* 10.) la surface de la Mer vers le centre de la Terre, c'est la cause de la pésanteur.

(*a*) *Newt. Princip. L.* 3. *Prop.* 4.

& ſi cette cauſe n'a pas ſur ce corps céleſte tout l'effet qu'elle paroît avoir ſur les corps qu'elle précipite, c'eſt que la Lune a dans ſon Orbite toute la viteſſe, qu'elle auroit acquiſe, ſi ſa péſanteur lui avoit fait parcourir le quart du Diametre du Cercle, qu'elle décrit ; c'eſt ce qui maintient (*a*) l'Equilibre entre la force centrifuge & la péſanteur.

La péſanteur des eaux de l'Océan n'empêcheroit pas, que ſous le Soleil, la tendance qu'elles ont vers cet Aſtre, ne les fit monter d'un pied & $11\frac{1}{8}$ pouces plus qu'à 90 dégrés de-là.

Par de ſemblables conſidérations, on a tâché de trouver à quelle hauteur les eaux de la Mer peuvent monter ſous le Soleil, en ſatisfaiſant ſeulement à la tendance qu'elles ont vers cet Aſtre.

Nous venons de dire, (*pag.* 14.) que cette tendance eſt à la péſanteur, comme 1 à 12868200 ; (*b*) on montre auſſi, que la force centrifuge, que le mouvement journalier donne aux corps terreſtres, eſt à leur péſanteur, comme 1 à 289 : car par les meſures priſes en France & en Angleterre, dont nous venons de parler, on compte, que dans une ſeconde de tems, chaque point de la circonference de l'Equateur de la Terre, parcourt un Arc de 1436, 223 pieds, dont le Sinus verſe eſt de 7, 54064 lignes ; & par les loix des mouvemens circulaires, on ſçait qu'à l'Equateur, les forces, que les corps terreſtres reçoivent du mouvement journalier, pour s'éloigner du centre de la Terre, comparées aux forces ſemblables, qu'ils reçoivent à une latitude quelconque, ſont en raiſon doublée du rayon de la Terre au Sinus de complément de la Latitude, c'eſt-à-dire, qu'à l'Equateur, par rapport à la Latitude de Paris, qui eſt de 48 dégrés & 50 minutes, ces forces ſont comme 7, 54064 à 3, 267 ; d'où l'on conclut, que, ſi la Terre n'avoit pas ſon mouvement journalier, les corps péſans, qu'on laiſſe tomber, & qui à la Latitude de Paris, parcourent en une ſeconde de tems 15 pieds 1 pouce, 2, 18 lignes parcourroient 15 pieds 1 pouce, 5, 44 lignes ; or 7, 54064 lig. ſont à 15 pieds 5, 44 lignes, comme 1 à 289. La force centrifuge, qui vient du mouvement journalier, eſt donc à la péſanteur, comme 1 à 289.

(*a*) *Hugen. de vi Centr. Theor.* 5. (*b*) *Newt. Princip. L.* 3. *Prop.* 19.

Enfin on ſuppoſe un Siphon plein d'eau, dont les branches feroient un angle droit au centre de la Terre, en ſorte que l'Axe d'une de ces branches fût un rayon de l'Equateur, & l'Axe de l'autre branche aboutît au Pole de la Terre; la colonne d'eau, qui ſeroit à l'Equateur, auroit, par le mouvement journalier, des forces centrifuges, que n'auroit pas celle qui aboutiroit au Pole; ces forces centrifuges diminueroient l'effort de la péſanteur, qui leur eſt oppoſé; & par un calcul appuyé ſur les principes, que nous ſuivons dans cette Diſſertation, on trouve, que l'eau, pour être en équilibre dans ce Siphon, devroit avoir à l'Equateur 85820 pieds de hauteur, plus qu'au Pole: de toutes ces conſidérations on (*a*) conclut ainſi.

Puiſque la tendance que le mouvement annuel de la Terre donne aux eaux de la Mer vers le Soleil, eſt à leur péſanteur, comme 1 à 12868200, & que la force centrifuge, qui vient du mouvement journalier, eſt à cette même péſanteur, comme 1 à 289, il eſt manifeſte, que cette tendance vers le Soleil, eſt à cette force centrifuge, comme 289 à 12868200, c'eſt-à-dire, à peu de choſe près, comme 1 à 44527. Or ces 44527 dégrés de force centrifuge font qu'à l'Equateur, la Mer eſt plus haute qu'au Pole de 85820 pieds. Et comme 44527 ſont à 1, ainſi, à peu de choſe près, 85820 pieds ſont à 1 pied & $11\frac{1}{8}$ pouces; donc la tendance, que le mouvement annuel de la Terre donne à la Mer vers le Soleil, peut faire, que ſous cet Aſtre, les eaux ſoient de 1 pied & $11\frac{1}{8}$ pouces plus hautes qu'à 90 dégrés de-là.

Les puiſſances qui pouſſent les Flots, étant connues, on connoît l'effort compoſé qu'elles produiſent.

Ajoutons encore, que les deux efforts, que nous avons comparés, (*pag.* 14.) concourant à chaque point du Tourbillon terreſtre, il en réſulte un troiſiéme effort compoſé, qui par rapport à ces deux autres, peut être exprimé par la Diagonale d'un Parallelogramme, dont les deux côtés ſeroient proportionnels aux deux efforts compoſans, & auroient été pris ſur leurs directions, en commençant du point

(*a*) *Newt. Princip. L.* 3. *Prop.* 36. *Corol.*

où elles concourent: cette Diagonale marque auſſi la direction de cet effort composé; & les Sinus des Angles qu'elle fait avec les côtés du Parallelogramme, étant en raiſon inverſe des efforts, que ces côtés expriment, on voit que chacun de ces efforts agit moins obliquement, & ainſi plus efficacement, à meſure qu'il y a plus grande raiſon de cet effort à l'autre.

De là, ſi les directions de ces deux efforts ſont en même ſens, l'effort composé eſt plus grand, à meſure que l'angle qu'elles font, eſt plus aigu; en ſorte que, ſi cet angle eſt infiniment aigu, c'eſt-à-dire, ſi ces directions ſont paralleles, l'effort composé eſt égal à la ſomme des efforts compoſans; & ſi ces directions ſont en ſens contraires, l'effort composé eſt plus grand, à meſure que l'angle qu'elles font, eſt plus obtus; en ſorte que ſi cet angle eſt infiniment obtus, l'effort composé eſt égal à la ſomme des efforts compoſans, au lieu que ſi cet angle eſt infiniment aigu, l'effort composé eſt égal à la différence des deux efforts compoſans. Tout cela ſe trouve démontré dans des Traités de Statique, nous nous en ſervirons, lorſqu'il s'agira de certains accroiſſemens & de certaines diminutions, qu'on obſerve au Flux & Reflux de la Mer.

L'explication que M. Deſcartes a donné du Flux & Reflux de la Mer, eſt, comme beaucoup d'autres, inſoutenable.

Mais enfin, comment la Lune peut-elle contribuer au Flux & au Reflux de la Mer? C'eſt ſur-tout ce qui donne lieu chez les Phyſiciens à cette multiplicité d'opinions, dont les plus ingénieuſes laiſſent encore ſouhaiter quelque choſe, qui ſatisfaſſe davantage.

Les qualités abſtraites, dont les Péripatéticiens s'autoriſoient, pour faire dominer la Lune ſur toutes les choſes humides; la Sphere d'activité, qui, ſelon d'autres, donne à cet Aſtre une qualité attractive, pour élever les flots; les influences tiédes, humides & ſalines, qui, ſelon quelques-uns, mettent en mouvement les fermens de la Mer; l'agitation même, que d'autres attribuent à l'Axe de la Terre, pour donner des ſecouſſes aux Flots; l'inégalité des viteſſes, que Galilée a fait obſerver dans les différentes ſituations, où le double mouvement de la Terre met les reſervoirs

des eaux ; ces opinions, & tant d'autres, ne sont pas moins fameuses par le succès avec lequel on les a réfutées, que par la réputation de leurs Auteurs.

L'opinion de M. Descartes trouve encore aujourd'hui des gens, qui l'accueillent assez favorablement : ce Philosophe a cru, (*a*) que la Lune & la Terre ne pouvant se mouvoir aussi vite que la matiere du Tourbillon, dans lequel elles tournent, pendant qu'il est emporté autour du Soleil, la portion de cette matiere, qui passe entre la Lune & la Terre, comme dans un canal retreci, presse & l'Athmosphere & la Mer, beaucoup plus sous la Lune, qu'aux environs; que cet excès de compression fait mouvoir la Terre vers l'autre Hemisphere; qu'ainsi l'Océan est par-tout moins pressé, que sous la Lune & sous le point du Ciel diametralement opposé; que par conséquent à ces deux endroits, la surface de la Mer est plus basse, ou moins éloignée qu'ailleurs du centre de la Terre, duquel elle s'éloigne de plus en plus aux environs jusqu'aux endroits, qui sont à 90 dégrés de-là; qu'enfin le mouvement journalier de la Terre faisant que, chaque point de l'Océan passe chaque jour deux fois par le Méridien où est la Lune, & deux fois par celui qui en est éloigné de 90 dégrés, il est manifeste, que par-tout où l'on observe la Marée, on doit y voir chaque jour deux fois le Flux, & deux fois le Reflux de la Mer.

Nous applaudissons volontiers aux éloges qu'on donne à cette opinion; ce qu'elle a d'ingénieux en mérite de grands: mais il ne paroît pas qu'elle réponde aux Observations, dont les gens expérimentés ou instruits, ne sçauroient douter. M. Descartes a voulu faire voir, qu'aux environs du Parallele, où est la Lune, on doit avoir la basse-Mer, quand cet Astre est au Méridien; on sçait aujourd'hui, qu'il n'en est jamais ainsi : toujours entre les Tropiques & aux environs, dans les Mers vastes & libres de tout obstacle au mouvement des Flots, la basse-Mer arrive près de trois heures avant que la Lune soit au Méridien. On ne devroit, selon M. Des-

(*a*) Princip. Part. 4. num. 49.

cartes, y voir la haute-Mer, que quand la Lune eſt arrivée à l'Horiſon; il eſt conſtant, qu'on l'y voit toujours, lorſque cet Aſtre a encore près de 45 dégrés à parcourir, pour arriver à l'Horiſon. Auſſi ne trouve-t-on pas, que les Carteſiens ayent expliqué, d'où vient (*pag.* 6. *num.* 2.) que la haute-Mer y précede les trois heures lunaires, quand la Lune va des Syzygies aux Quadratures, au lieu que quand elle paſſe des Quadratures aux Syzygies, la haute-Mer n'arrive qu'après la troiſiéme heure lunaire. Ajoûtez qu'à ſuivre l'hypothéſe de M. Deſcartes, il eſt certain, qu'aux endroits dont il parle, il faudroit, que la baſſe-Mer fût toujours à l'Orient du Méridien où eſt la Lune; car il eſt certain, que ſi les eaux ſous la Lune, ſont pouſſées en même tems, & vers le centre de la Terre & vers l'Orient, comme le prétend M. Deſcartes, elles doivent en même tems, & deſcendre & s'avancer vers l'Orient; ainſi, lorſqu'elles auroient le plus approché du centre de la Terre, elles ſeroient à l'Orient de l'endroit, qui eſt ſous la Lune: toutefois il eſt conſtant, que ſous le parallele où eſt la Lune, la baſſe-Mer eſt toujours à l'Occident du Méridien où eſt cet Aſtre, à environ 45 dégrés de l'endroit où M. Deſcartes la place : c'eſt à 45 dégrés vers l'Occident de cet endroit, que la Mer commence à monter; ſa moyenne hauteur eſt ſous la Lune, & le point de la plus haute élévation des Flots, eſt à 45 dégrés vers l'Orient du Méridien où eſt la Lune : tout cela eſt conſtaté par les Obſervations, qui aſſûrent (*pag.* 6. *num.* 2.) que la haute-Mer arrive aux endroits, dont il s'agit, environ trois heures après que la Lune a été au Méridien : en un mot M. Deſcartes a cru que ſous la Lune, la ſurface de l'Océan eſt enfoncée, comme ſi la Lune repouſſoit les eaux; mais depuis qu'on ſçait l'heure lunaire où finit le Flux, & celle où finit le Reflux, entre les deux Tropiques en pleine Mer, on voit, que ſous la Lune, les eaux ſont élevées, comme ſi cet Aſtre les attiroit.

Nous pourrions ajoûter avec (*a*) M. Villemot, que les

(*a*) Nouv. Explic. du mouv. des Planet. 3. Part. ch. 5.

basses - Marées des Quadratures sont une circonstance inexplicable dans le systême Cartésien, parce qu'il est faux, que la Lune aux Quadratures, soit toujours plus éloignée de la Terre, qu'aux Syzygies: ce Physicien jugeoit aussi, que, pour causer un enfoncement à la surface de la Mer, la Lune devroit avoir un Tourbillon, que M. Descartes ne lui a point attribué, & nous venons de montrer, que, si l'effort centrifuge de ce Tourbillon causoit l'effort que M. Villemot lui attribuë, la basse-Mer seroit toujours à l'Orient du Méridien où est la Lune; au lieu que par-tout où les mouvemens du Flux & Reflux n'ont pas d'obstacle, la basse-Mer est toujours à l'Occident de ce Méridien.

Les eaux de l'Océan s'élevent sous la Lune, parce que dans le Tourbillon terrestre, l'effort central est moindre au diametre où est la Lune, qu'aux autres rayons du Tourbillon.

Revenons donc à l'effort central du Tourbillon terrestre; nous avons fait voir (*pag.* 10.) qu'il presse toute la surface de la Mer vers le centre de la Terre; mais, s'il est moindre au diametre où est la Lune, qu'aux autres rayons du Tourbillon, est-il de Physicien, qui de-là ne conclue, que, selon les régles de l'Hydrostatique, les eaux moins pressées, cédant à celles d'alentour, celles-ci doivent couler vers l'endroit, où la surface de la Mer soutient un moindre effort; que par conséquent sous la Lune, & sous le point du Ciel diametralement opposé, les Flots doivent s'élever, comme sous le piston d'une Pompe, jusqu'à ce que ce qui se trouve au-dessus du niveau, fasse équilibre à l'excès de l'effort, qui cause ce mouvement des eaux?

Les Cartésiens pensent au contraire, que sous la Lune, cet effort est plus grand qu'ailleurs; ils jugent, que toute Planete allant moins vite que l'Ether, ce Fluide trouve sous la Lune un passage retreci; que là pressé de toutes parts, & contraint de céder à l'action des Courans d'alentour, il y est réduit à accelerer son mouvement, d'où ces Messieurs concluent, que l'Ether agit avec plus de force sur les eaux, qui sont sous la Lune, que sur le reste de la Mer.

D'autres Physiciens en jugent autrement, ils disent que la Lune ne peut contribuer, ni à augmenter, ni à diminuer

la force centrale de l'Ether : ils se persuadent, qu'étant suspendue dans le Fluide, sans aucun mouvement progressif, qui lui soit propre, & sans aucun appui, elle doit avoir la même vitesse que le Fluide qui l'environne, & par conséquent agir comme lui.

Pour nous, quelque attention que nous donnions aux raisons, dont ces divers sentimens sont appuyés, il nous paroît qu'à suivre les Observations Astronomiques, & les Régles ordinaires des Mécaniques, on peut assûrer avec M. Descartes, que la Lune a moins de vitesse que le Fluide dont elle suit le mouvement, & que de-là nous devons conclure le contraire de ce que M. Descartes vouloit établir: car en allant moins vite, la Planete est évidemment une espéce de digue, qui d'abord retarde le Fluide; c'est un obstacle qui rompt la direction des Courants de l'Ether; ils sont réduits à se mouvoir autour de la Lune; elle fait donc que l'action, qu'avoit ce Fluide vers la Terre, est comme interrompue : ne sçait-on pas que cette action dépend (*pag.* 14. *lig.* 13.) & de la vitesse du Fluide, & de la courbure de la Ligne qu'il décrit autour de la Terre? Or ici la vitesse est d'abord diminuée, & le mouvement se fait moins autour de la Terre, qu'autour de la Lune; n'est-il pas manifeste, que dans ce retardement, & ce changement de direction, le Fluide retardé & réduit à couler autour de la Lune, n'a plus alors tant d'action vers le centre de la Terre? Les directions de ses efforts tombent plus obliquement sur les surfaces du fluide inférieur concentriques avec la Terre; ainsi l'effort centrifuge de ce fluide inférieur en est moins gêné & comme un ressort, qu'on commence à moins presser, agit d'une part contre la puissance qui le pressoit, tandis que d'autre part il presse le point d'appui moins qu'auparavant, de même la colomne sublunaire, moins pressée par le fluide retardé, agit d'une part contre ce fluide & contribue à son acceleration, tandis que d'autre part elle presse l'Athmosphere & la surface des eaux moins qu'auparavant.

Nous convenons donc, que la Lune retrécit le canal de

de l'Ether, & qu'en coulant entre la Lune & la colonne ſublunaire, le Fluide que la Planete détourne, accelere ſon mouvement; mais, quand on demande que nous en convenions, on ne peut nier, qu'avant cette acceleration, le mouvement du Fluide qui rencontre la Lune, n'ait été retardé; que même dans cette acceleration le Fluide ne ſe meuve beaucoup moins autour de la Terre, qu'autour de la Lune, & ſur-tout que ce ſurcroît de viteſſe ne ſoit en partie cauſé par l'effort centrifuge du Fluide inférieur; d'où il ſuit que cette acceleration ne peut pas rendre à l'effort central, ce que le retardement & le changement de Direction lui avoient ôté. Il faut donc que la ſurface de la Mer ſoit moins preſſée ſous la Lune qu'ailleurs: dès-lors à l'autre Hemiſphere, l'effort central diametralement oppoſé, fait reculer la Terre vers la colonne ſublunaire, dont il ſurmonte le moindre effort; par ce mouvement, la réaction de la Terre qui cede, devient moindre, & l'action de l'effort central, qui a prévalu, en eſt moindre auſſi, comme nous avons déja dit (*pag.* 17. *lig.* 7.): la Lune fait donc que dans le Tourbillon terreſtre, l'effort central eſt moindre au diametre où elle eſt, qu'aux autres rayons du Tourbillon, & c'eſt ce qui détermine les Flots de l'Océan à ſe mouvoir de toutes parts vers ce diametre, à s'y placer autant qu'ils le peuvent, au deſſus du niveau, c'eſt-à-dire, à monter vers la Lune, & vers le point du Ciel diametralement oppoſé.

La Lune parcourt ſon Orbite avec moins de viteſſe que n'en a le Fluide, dont elle ſuit le mouvement.

Mais encore quelles ſont les Obſervations Aſtronomiques, & les Régles des Mécaniques, qui prouvent que la Lune n'a pas, en décrivant ſon Orbite, une viteſſe égale à celle du Fluide, dont elle ſuit le mouvement? Les voici.

La Lune a toujours le même Hémiſphere tourné vers le centre de ſon Orbite; les viteſſes des divers points de cette Planete ſont donc en raiſon directe des diſtances, qu'il y a de ces points divers à ce même centre, au lieu qu'il eſt démontré (*a*) que les viteſſes du Fluide aux divers points du Tourbillon, ſont en raiſon inverſe des

(*a*) M. Villemot Explic. nouv. Part. 1. c. 5. & M. de Moliere L. 2. Prop. 11.

Racines quarrées de ces mêmes diſtances. Cette Planete nē ſe meut donc pas, comme feroit une égale maſſe de Fluide; elle cauſe donc dans le Tourbillon quelque dérangement, un défaut d'Equilibre; elle fait que la ſurface de la Mer eſt preſſée inégalement.

D'ailleurs, en allant des Quadratures aux Syzygies, la Lune accelere ſon mouvement; elle reçoit donc alors ces ſurcroîts de force, dont l'acceleration eſt l'effet; or, en ſuivant le mouvement d'un Fluide, comment recevroit-elle des ſurcroîts de force, ſi elle n'alloit moins vîte que le Fluide, qui doit l'atteindre pour les lui donner?

Soit donc M D N I (*Fig.* 1.) une Sphere qui repréſente la Lune, que les Lignes paralleles P D, G R, J E, repréſentent des cercles du Tourbillon, qui donne le mouvement à cet Aſtre; que ſur les Directions J E, G R, on prenne E A, R F, égales entre elles, on aura là une expreſſion des viteſſes (*a*) égales des points d'une même couche Sphérique de la matiere de ce Tourbillon; que des points E & R, on tire E B, R V, perpendiculaires aux tangentes de ces points; & qu'enfin des points A & F on tire A B, F V, paralleles à ces mêmes tangentes. Si l'on veut que la Ligne R F, ou ſon égale E A, repréſente la viteſſe qu'a le Fluide avant d'atteindre la Lune, ſuppoſons d'abord, qu'en agiſſant ſur la Direction perpendiculaire P D, ce Fluide communique toute ſa force: il eſt évident qu'en ce cas la viteſſe qu'il communiquera, ne peut pas être exprimée par une Ligne plus grande que R F, ou E A: il eſt également évident qu'en ce cas auſſi, la viteſſe qu'il peut communiquer, en agiſſant ſur la Direction G R, ne peut pas être (*b*) exprimée par une Ligne plus grande que le Sinus R V de l'Angle d'incidence R F V, & la viteſſe qu'il aura après le choc, ne peut pas être exprimée par une Ligne moindre que le Sinus F V de l'Angle de complément F R V: de même la viteſſe qu'il peut communiquer, en agiſſant ſur la Direction J E, ne peut en ce cas

(*a*) M. de Moliere L. 2. Prop. 8. (*b*) M. de Moliere L. 1. Prop. 14. & 15.

être exprimée par une Ligne plus grande que E A, & celle qu'il aura après le choc, ne peut pas être exprimée par une Ligne moindre que A B. On verroit déja dans cette supposition, que tout le Fluide, qui agiroit sur toute autre Direction, que la perpendiculaire G B auroit, après le choc, quelque vitesse; que même elle seroit plus grande, à mesure que le Fluide auroit frappé plus près du Méridien M N, & que par conséquent la Planete n'en reçoit pas autant qu'en a le Fluide, qui passe aux environs, sans la rencontrer.

Mais la Planete n'étant, ni un corps inébranlable, ni un corps en repos, & le Fluide perpendiculaire P D, n'agissant pas seul, il n'est pas possible que ce Fluide communique toute sa force; réduit de sa nature à garder autant qu'il peut, la force qu'il a, il n'en donne qu'autant qu'il faut, pour ôter l'obstacle, que la Lune oppose à son mouvement, c'est-à-dire, autant qu'il faut pour faire que la vitesse qu'il communique, & celle qui lui restera, soient égales; & dès que ces vitesses sont parvenuës à l'égalité, ce Fluide n'a plus d'action sur la Planete, qu'il ne peut plus atteindre; ainsi la vitesse qu'il avoit avant le choc, étant représentée par le Sinus total R F, ou E A, pour exprimer celle qu'il communique, en agissant sur la Direction perpendiculaire P D, il faut prendre une Ligne moindre que R F, ou E A; & par conséquent, pour exprimer la vitesse qu'il communique, en agissant sur la Direction G R, il faut prendre une Ligne moindre que R V: supposons que ce soit X V: de même pour exprimer la vitesse qu'il communique, en agissant sur la Direction J E, il faut prendre une Ligne moindre que E B: supposons que ce soit Z B: alors la vitesse qui lui restera, après avoir agi sur la Direction G R, devra s'exprimer (*pag.* 19.) par la Diagonale du Parallelogramme rectangle, dont les deux côtés seront X V, V F, & la vitesse, qui lui restera, après avoir agi sur la Direction J E, s'exprimera par la Diagonale du Parallelogramme rectangle, dont les deux côtés seront Z B,



B A ; on ne trouvera que la Direction perpendiculaire P D, qui ne soit pas sujette à cette décomposition, & le Fluide d'alentour déterminant tout celui dont la Lune rompt la Direction, à suivre le mouvement du Tourbillon, on aura cette Demonstration.

Presque tout le Fluide qui pousse la Lune, conserve, après avoir agi sur elle, un mouvement, dont la vitesse est à celle qu'en a reçû la Planete, comme la Diagonale d'un Parallelogramme rectangle est à l'un des côtés. Or par la dix-huitiéme Proposition du premier Livre des Elémens d'Euclide, cette Diagonale est toujours plus grande, que chacun des côtés : donc, après avoir agi sur la Lune, le Fluide conserve toujours un mouvement, dont la vitesse est plus grande que celle qu'en a reçû la Planete. C. Q. F. D.

On répond à une objection.

Mais cette Planete, dit-on, recevra toujours des percussions réïterées, & par conséquent des surcroîts de vitesses ; comment pourroit-elle ne pas avoir enfin une vitesse égale à celle du Fluide, qui répond au centre de son mouvement, c'est-à-dire, une vitesse moyenne entre celle des courants qui répondent à sa partie supérieure, & celle des courants qui répondent à sa partie inférieure ?

Pour satisfaire à cette objection, il suffiroit de répondre, que ce que nous venons de dire peut évidemment s'appliquer à chacune de ces percussions, quelque réiterées qu'elles soient ; & pourvû qu'on eût l'idée de la divisibilité & de la décomposition des forces, on y verroit toujours la solution de cette difficulté.

D'autres ajoûteroient qu'à l'Apogée & au Perigée de la Lune, ces vitesses moyennes des courants de l'Ether, sont comme les Racines reciproques des distances, qu'il y a de ces courants au centre de la Terre, au lieu que, selon les Observations de Ptolomée, les vitesses de la Lune y sont comme ces distances reciproques ; mais cette réponse ne feroit pas sans replique, parce que la différence insensible de ces Racines n'est pas sujette aux Observations.

Ainſi, pour achever d'effacer l'impreſſion qui reſteroit peut-être encore du préjugé, qui donne à cette objection ce qu'elle a de ſpécieux, nous diſons que s'il eſt vrai, que par des percuſſions réiterées à ſon Hemiſphere occidental, la Lune reçoive des forces toujours nouvelles, il eſt également vrai que par des efforts réiterés à ſon Hemiſphere oriental, cette Planete repouſſe des obſtacles toujours nouveaux, qui lui font perdre de ſa force; de ſorte que, perdant d'une part, tandis qu'elle reçoit de l'autre, ſa viteſſe n'égale jamais celle du Fluide, qui lui donne le mouvement. On conçoit aſſez quels ſont ces obſtacles, dès qu'on ſçait, que pour cauſer l'acceleration qu'on obſerve au mouvement de la Lune depuis les Quadratures juſqu'aux Syzygies, il faut que l'Ether ait plus de viteſſe que la Lune: car avec cet excès de viteſſe, le Fluide qui répond à l'Hemiſphere oriental de la Lune, eſt contraint de s'en ſéparer : dès-lors, pour ſatisfaire aux loix du mouvement, & pour éviter le vuide, les courants d'alentour ſe détournent, & vont ſe placer entre la Planete & le Fluide qui s'en ſépare; peuvent-ils y aller, ſans croiſer la direction de la Lune, & n'eſt-ce pas oppoſer à ſon mouvement un obſtacle toujours nouveau? Si, pour lever cet obſtacle, la Lune employe tout le ſurcroît de force qu'elle reçoit, ſon mouvement eſt uniforme ; ſi elle en employe moins, ſon mouvement eſt acceleré; ſi elle en employe plus qu'elle n'en reçoit de nouveau, ſon mouvement eſt retardé, & toujours obliquement frappée par les courants qui l'atteignent, elle n'acquiert jamais autant de viteſſe, qu'en a le Fluide à l'Orbite qu'elle décrit.

Les forces qu'a l'Océan pour monter ſous la Lune, ſont en raiſon inverſe des Cubes des diſtances qu'il y a de la Lune à la Terre.

C'eſt donc l'effort central du Tourbillon terreſtre, qui de toutes parts preſſe les eaux de la Mer vers le Diametre où eſt la Lune, & ces eaux à l'un & à l'autre Hemiſphere, ſe portent vers ce Diametre, parce que la ſurface de la Mer eſt là moins preſſée qu'ailleurs, d'où il ſuit que les Flots doivent là s'éloigner du centre de la Terre, à meſure qu'ils y ſoutiennent une moindre compreſſion : que ſi l'on

considere les forces qu'ils ont pour s'élever ainsi, on trouvera qu'elles sont en raison inverse des Cubes des distances qu'il y a de la Lune à la Terre: car on voit assez (*pag.* 23.) que la puissance qui donne ces forces, n'est que la réaction des eaux opposée & égale à l'action que la Lune interrompt, & puisque cette action (*pag.* 12. *num.* 4.) est en raison inverse du Quarré de la distance qu'il y a de la Lune à la Terre, la somme des forces de cette réaction est aussi toujours en raison inverse du Quarré de cette distance. Mais ces forces se distribuent à tout ce Cone de Fluide, dont la base est l'Horison de l'endroit qui est sous la Lune, & dont le sommet est à la Lune: car, par les loix du mouvement des Fluides, toute cette base agit vers le point, d'où elle est moins pressée, c'est-à dire vers la Lune. Or par la XIVe. Proposition du Livre 12. des Elemens d'Euclide, ce Cone est proportionnel à la distance qu'il y a de la Lune à la Terre; ces forces sont donc distribuées à une masse proportionnelle à cette distance; de sorte que si d'ailleurs tout étoit égal, elles seroient dans chaque partie déterminée de cette masse en raison inverse de cette distance; elles sont donc à la surface de la Mer en raison composée de la raison inverse du Quarré de cette distance, & de la raison inverse de la Racine de ce Quarré, c'est-à-dire qu'elles sont en raison inverse des Cubes des distances qu'il y a de la Lune à la Terre.

A quelle hauteur la Mer peut monter sous la Lune par la tendance qu'ont les Flots vers cette Planete.

Du reste par la différence des hauteurs où les eaux parviennent aux Marées des Equinoxes environ le tems où la Lune est aux Quadratures, & environ celui où elle est aux Syzygies, on connoît la proportion qu'il y a entre la force, qui sous la Lune éleve les Flots, lorsqu'elle est à 90. dégrés du Soleil, & la force qui sous le Soleil & la Lune joints ensemble, fait monter les eaux de la Mer: on sçait par les Observations que (*a*) la hauteur où elles s'élevent alors sous la Lune au tems de la Quadrature, est à la hauteur où elles parviennent sous les deux Astres au tems de

(*a*) *Newt. Princip. L.* 3. *Prop.* 37.

la Conjonction, comme 25 à 45, c'est-à-dire comme 5 à 9; & les effets étant proportionnels à leurs causes, on en conclut que les forces qui font monter la Mer en ces deux tems, sont entre elles comme 5 à 9 : on examine ensuite les accroissemens & les diminutions qui surviennent à ces forces dans les différentes situations des deux Astres, & l'on trouve que la moyenne grandeur des forces qui portent les eaux vers le Soleil, est à celle des forces qui les portent vers la Lune, comme 1 à 4, 4815 : or la tendance que les eaux de la Mer ont vers le Soleil, est à leur pésanteur (*pag.* 14.) comme 1 à 12868200 : donc la tendance qu'elles ont vers la Lune est à leur pésanteur, comme 1 à 2871404 : sur quoi l'on raisonne ainsi.

La force centrifuge que les eaux de la Mer ont du mouvement journalier de la Terre, est à leur pésanteur (*pag.* 18. *lig.* 35.) comme 1 à 289, & la tendance qu'elles ont vers la Lune, est à leur pésanteur, comme 1 à 2871404: donc la tendance qu'elles ont vers la Lune, est à la force centrifuge qui leur vient du mouvement journalier, comme 289 à 2871404. Or par cette même force centrifuge, ces eaux s'élevent contre leur pésanteur (*pag.* 19.) à 85820 pieds ; donc par la tendance qu'elles ont vers la Lune, elles doivent s'élever contre leur pésanteur à 8 pieds & environ 8 pouces ; car cette hauteur est à 85820 pieds, comme 289 à 2871404. Ainsi, lorsque la tendance qu'elles ont vers le Soleil, & celle qu'elles ont vers la Lune, auront une même direction pour agir ensemble, la Mer pourra monter à $10\frac{1}{2}$ pieds ; elle montera même jusqu'à $12\frac{1}{2}$ pieds & au-delà, si la Lune est alors à son Perigée, & que les vents secondent ce mouvement des Flots. Tout cela suit des principes que nous avons, ou établis, ou rapportés comme généralement reçûs, & rien n'est plus conforme aux Observations.

Il est donc constant que par le mouvement annuel de la Terre, les Flots de l'Océan sont dirigés, les uns vers l'endroit qui est sous le Soleil, & les autres vers l'endroit

Le mouvement journalier de la Terre fait que la

plus grande élevation de la Mer est à 45 dégrés vers l'Orient de l'endroit où les Causes qui la font monter, auroient leur plus grand effet.

diametralement opposé ; & qu'ainsi par l'effort central du Tourbillon terrestre, ces mêmes Flots sont pressés & dirigés, les uns vers l'endroit qui est sous la Lune, & les autres vers l'endroit diametralement opposé. Si le mouvement de ces Flots n'étoit composé que de deux de ces directions, il y auroit d'abord à la surface de la Mer deux points diametralement opposés plus hauts que tous les autres ; & si dans l'Hemisphere éclairé par la Lune, l'un de ces points étoit éloigné de l'endroit qui seroit sous la Lune, & de celui qui seroit, ou sous le Soleil, ou sous le point du Ciel diametralement opposé, cet éloignement seroit (*pag.* 20. *lig.* 2.) en raison inverse des forces qui agiroient sur ces directions. C'est-à-dire que quand ces forces seroient dans leur moyenne grandeur, ce point le plus haut de la Mer dans cet Hemisphere seroit (*pag.* 31. *lig.* 9.) quatre fois plus près de l'endroit qui seroit sous la Lune, que de l'endroit qui seroit, ou sous le Soleil, ou sous le point du Ciel diametralement opposé ; & quand la Lune seroit en Quadrature, ce point le plus haut de la Mer seroit sous la Lune ; car alors les eaux qui seroient sous le Soleil, ne seroient pas poussées vers l'endroit qui seroit sous la Lune, plus que vers l'endroit diametralement opposé, puisqu'elles seroient à distances égales de ces deux endroits ; elles n'obéïroient donc qu'à l'action de la Cause qui les éleveroit vers le Soleil, sous lequel elles ne pourroient monter (*pag* 18.) que de 1 pied 11 pouces, ou environ ; par la même raison les eaux qui seroient sous la Lune, n'obéïroient qu'à l'action de la Cause qui les éleveroit vers la Lune, sous laquelle elles monteroient (*pag.* 31. *lig.* 23.) d'environ 8 pieds & 8 pouces : les deux points de la Mer les plus hauts, seroient donc alors sous la Lune, & sous le point du Ciel diametralement opposé. Tels seroient les mouvemens de l'Océan, si les Flots n'avoient à satisfaire qu'aux directions dont nous venons de parler, & par-tout où ce mouvement ne trouveroit pas d'obstacle, on auroit la haute-Mer environ le tems où la Lune seroit au Méridien.

Mais

Mais tout ce qui eſt dans le Tourbillon de la Terre doit ſuivre le mouvement de ce Tourbillon : par cette raiſon la Mer en s'élevant vers la Lune & vers le Soleil, ſe meut auſſi de l'Occident vers l'Orient, & ce mouvement fait que les points les plus hauts de la Mer ſont toujours de 45 dégrés plus orientaux qu'ils ne le ſeroient, ſi cette troiſiéme direction des Flots n'avoit pas ſon effet; car au lieu qu'en ce cas la haute-Mer, comme nous avons dit, arriveroit au tems où la Lune ſeroit au Méridien, on voit qu'elle n'arrive qu'environ la troiſiéme heure lunaire, & l'on ne compte cette troiſiéme heure qu'à 45 dégrés vers l'Orient, des endroits où la Lune eſt au Méridien.

Quelques Corollaires de ce qu'on vient de montrer.

Si l'on ſuppoſe donc qu'une profonde Mer couvre toute la Terre : *Premierement*, Cette Mer aura la figure d'un Solide elliptique concentrique avec la Terre ; un de ſes points dans l'Hemiſphere éclairé par la Lune, & le point diametralement oppoſé dans l'autre Hemiſphere, ſeront plus hauts, plus éloignés du centre de la Terre, que tout autre point de la ſurface de la Mer.

Secondement, Les deux points de la Mer les plus hauts auront toujours autour de la Terre un mouvement preſque ſemblable à celui de la Lune; ils ſeront toujours, l'un vers le parallele où ſera la Lune, & l'autre vers le parallele où ſera le point du Ciel diametralement oppoſé, & tous deux vers le Méridien, où l'on comptera les trois heures lunaires ; ſi de tems en tems ils s'en éloignent un peu, ce ſera vers les paralleles où ſe trouvent le Soleil & le point du Ciel diametralement oppoſé, & vers le Méridien, où l'on comptera les trois heures ſolaires; & ainſi le plus grand diametre de la Mer ſera toujours entre les deux Tropiques.

Troiſiémement, Si la Mer a la figure d'un Solide elliptique concentrique avec la Terre, & que ſon plus grand diametre ſoit toujours entre les Tropiques, il eſt évident, que quand ſur la Mer on parcourt des paralleles à l'Equateur, on décrit, non des circonférences de Cercle, mais



des peripheries de certaines Ellipses, qui toutes ont leur plus grand diametre sous un même Méridien, & dans chacune desquelles un des deux points les plus éloignés du centre de la Terre, est plus haut que l'autre, quand il est plus près d'un des plus hauts points de la Mer, ainsi qu'il arrive, lorsque le plus grand diametre de la Mer, suivant la déclinaison de la Lune, s'incline sur l'Axe de l'Equateur.

Quatriémement, Si par-tout où le Flux & Reflux se fait sensiblement & sans obstacle, on ne voit arriver la haute-Mer, que quand on est sous le Méridien où sont les points les plus hauts de la Mer, il faut que quand l'aspect du Soleil & de la Lune est, ou la conjonction, ou l'opposition, ou la quadrature, la haute-Mer arrive au tems des trois heures lunaires, & quand l'aspect de ces Astres est tout autre, la haute-Mer doit arriver environ quatre fois plus près du tems des trois heures lunaires, que de celui des trois heures solaires. Il n'est pas besoin de beaucoup de refléxion pour voir que ces quatre points de Physique suivent nécessairement de ce que nous avons établi.

Pour satisfaire à la question, il suffit d'expliquer les trois Périodes du Flux & Reflux de la Mer.

Venons enfin à l'explication des trois Périodes du Flux & Reflux de la Mer. Nous en avons indiqué les Causes: rapprochons-les de leurs effets; c'est tout ce qui reste à faire dans cette Dissertation. Car pour ces mouvemens singuliers, qu'on ne voit à la Mer que quelquefois, & en quelque endroit, on sçait assez qu'ils ne sont pas du sujet que nous traitons: ils dépendent bien moins de la Cause du Flux & Reflux, que de la disposition du lieu, ou de quelque autre circonstance, qui n'échappe guéres aux recherches des Observateurs expérimentés: nous pourrons en rapporter quelque exemple; l'explication que nous y joindrons, facilitera celle des Phénomenes semblables, dont nous ne parlerons pas.

Explication de la Période journaliere du Flux & Reflux de la Mer.

Pour developper avec plus de facilité ce qui nous reste à traiter, nous supposerons, comme M. Descartes & M. Newton, qu'une Mer profonde couvre toute la Terre: on a vû (*pag.* 33. *num.* 1.) que cette Mer auroit la figure d'un

Solide elliptique, & que les paralleles à l'Equateur y seroient (*pag.* 33. *num.* 3.) non des Cercles, mais des Ellipses.

Soit donc l'Ellipse A B C D (*Fig.* 2.) un des Plans Paralleles à l'Equateur : qu'on y inscrive le Cercle A E G F : qu'autour de cette Ellipse on décrive le Cercle G B H D : & qu'à quelque point d'une Ligne perpendiculaire au Plan A B C D, on conçoive le centre de la Terre T.

Si, par exemple, au point A, il y avoit un Vaisseau à l'ancre, ce Vaisseau suivroit nécessairement le mouvement journalier de la Terre : or par ce mouvement le point A de la Terre T arriveroit dans six heures au point E, ce Vaisseau se trouveroit donc alors sur l'Ellipse A B C D à quelque point de la Ligne T E. Mais pendant ces six heures, le point B de l'Ellipse A B C D se sera avancé d'environ trois dégrés vers J, d'un mouvement (*pag.* 33. *num.* 2.) semblable à celui de la Lune, & il faudra que le point A de la Terre T, pour se trouver sous le point B de la Peripherie mobile A B C D, continue à se mouvoir au-delà du point E environ 12 minutes de tems : ce Vaisseau arrivera donc en 6 heures & environ 12 minutes du point A au point B de l'Ellipse A B C D. Le mouvement journalier de la Terre étant uniforme, il faudra autant de tems pour arriver du point B au point C, & encore autant du point C au point D : ainsi en 24 heures & environ 49 minutes on décrit d'un mouvement uniforme l'Ellipse A B C D. Ceux qui sont dans ce Vaisseau ne s'apperçoivent pas de ce mouvement, il leur est commun avec le Vaisseau ; mais ce qu'ils apperçoivent, c'est que pendant les premieres 6 heures & 12 minutes, la Mer à l'endroit où ils avoient mouillé, est devenue plus profonde ; sa surface à la fin de ce tems est plus éloignée de celle de la Terre de toute la hauteur E B : ils voyent aussi que pendant les 6 heures 12 minutes suivantes, la Mer à l'endroit où ils avoient mouillé, est devenue moins profonde ; sa surface à la fin de ce second tems est éloignée de celle de la Terre

moins qu'à la fin du premier tems, de toute la profondeur H G. Ils trouvent encore après, que dans autant de tems la ſurface de la Mer, au même endroit, s'éloigne de la ſurface de la Terre de toute la hauteur F D; & qu'enſuite dans un tems égal cet éloignement eſt devenu moindre de toute la profondeur G A: d'où ils concluent que dans 24 heures & environ 49 minutes, la Mer à l'endroit A, monte deux fois, & deſcend deux fois alternativement. C. Q. F. E.

On peut ici remarquer que, quoique la Mer Atlantique n'ait que 60 dégrés d'étenduë de l'Occident à l'Orient, le Flux doit y être de 6 heures & environ 12 minutes, comme ailleurs, & le Reflux auſſi; les Mers plus vaſtes que celle-ci, auront de plus grandes Marées qu'elle, parce qu'elles fourniſſent plus d'eau vers l'endroit de la plus grande élevation de leurs flots. Mais le lit de la Mer Atlantique, employant autant de tems que celui des autres Mers, à faire autour de l'Axe de la Terre ſa revolution journaliere, ſa ſurface eſt autant de tems preſſée inégalement, & ſon étenduë ſuffit pour y rendre fort ſenſibles les viciſſitudes qu'on obſerve ailleurs, comme des effets de cette inégale compreſſion. La baſſe-Mer y eſt d'abord aux Plages occidentales A ſur les 9 heures lunaires, parce que les Flots plus preſſés en cet endroit (*pag.* 23.), que ſous la Lune L, ſe ſont écoulés vers l'Orient K, où eſt alors la haute-Mer. Enſuite, à meſure que le mouvement journalier de la Terre fait approcher ces Plages A du Méridien L, où eſt la Lune, cet endroit de la Mer eſt toujours moins preſſé; il faut donc que les Flots plus preſſés aux contrées plus éloignées du Parallele où eſt la Lune, ſe portent vers ces Plages, & qu'ainſi la Mer y monte: ce mouvement durera juſqu'à ce que le rivage occidental A ſoit arrivé au Méridien B, où ſe fait la plus grande élevation des Flots; c'eſt-à-dire, qu'il durera depuis la neuviéme juſqu'à la troiſiéme heure lunaire; le Flux ſera donc de 6 heures & environ 12 minutes. Enſuite, à meſure que ce rivage s'éloignera

du Méridien B où se fait la plus grande élevation des eaux, cet endroit de la Mer sera toujours plus pressé; les Flots s'écouleront vers les Plages, qui s'approchant du Méridien L, où est la Lune, commenceront d'être moins pressées; & ce mouvement durera depuis la troisiéme jusqu'à la neuviéme heure lunaire : le Reflux sera donc aussi de 6 heures & environ 12 minutes. C. Q. F. E.

Du reste, on voit assez, *Premierement*, Qu'en parcourant les Arcs K J, M N, après le Flux, & les Arcs O P, S V, après le Reflux, le Vaisseau que nous avons supposé, ne paroîtroit, ni s'éloigner, ni s'approcher du centre de la Terre T; il faut donc qu'après le Flux, & qu'après le Reflux, la Mer soit quelques minutes de tems sans paroître, ni descendre, ni monter.

Secondement, S'il y avoit une Rade au point R plus occidentale que celle qui seroit au point A, le mouvement journalier de la Terre feroit que cette premiere Rade R arriveroit sous le point B de la Peripherie A B C D, plus tard que l'autre Rade A plus orientale; la haute-Mer B doit donc paroître arriver aux Rades orientales, plûtôt qu'aux Rades plus occidentales.

Troisiémement, Si la Terre étoit une Sphere fluide, & qu'elle tournât au centre de son Tourbillon, de façon à s'y maintenir, tous les points de sa surface tourneroient également vite; les circonferences des Paralleles employeroient à leurs revolutions des tems proportionnels à leurs Diametres; & ainsi dans un tems donné, les sommes de leurs revolutions seroient en raison inverse de leurs Diametres : alors la surface de la Terre & celle de la Mer auroient autour de l'Axe de la Terre des vitesses, ou tout-à-fait égales, ou dont la différence ne seroit pas sensible, & l'on n'appercevroit pas qu'il fallût plus de tems pour aller, par exemple, de l'Isle de Madagascar au Bresil, que pour revenir du Bresil à cette Isle. Mais la Terre n'étant pas un Corps fluide, la force qui l'agite autour de son Axe, se distribue en raison composée des masses qu'elle meut, &

des distances qu'il y a de ces masses à l'Axe du mouvement; la circonference de l'Equateur de la Terre a donc beaucoup plus de vitesse qu'elle n'en auroit, si c'étoit un Fluide : il en est de même des Paralleles, qui sont entre les Tropiques & aux environs; ainsi dans la Zone torride, la Terre tourne de l'Occident vers l'Orient, beaucoup plus vite que la Mer, d'où il suit que par rapport à la Terre, l'Océan doit paroître aller toujours de l'Orient à l'Occident : il faut même que des Rivages élevés empêchent les Flots de s'étendre toujours suivant la Direction de ce mouvement; sans cet obstacle, l'Océan paroîtroit faire périodiquement le tour de la Terre, en allant de l'Orient vers l'Occident. Qu'on parte donc des côtes occidentales de l'Amérique A pour la Chine E, ce Rivage E, qui est le terme de la Navigation, s'éloigne des eaux A, qui portent les Vaisseaux; il fuit vers C avec plus de vitesse, que n'en ont les eaux pour le suivre : ce mouvement ne peut que rendre la Navigation plus pénible, & le tems du voyage plus long. Qu'on revienne après par la même route, le Rivage A, qui est le terme de la Navigation, s'avance vers les eaux B, qui portent les Vaisseaux; il fuit ces eaux vers C avec plus de vitesse qu'elles n'en ont en même sens : ce mouvement ne doit-il pas faciliter la Navigation, & en abréger le tems? Vers les Poles on appercevroit tout le contraire; mais les grands mouvemens, qui portent les Flots, tantôt de l'Equateur vers les Poles, tantôt des Poles vers l'Equateur, divers courants, dont la Direction favorise le mouvement de l'Occident à l'Orient, quelquefois la situation des Mers, souvent même toutes ces choses ensemble, mettent obstacle à l'expérience dont il s'agit.

Quatriémement, Si le Parallele ABCD, & les autres d'alentour étoient coupés vers A par des rivages élevés, il est évident que le mouvement journalier de la Terre faisant avancer ces rivages vers B avec plus de vitesse (*ci-dessus lig. 6.*), que n'en auroit la Mer, les Flots s'éleveroient contre ces Rivages, & que bientôt la pésanteur venant à

abattre ces Flots élevés, ils s'écouleroient le long du canal qu'ils trouveroient, & vers l'endroit où les eaux d'alentour feroient moins hautes, c'eſt-à-dire qu'ils iroient de l'Equateur vers les Poles; & dans ce mouvement ces Flots s'éleveroient davantage par-tout où le Canal feroit moins large : ainſi voit-on dans la Mer d'Ethiopie, qu'entre les Tropiques, la Marée monte moins que dans les Zones temperées, où le Canal eſt retreci entre l'Afrique & la partie Auſtrale de l'Amérique : de même dans le Canal de la Manche, les Marées ſont plus hautes que dans la Mer Atlantique, & ce Canal allant toujours en ſe reſſerrant de Breſt juſqu'à Saint Malo, la Marée y va toujours en augmentant; de ſorte qu'aux Nouvelles ou Pleines Lunes, la Mer à Saint Malo monte juſqu'à 60, quelquefois juſqu'à 80 pieds de hauteur : & comme un Pendule en montant perd ſucceſſivement la force qui l'éleve, ce qui fait que ſa viteſſe décroît toujours, au lieu qu'en deſcendant, il acquiert toujours de nouveaux dégrés de force, qui lui donnent un mouvement acceleré; de même ces Flots, au tems du Flux, montent vers les Poles d'un mouvement toujours retardé, au lieu qu'au tems du Reflux, ils deſcendent vers l'Equateur d'un mouvement toujours acceleré.

Cinquiémement, Enfin dans la Zone Torride, on voit arriver la haute-Mer (*pag.* 37. *num.* 2.), lorſque par le mouvement journalier de la Terre, on arrive au Méridien B, ſous lequel ſe trouvent (*pag.* 33. *num.* 3.) tous les plus grands Diametres des Ellipſes qui forment l'Océan ; il faut bien que dans la Zone Torride, la haute-Mer arrive au même tems à toutes les Plages qui ſont ſous un même Méridien; ainſi on l'y voit toujours (*pag.* 6. *num.* 2.) environ la troiſiéme heure lunaire. Mais dans les Zones Tempérées, le Flux & Reflux dépend moins de la Figure elliptique de la Mer, que de la propagation du mouvement que cauſe (*pag.* 38. *num.* 4.) la chute des Flots refléchis des Côtes occidentales de la Zone Torride ; or la propagation de ce mouvement ſe fait ſucceſſivement, il faut donc que la haute-

Mer arrive ſucceſſivement à une moindre Latitude, plûtôt qu'à une plus grande, & le Flux n'eſt pas ſenſible au-delà du 65e dégré de Latitude, parce que ce mouvement n'eſt ſenſible que juſques-là. Par la même raiſon, le Flux & Reflux n'eſt pas bien ſenſible dans la Mediterranée : les eaux de l'Océan n'y entrent que par le Détroit de Gibraltar; elles n'y viennent pas en aſſez grande quantité, pour faire des Marées conſidérables; & perſonne n'ignore, que ſi dans le Golfe de Veniſe la Mer paroît monter à quelque hauteur, c'eſt que les eaux refléchies des Côtes de la Morée, ſur celle d'Italie, y ſont ſoutenuës par les Flots, qui ſurviennent dans le tems du Flux.

Explication de la Période de chaque mois.

Mais d'où vient que quand la Lune eſt près des Syzygies, les Marées ſont plus grandes, & que quand elle eſt près des Quadratures, elles ſont moindres, que quand elle en eſt éloignée? Il eſt aiſé d'en voir la raiſon dans les principes que nous avons établis.

Premierement, Les Flots de l'Océan doivent ſous la Lune s'élever davantage (*pag.* 23.) lorſqu'ils y ſont moins preſſés; or ils le ſont moins, quand la Lune eſt aux Syzygies, puiſque l'effort avec lequel elle ſe porte vers le Soleil (*pag.* 16. *lig.* 22.) eſt alors triple de ce qu'il eſt aux Quadratures; il faut donc que quand la Lune eſt aux Syzygies, les Flots de l'Océan montent plus que quand elle eſt aux Quadratures.

Secondement, Si l'on fait préciſion de l'excentricité de l'Orbite lunaire, la diſtance qu'il y a de la Terre à la Lune, quand elle eſt aux Syzygies, eſt à la diſtance qu'il y a, quand elle eſt aux Quadratures, comme 69 à 70. Or les forces qui font monter les eaux de l'Océan vers la Lune, ſont (*pag.* 29.) en raiſon inverſe des Cubes de ces diſtances; ces forces ſont donc plus grandes, quand la Lune eſt aux Syzygies, que quand elle eſt aux Quadratures; d'autant que le Cube de 70 = 343000, eſt plus grand que le Cube de 69 = 328509. Et ces forces plus grandes cauſent néceſſairement une plus grande élevation des eaux.

Troiſiémement,

Troisiémement, Enfin, si les eaux de l'Océan sont toujours poussées (*pag.* 11.) vers le Soleil, & (*pag.* 23) vers la Lune, ou vers les points du Ciel diametralement opposés à ces Astres, il est manifeste que quand la Lune s'approche des Syzygies, les Flots, soit de l'Hemisphere éclairé par la Lune, soit de l'autre Hemisphere, reçoivent deux impulsions, dont les Directions sont en même sens, & font un Angle plus aigu, quand la Lune s'approche davantage des Syzygies, & un Angle moins aigu, quand elle s'approche des Quadratures : or on sçait (*pag.* 20. *lig.* 8.) que quand deux impulsions sont en même sens, & qu'elles concourent à former un effort composé, cet effort est plus grand, lorsque leurs Directions font un Angle plus aigu : les Flots de l'Océan reçoivent donc plus de force pour s'élever, quand la Lune s'approche des Syzygies ; ils en reçoivent moins, quand elle s'approche des Quadratures : il faut donc que quand la Lune s'approche des Syzygies, les Marées aillent en croissant ; & quand la Lune s'approche des Quadratures, il faut que les Marées aillent en diminuant. C. Q. F. E.

Que si ces Marées ne sont pas aussi grandes, quand la Lune est aux Syzygies, que quand elle est à $18\frac{1}{2}$ dégrés au-delà ; ce n'est pas que les Flots ne reçoivent plus de force pour s'élever, quand la Lune est aux Syzygies, qu'ils n'en reçoivent après ; mais ces forces n'ont pas d'abord tout leur effet : les eaux, par exemple, de l'Hemisphere éclairé par la Lune, plus pressées aux extrémités de cet Hemisphere, que vers le milieu, n'arrivent pas d'abord à l'endroit où elles cesseront de s'élever : d'ailleurs, l'effet des plus grandes forces est pendant quelque tems secondé par celles que les Flots reçoivent après, jusqu'à ce que la Lune est arrivée à $18\frac{1}{2}$ dégrés au-delà des Syzygies : il faut donc que les Marées aillent en croissant jusques-là : ensuite les eaux moins pressées aux extrémités de cet Hemisphere, cédent à la pésanteur des Flots élevés vers le milieu ; ces Flots s'abbaissent d'un mouvement acceleré, comme il

arrive à tout Corps, que sa pésanteur fait descendre, & la cause de l'acceleration fait que ce mouvement dure jusqu'à ce que la Lune est arrivée à 18½ dégrés au-delà des Quadratures; il faut donc que les Marées aillent en diminuant jusques-là.

Enfin, s'il arrive quelquefois que les Marées des Quadratures égalent en hauteur les Marées des Nouvelles & des Pleines Lunes, cela vient de ce que l'excentricité du mouvement de la Lune fait que quelquefois aux Syzygies, la Lune est en Apogée, comme on le voit dans l'explication que M. Villemot a donné de l'Apogée de la Lune: avec cela, si la Lune aux Quadratures est à l'Equateur, comme il arrive aux Solstices, les Marées pourront être aussi hautes au tems des Quadratures, qu'à celui des Conjonctions & des Oppositions, parce qu'à l'Equateur le mouvement journalier de la Terre favorise plus qu'ailleurs l'action des Causes qui font monter la Mer.

Quant à la varieté des heures ausquelles la haute-Mer arrive en un même endroit, nous en avons assez donné la raison (*pag.* 34. *num.* 4.); néanmoins pour montrer ici combien cette explication est conforme aux principes les plus connus, soit l'Orbite de la Lune A B C D (*Fig.* 3.); vers le centre de laquelle soit le Globe terrestre E F G H, entouré de la Mer J L M N. Si la Lune est au point B en conjonction avec le Soleil S, & que les eaux qui sont en L & en N soient moins pressées que toutes celles d'alentour; celles qui sont dans les espaces J L, M L, doivent se porter vers L; & celles qui sont dans les espaces M N, J N, doivent se porter vers N; c'est un des premiers principes de l'Hydrostatique.

Mais, si ces eaux, en tâchant de s'élever en L vers B, & en N vers D, doivent aussi satisfaire au mouvement journalier qui les porte de l'Occident à l'Orient, les endroits de leur plus grande élevation, ne seront, ni le point L, ni le point N, mais des points éloignés de ceux-ci (*pag.* 32.) de 45 dégrés vers l'Orient, par exemple R & V, où l'on

compte alors les trois heures, tant ſolaires, que lunaires.

Enſuite, quand la Lune, en parcourant ſon Orbite, ſe ſera avancée vers l'Orient juſqu'au point O, & qu'on comptera les trois heures ſolaires en R, & les trois heures lunaires en M, l'endroit de la plus grande élevation des eaux ſera (*pag.* 34. *num.* 4.) environ quatre fois plus près du point M, que du point R, par exemple, au point *y*; parce que la force qui accumuleroit les eaux en R, en les élevant vers le Soleil, eſt à celle qui en les portant vers la Lune, les accumuleroit en M (*pag.* 31. *lig.* 9.), comme 1 à 4, ou environ. Alors les trois heures ſolaires R, précedant les trois heures lunaires M, la haute Marée en *y*, précede auſſi les trois heures lunaires de tout l'intervalle *y* M.

Que ſi la Lune eſt éloignée des Syzygies B d'un peu plus de 45 dégrés; qu'elle ſoit, par exemple, en *x*, & qu'on compte les trois heures ſolaires en R, & les trois heures lunaires en *z*, alors l'endroit de la plus grande élevation des eaux ſera environ quatre fois plus près de *z*, que de R, par exemple, au point M; & l'eſpace R *z* étant plus grand que l'eſpace R M, la cinquiéme partie M *z* de l'eſpace R *z*, ſera plus grande que la cinquiéme partie *y* M de l'eſpace R M; c'eſt-à-dire que l'intervalle qu'il y aura du tems de la haute-Mer à celui de la troiſiéme heure lunaire, ſera plus grand qu'aux Marées des jours précedens.

Quand la Lune ſera près des Quadratures, par exemple, au point *a* les eaux qui ſeront ſous cet Aſtre en *y*, n'auront pour ſe porter vers le Soleil S, qu'environ le tiers (*pag.* 16. *lig.* 22.) de la force qu'elles avoient pour cela au point L; cette force ſera donc alors en bien moindre raiſon qu'auparavant, à l'effort qui les portera vers la Lune; il faudra donc (*pag.* 20. *lig.* 3.) que l'endroit de la plus grande élevation des eaux, ſoit plus près qu'auparavant, de l'endroit où l'on comptera les trois heures lunaires.

Enſuite, ſi la Lune eſt en Quadrature avec le Soleil au point C, les eaux qui ſont en M, n'ont pas de leur mou-

vement annuel plus de force pour s'élever vers le Soleil S, que vers le point D diametralement opposé; il faut donc qu'elles ne satisfassent qu'à la puissance qui les éleve vers la Lune, & au mouvement journalier; ainsi l'endroit de la plus grande élevation des eaux sera sous le Parallele où est la Lune, à l'endroit où l'on comptera les trois heures lunaires, par exemple au point K.

Enfin, quand la Lune ira des Quadratures aux Syzygies, & qu'elle sera arrivée, par exemple, au point *b*, si l'on compte les trois heures lunaires au point N, & les trois heures solaires au point V, l'endroit de la plus grande élevation des eaux sera environ quatre fois plus près du point N, que du point V par exemple, au point D; & ainsi le tems des trois heures lunaires en N, précedera celui de la haute-Mer de tout l'intervalle N *d*.

Du reste, nous avons montré, que quand sur l'Océan on parcourt des Paralleles à l'Equateur, on décrit (*pag.* 33. *num.* 3.) des Ellipses dont les plus grands diametres sont tous sous le même Meridien; & que la haute-Mer n'arrive à diverses Plages, que quand par le mouvement journalier (*pag.* 37. *num.* 2.), ces Plages arrivent au Méridien où se trouvent les plus grands Diametres des Ellipses, qui forment les Paralleles qu'on parcourt: or, soit que la Lune se trouve dans l'Hemisphere Austral, soit qu'elle se trouve dans l'Hemisphere Septentrional, le mouvement journalier est le même; & par conséquent les Plages Septentrionales n'en arrivent, ni plus tard, ni plus tôt, à quelque Méridien que ce soit: la haute-Mer doit donc ne pas arriver plus tard aux Plages Septentrionales, quand la Lune est dans l'Hemisphere Austral, que quand elle est dans l'Hemisphere Septentrional. Ainsi s'explique aisément tout ce qui regarde la Période de chaque mois.

Explication de la Période annuelle.

Il n'est pas moins aisé, dans le systême que nous suivons, de rendre raison des grandes Marées des Equinoxes: pour peu qu'on connoisse les forces centrifuges des mouvemens circulaires, on voit qu'à l'Equateur, les eaux reçoivent du

mouvement journalier plus de force, pour s'éloigner du centre de la Terre, qu'elles n'en reçoivent ailleurs. Nous avons même déja remarqué (*pag.* 18. *lig.* 27.) qu'à l'Equateur, cet effort centrifuge est à celui d'un égal mobile, qui seroit à la Latitude de Paris, comme 7, 54064, à 3, 267; de plus la Terre étant un Sphéroïde applati vers les Poles, les eaux à l'Equateur sont plus éloignées qu'ailleurs du centre de la Terre; cet éloignement fait que la cause de la pésanteur resiste moins à l'élevation de ces eaux; car les forces de la pésanteur (*pag.* 12. *num.* 4.) sont en raison inverse des Quarrés des distances, qu'il y a du corps pésant au centre de la Terre: il faut donc que, lorsque les causes qui font monter la Mer, agissent sur les Flots qui sont à l'Equateur, elles trouvent plus de facilité à les élever; & que si d'ailleurs tout est égal, la Mer monte alors plus qu'en tout autre tems; or aux Nouvelles & aux Pleines Lunes des Equinoxes, le Soleil & la Lune se trouvent sur les eaux qui sont à l'Equateur; & c'est sur-tout sous ces Astres, que se fait alors le grand effort des Causes qui font monter la Mer; elle doit donc alors monter plus qu'en tout autre tems. C. Q. F. E.

Il faut donc qu'aux Quadratures de la Lunaison des Equinoxes, les Marées soient moins hautes qu'en tout autre tems; car alors la Lune est sur des eaux plus éloignées de l'Equateur, c'est-à-dire, sur des eaux, qui reçoivent du mouvement journalier moins de force, pour s'éloigner du centre de la Terre, & dont la pésanteur resiste davantage à leur élevation.

Il faut aussi qu'aux Nouvelles & Pleines Lunes des Solstices, les Marées soient moins grandes qu'aux Nouvelles & aux Pleines Lunes des autres Lunaisons; parce qu'aux Conjonctions & aux Oppositions d'environ les Solstices, le Soleil & la Lune sont sur des eaux éloignées de l'Equateur; mais aux Quadratures des Solstices, la Lune est sur les eaux qui sont à l'Equateur, la Mer doit donc alors monter plus qu'aux Quadratures des autres Lunaisons.

Que si d'ailleurs tout est égal, les Marées du Solstice

d'Hyver ſeront plus grandes que celles du Solſtice d'Eté ; parce qu'en Hyver le Soleil eſt plus près de la Terre : la diſtance qui le ſépare de la Terre au Solſtice d'Hyver, eſt à celle où il eſt au Solſtice d'Eté, comme 983 à 1017, & les forces qu'ont les Flots pour monter vers le Soleil, ſont (*pag.* 13.) en raiſon inverſe des Cubes de ces diſtances.

Les Marées ſeront auſſi plus grandes, quand la Lune ſera plus près de la Terre, parce qu'auſſi les forces qu'a la Mer pour monter vers la Lune (*pag.* 29.) ſont en raiſon inverſe des Cubes des diſtances, qu'il y a de la Terre à la Lune : on n'aura donc jamais de ſi grandes Marées, que quand la Lune ſera en ſon Perigée à l'Equateur en Conjonction ou en Oppoſition avec le Soleil ; parce qu'alors tout ce qui peut contribuer à faire monter la Mer, ſe trouvera réuni ſur l'endroit de l'Océan, où les Flots, pour s'élever, ont du côté de la péſanteur moins à vaincre qu'en tout autre endroit.

Enfin, dans les Contrées Septentrionales, les Marées des Nouvelles & des Pleines Lunes, ſeront en Eté plus grandes le ſoir que le matin ; parce qu'en imitant (*pag.* 32. *num.* 2.) le mouvement de la Lune, un des plus hauts points de la Mer ſe trouve alors dans l'Hemiſphere Septentrional, & l'autre dans l'Hemiſphere Auſtral ; & celui qui eſt dans l'Hemiſphere Septentrional, eſt en Eté ſur l'Horiſon au tems de la haute-Mer du ſoir, & il eſt deſſous l'Horiſon au tems de la haute-Mer du matin : donc en Eté dans les Contrées Septentrionales, les eaux ſur l'Horiſon ſont le ſoir aſſez près du plus haut point de la Mer, & le matin elles en ſont plus loin : & l'Océan ayant (*pag.* 33. *num.* 1.) la figure d'un Solide elliptique concentrique avec la Terre, n'eſt-il pas évident que les Marées doivent paroître plus hautes, à meſure qu'on eſt plus près de l'endroit de la Mer le plus élevé ? Il faut donc qu'en Eté, dans les Contrées Septentrionales, les Marées du ſoir paroiſſent plus hautes que celles du matin. En Hyver au contraire, le plus haut

point de la Mer, qui est dans l'Hemisphere Septentrional, se trouve le matin sur l'Horison, & le soir dessous l'Horison: il faut donc qu'en Hyver dans les Contrées Septentrionales, les Marées du matin soient plus grandes que celles du soir.

En effet, à la Nouvelle Lune d'environ les Solstices d'Eté, dans les Mers libres de tout obstacle aux mouvemens des Flots, la haute-Mer arrive le soir sur les trois heures; la Lune est alors sur l'Horison, près du Tropique de l'Ecrevisse, à 45 dégrés du Méridien vers l'Occident; & par conséquent celui des plus hauts points de la Mer, qui est dans l'Hemisphere Septentrional, se trouve alors (*pag.* 33. *num.* 2.) sur l'Horison près du Méridien: mais le matin la haute-Mer arrive environ les trois heures, & alors la Lune est sous l'Horison à 45 dégrés du Méridien vers l'Occident de dessous l'Horison, c'est-à-dire vers notre Orient; & par conséquent celui des plus hauts points de la Mer, qui est dans l'Hemisphere Septentrional, se trouve alors (*ibid.*) sous l'Horison près du Méridien.

De même à la Pleine Lune d'environ les Solstices d'Eté, la haute-Mer arrive le soir sur les trois heures: la Lune est alors dans l'Hemisphere Austral sous l'Horison, & le point du Ciel diametralement opposé, se trouve précisément sur l'endroit de la Mer sur lequel la Lune nouvelle étoit à pareille heure; & puisque sous le point du Ciel diametralement opposé à la Lune (*pag.* 25. *lig.* 20.) la Marée est la même que sous la Lune, il faut bien qu'au tems de la Pleine Lune, comme à celui de la Nouvelle Lune, la Marée en Eté dans les Contrées Septentrionales, soit plus grande le soir que le matin.

Mais au lieu qu'en Eté, la Lune au tems de la Conjonction, est dans l'Hemisphere Septentrional; en Hyver la Lune en Conjonction, est dans l'Hemisphere Austral; & conséquemment au tems de l'Opposition, au lieu qu'en Eté la Lune est dans l'Hemisphere Austral, elle est en Hyver dans l'Hemisphere Septentrional: il faut donc que tout

à rebours des Marées d'Eté, les Marées d'Hyver soient plus grandes le matin que le soir. C. Q. F. E.

Les mouvemens singuliers, qu'on remarque en quelques endroits de la Mer, ne prouvent rien contre ce que nous avons dit de la Cause du Flux & Reflux de la Mer.

Nous sera-t-il permis de penser que cette explication du Flux & Reflux de la Mer ne suppose que les principes les plus connus, qu'elle est aisée, qu'elle s'étend à toutes les circonstances de ce grand Phénomene; & que du moins elle peut faire douter, si la découverte des vraies Causes du Flux & Reflux est autant impossible, qu'il est ordinaire de se le persuader?

Mais les Causes à quoi nous recourons, sont, dit-on, trop regulieres, pour suffire à ces mouvemens si bizarres, qu'on remarque en certains endroits de la Mer. Nous avons déja répondu, que ce qu'il y a de singulier à ces mouvemens, dépend bien moins de la Cause du Flux & Reflux, que de diverses circonstances, dont il faut s'assurer par d'exactes observations.

Par exemple, au Pas de Calais, la Mer devient plus haute au tems du Reflux; mais on voit qu'alors les eaux qui se retirent des Côtes d'Angleterre & des Côtes de France, se joignent au milieu du Détroit, & donnent à la Mer ce surcroît de hauteur.

Au Port de Batsha, dans le Tunquin, à 20 dégrés 50 minutes de Latitude Boréale, le lendemain du jour que la Lune a été à l'Equateur, la Mer est tout le jour sans monter & sans descendre: ensuite dès que la Lune commence à décliner, à s'éloigner de l'Equateur, on voit dans ce Port le Flux & le Reflux, non pas deux fois le jour, comme aux autres Ports, mais une fois seulement; si la Lune décline vers le Nord, le fort du Flux est au coucher de la Lune, & celui du Reflux au lever; si elle décline vers le Sud, le fort du Flux est au lever de la Lune, & celui du Reflux au coucher: à mesure que la Lune s'éloigne de l'Equateur, les Marées vont en croissant durant sept ou huit jours; quand elle s'en rapproche, les Marées diminuent d'autant qu'elles avoient crû: l'Euripe a-t-il rien de plus singulier?

M. Newton

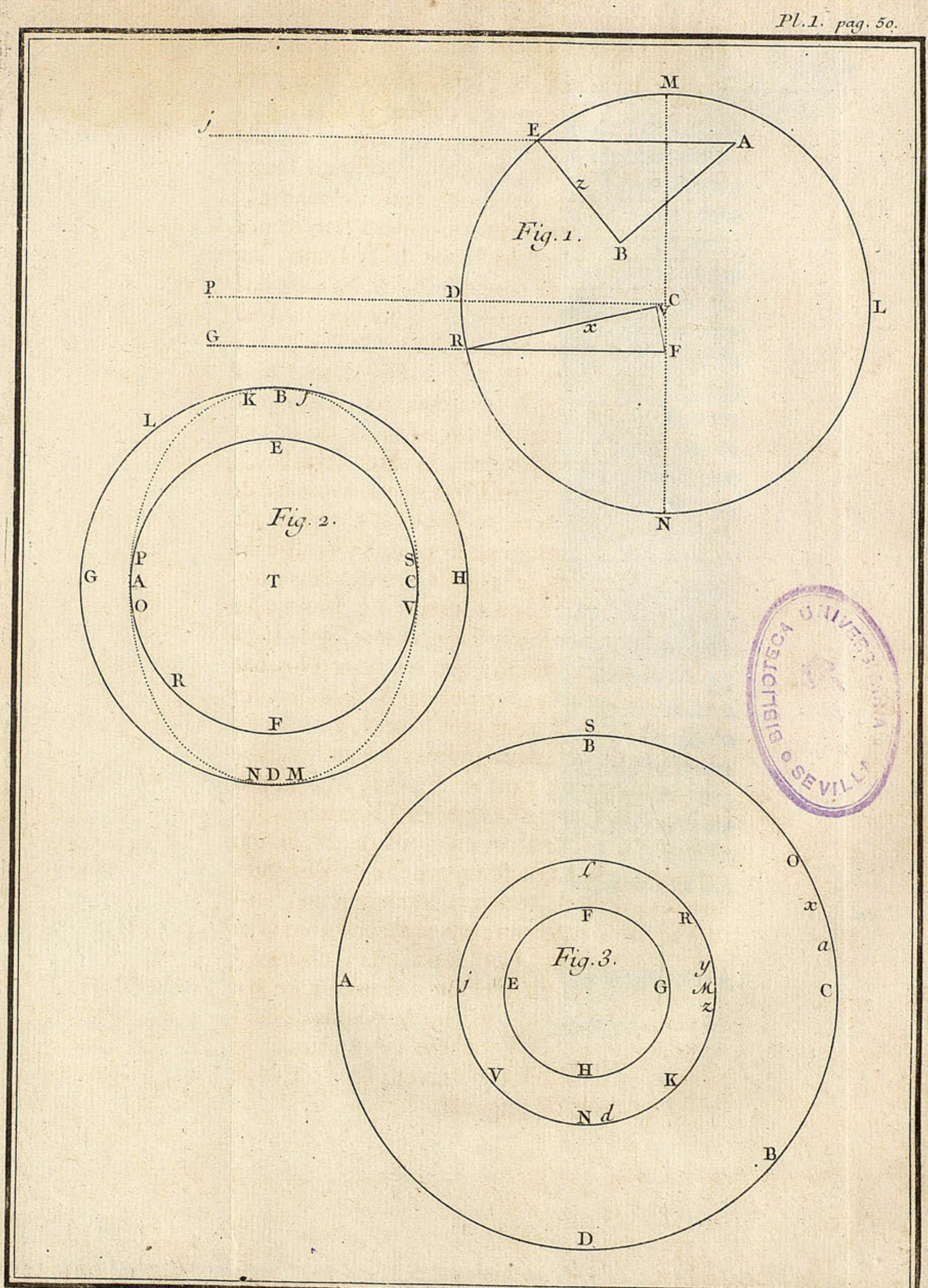
M. Newton a pourtant fait voir que tout cela peut ſuivre du cours ordinaire du Flux & Reflux de l'Océan : on ſçait que la Marée vient au Port de Batsha de deux côtés : elle y vient de la Mer de la Chine, en paſſant entre le Continent & l'Iſle de Luçon ; elle y vient de la Mer des Indes, en paſſant entre le Continent & l'Iſle de Borneo. Si les Flots de l'Océan employent 12 heures à venir des Indes à Batsha, la haute-Mer y arrivera de ce côté-là à la troiſiéme heure lunaire ; s'ils employent ſix heures à venir de la Chine, la haute-Mer arrivera de cet autre côté-là à la neuviéme heure lunaire, c'eſt-à-dire qu'à Batsha le moment où commencera le Reflux vers les Indes, ſera celui où commencera le Flux du côté de la Chine ; & ſi la Marée du ſoir eſt égale à celle du matin, comme il arrive quand la Lune eſt à l'Equateur, ce Port recevra autant d'eau d'une part, qu'il en perdra de l'autre ; & ainſi de tout ce jour, la Mer ne paroîtra dans ce Port, ni deſcendre, ni monter.

Dès que la Lune déclinera vers l'un ou vers l'autre Pole, les Marées à l'Océan (*pag.* 18. *lig.* 11.) ſeront alternativement l'une plus grande, & l'autre moindre : ſi la Lune décline vers le Nord, la Marée ſera plus grande à l'Océan ſeptentrional, quand la Lune ſera ſur l'Horiſon ; & elle ſera moindre, quand la Lune ſera ſous l'Horiſon ; tout le contraire arrivera, quand la Lune déclinera vers le Sud.

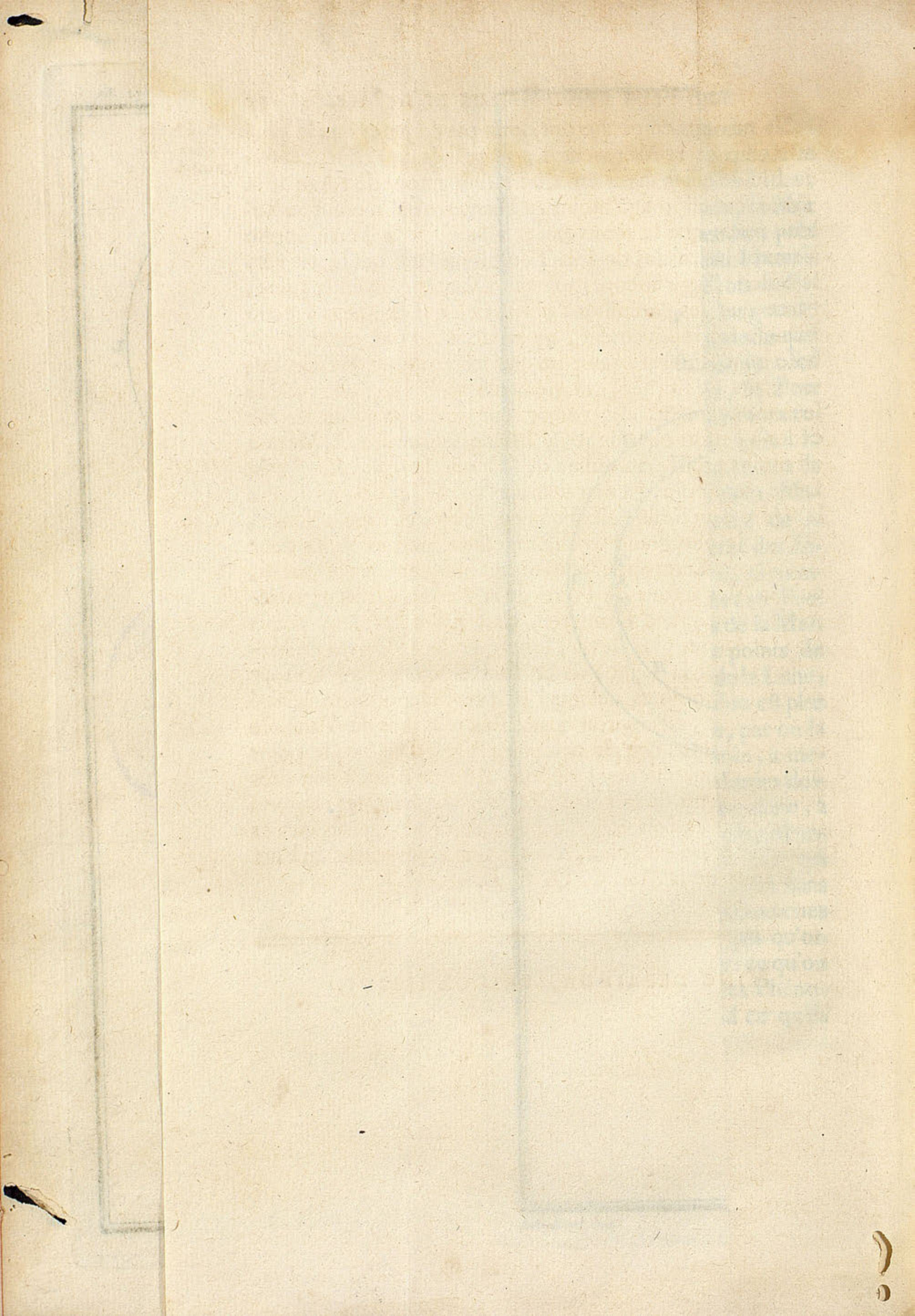
Suppoſons donc, que d'abord la Lune décline vers le Nord ; les Flots, que la moindre des deux Marées aura fait monter des Indes à Batsha, commenceront à ſe retirer vers l'Océan trois heures après que la Lune aura été au Méridien ſur l'Horiſon ; & préciſément alors les Flots, que la plus grande des deux Marées fera monter de la Chine, commenceront d'arriver à ce Port ; il recevra donc alors du côté de la Chine plus d'eaux qu'il n'en perdra vers les Indes, ainſi la Mer y paroîtra monter ; le fort de ce mouvement ſera à la ſixiéme heure lunaire, c'eſt-à-dire au coucher de la Lune, & ce Flux durera juſqu'à la neuviéme heure lunaire, alors la Mer ſera dans ce Port à ſa plus

grande hauteur; les Flots, que la plus grande des deux Marées faisoit monter, cessent d'y arriver du côté de la Chine, & ils commencent d'y arriver du côté des Indes; ceux-là se retirent, & ceux-ci prennent leur place; la Mer ne paroîtra donc, ni monter, ni descendre, pendant près de six heures, que ces mouvemens dureront. Mais à la troisiéme heure avant le lever de la Lune, les Flots cesseront de monter du côté des Indes; les eaux de la plus grande des deux Marées s'en retourneront vers les Indes, tandis que celles de la moindre des deux Marées arriveront du côté de la Chine, ainsi vers la sixiéme heure lunaire, le Port paroîtra avoir perdu beaucoup plus d'eau qu'il n'en aura reçû; voilà le fort du Reflux au lever de la Lune: enfin à la neuviéme heure lunaire, la Mer sera dans ce Port à sa moindre hauteur; les Flots que la moindre des deux Marées faisoit monter, cesseront d'y arriver du côté de la Chine, & ils commenceront de s'y rendre du côté des Indes; la Mer sera près de six heures, sans paroître, ni monter, ni descendre: on n'aura donc dans 24 heures au Port de Batsha qu'une fois le Flux, & une fois le Reflux de la Mer.

Nous avons montré que les deux plus hauts points de l'Océan imitent le mouvement & la déclinaison de la Lune, & qu'on a des Marées plus hautes, à mesure qu'on est plus près d'un de ces deux points; les embouchures, par où la Marée monte au Port de Batsha, en sont plus loin, à mesure que la Lune s'éloigne de l'Equateur, les Marées doivent donc y aller alors en croissant, & diminuer ensuite, à mesure que la Lune se rapproche de l'Equateur; la prétendue bizarrerie de tous ces mouvements, a-t-elle rien qui ne s'accorde exactement avec ce que nous avons établi dans cette Dissertation? Concluons que si d'autres Phénomenes présentent à l'esprit quelque difficulté, ce n'est pas qu'on ne connoisse la Cause du Flux & Reflux de la Mer: ce qu'on ne connoît pas, c'est quelque circonstance de ces Phénomenes, qu'il faudroit observer, & d'où dépend ce qu'ils semblent avoir de singulier.



Dheulland Sculp.



Conclusion de cette Dissertation.

Ils ne nous empêcheront donc pas de juger que le Flux & Reflux de la Mer vient des inégalités de l'effort central du Fluide qui se meut en Tourbillon autour de l'Axe de la Terre : cet effort agit moins au Diametre qui répond au Soleil, parce que le mouvement annuel de la Terre donne à toutes les parties de son Tourbillon une tendance vers le Soleil : il agit encore moins au Diametre où est la Lune, parce que les percussions obliques, qui donnent à cette Planete son mouvement, ne lui donnent pas toute la vitesse qu'il faudroit, pour ne pas interrompre l'action des Courants de l'Ether, qui viennent après elle : elle retarde leur mouvement; elle rompt leur direction, elle les fait céder à l'effort centrifuge du Fluide sublunaire, la Mer en est moins pressée au milieu de l'Hemisphere éclairé par la Lune, & au point diametralement opposé ; & cela lui donne la figure d'un Solide elliptique concentrique avec la Terre, & dont le plus grand Diametre est toujours entre les deux Tropiques. Enfin, pour satisfaire au mouvement journalier, qu'a la Mer autour de l'Axe de la Terre, les deux extrémités de ce grand Diametre, c'est-à-dire les deux points de l'Océan les plus élevés, sont toujours à l'Orient du Méridien où est la Lune ; ils en sont éloignés d'environ 45 dégrés ; & toujours celui qui est dans l'Hemisphere éclairé par la Lune, est environ quatre fois plus près du Parallele où est la Lune, que de celui où est le Soleil, ou le point du Ciel diametralement opposé. Il imite donc à peu près le mouvement de la Lune ; & de-là viennent ces rapports si constants, qu'on observe entre les divers aspects qu'a la Lune à l'égard du Soleil, & les divers mouvemens du Flux & Reflux de la Mer. C. Q. F. E.

HINC DEPRIMOR, ERIGOR ILLINC.

TRAITÉ
SUR
LE FLUX ET REFLUX DE LA MER,

ADRESSÉ

A MESSIEURS

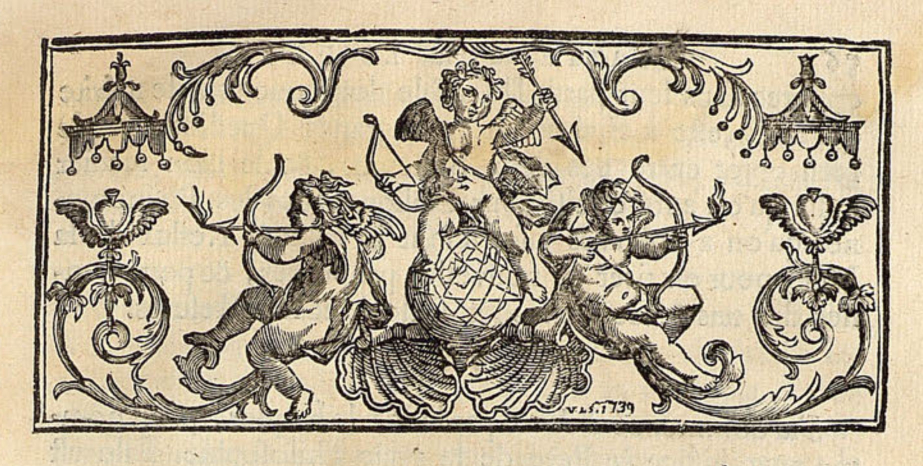
DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES,

Pour concourir au PRIX de 1740.

Par M. DANIEL BERNOULLI, *Professeur d'Anatomie & de Botanique à Basle.*



DEUS NOBIS HÆC OTIA FECIT.



TRAITÉ SUR LE FLUX ET REFLUX DE LA MER.

CHAPITRE PREMIER.

Contenant une Introduction à la Question proposée.

I.



DANS le grand nombre des Systêmes sur le Flux & Reflux de la Mer, qui sont parvenus à notre connoissance depuis l'antiquité la plus reculée, il n'y a plus que ceux des Tourbillons & de l'Attraction ou Gravitation mutuelle des Corps célestes & de la Terre, qui partagent encore les Philosophes de notre tems : l'un & l'autre de ces Systêmes ont eu les plus grands Hommes pour Défenseurs, & ont entraîné des Nations

entieres dans leur parti. Il ſemble donc que tout le mérite qui nous reſte à eſpérer ſur cette grande Queſtion, eſt de bien opter entre ces deux Syſtêmes, & de bien manier celui qu'on aura choiſi pour expliquer tous les Phénomenes qu'on a obſervés juſqu'ici ſur le Flux & Reflux de la Mer, pour en tirer de nouvelles propriétés, & pour donner des uns & des autres les Calculs & les Meſures.

II.

J'ai commencé d'abord par l'idée de Kepler, qu'on nomme avec juſtice le Pere de la vraie Philoſophie. Elle eſt fondée ſur l'Attraction ou Gravitation mutuelle des Corps céleſtes & de la Terre : cet incompréhenſible & inconteſtable Principe, que le grand Newton a ſi bien établi, & qu'on ne ſçauroit plus revoquer en doute, ſans faire tort aux ſublimes connoiſſances & aux heureuſes découvertes de notre ſiécle. Après un examen fort ſcrupuleux, j'ai vû que cette Gravitation mutuelle, conſidérée dans les Globes de la Terre, de la Lune & du Soleil, non-ſeulement pouvoit produire tous les Phénomenes du Flux & Reflux de la Mer, mais même qu'elle le devoit néceſſairement, & qu'elle le devoit, ſuivant toutes les loix qu'on a obſervées juſqu'ici. Avec ces heureux ſuccès, j'ai pouſſé mes recherches auſſi loin qu'il m'a été poſſible de les porter. En chemin faiſant, je ſuis tombé ſur les Théoremes de M. Newton, dont je n'avois pû gueres voir la ſource auparavant; mais en même tems j'ai remarqué le peu de chemin qu'on a encore fait dans cette matiere, & même l'inſuffiſance de la Méthode uſitée, lorſqu'elle eſt appliquée à des Queſtions un peu détaillées. J'ai ſuivi une toute autre route; j'ai pouſſé mes recherches bien plus loin, & je ſuis entré dans un détail tel que l'ACADÉMIE m'a paru le demander; & je dois dire à l'avantage des Principes que nous adopterons, que j'ai trouvé par-tout un accord merveilleux entre la Théorie & les Obſervations, accord qui doit être d'autant moins ſuſpect, que je n'ai conſulté les Obſervations, qu'après avoir achevé

achevé tous mes Calculs, de maniere que je puis dire de bonne foi, d'avoir deviné la plufpart des Obfervations, fur lefquelles je n'étois pas trop bien informé, lorfque j'ai entrepris cet ouvrage.

I I I.

Quant aux Tourbillons, j'avouë qu'il eft bien difficile d'en demontrer le faux à ceux qui veulent s'obftiner à les défendre: mais auffi il n'en eft pas de la Phyfique, comme de la Géometrie. Dans celle-ci on n'admet, ni ne rejette rien, que ce dont on peut abfolument démontrer la vérité, ou la fauffeté, pendant que dans la Phyfique il faut fe rapporter fouvent à un certain inftinct naturel de fentir le faux & le vrai, après avoir bien péfé toutes les raifons de part & d'autre. Quant à moi, je ne trouve point ce caractere de vérité, ni dans l'hypothefe des Tourbillons, ni dans les conféquences que l'on en tire. Si nous difons que le Tourbillon a la même denfité, la même direction & la même viteffe que la Lune, ce Tourbillon ne fçauroit faire aucun effet; & fi au contraire nous fuppofons ces trois chofes n'être pas les mêmes de part & d'autre, il me paroît bien clair & bien certain, que l'effet du Tourbillon devroit fe manifefter infiniment davantage dans le mouvement de la Lune, que dans celui des Eaux de la Terre. Cependant on fçait parfaitement bien que la Lune, quoique fujette à beaucoup d'irrégularités dans fes mouvemens, n'en a aucune qui puiffe être attribuée à l'action auffi fenfible d'un Tourbillon. Si nous paffons par-deffus toutes ces différentes difficultés, nous en rencontrerons d'autres également embarraffantes. C'eft contre les loix de l'Hydroftatique, que la Lune, qui nage dans le Tourbillon, puiffe caufer des variations dans la compreffion des parties du Fluide. C'eft une propriété effentielle des Fluides de fe remettre auffi-tôt à l'Equilibre, lorfque fes Parties en font forties. Si une colonne du Tourbillon, entre la Lune & la Terre, étoit plus comprimée qu'une autre colonne fem-

blable, rien ne ſçauroit empêcher ſes parties de s'échaper de côté juſqu'au retabliſſement de l'Equilibre. Qu'on s'imagine, par exemple, l'air de notre Atmoſphere tout d'un coup extrêmement échauffé; ce changement feroit en même tems hauſſer à proportion le Mercure dans le Barometre, puiſque l'air chaud a plus de reſſort que l'air froid; mais comme rien n'empêche l'air de s'échaper de côté juſqu'à la parfaite conſervation de l'Equilibre, cela fait qu'un tel changement n'en ſçauroit faire aucun ſur le Barometre; auſſi n'obſerve-t-on dans le Barometre aucune variation du jour à la nuit, qui cependant, par un raiſonnement tout-à-fait ſemblable à celui des Tourbillonnaires pour expliquer les Marées, devroit être très-ſenſible. Pareillement ſi les eaux d'une Riviere donnent contre un pieu, on ne remarquera aucune différence dans la ſurface des eaux, que bien près du pieu, & le fond du lit de la Riviere ſera toujours également preſſé. En voilà aſſez & trop ſur cette matiere; car ce ſera toujours aux Sectateurs de Deſcartes de montrer l'effet des Tourbillons ſur l'Océan, avec la même clarté qu'on peut le faire, moyennant le principe de Kepler, principe d'ailleurs qui n'eſt plus conteſté; ſçavoir, que la Terre & tous les Corps céleſtes ont une tendance mutuelle à s'approcher les uns des autres. Ce principe poſé, il eſt facile de faire voir, que la Terre que nous ſuppoſerons devoir être ſans cette tendance parfaitement ronde, en changera continuellement ſa figure, & que c'eſt ce changement de figure qui eſt la cauſe du Flux & Reflux de la Mer: Comme ce changement dans la Figure de la ſurface de la Terre eſt produit de differentes façons, j'en ferai ici un dénombrement, & je tâcherai dans la ſuite d'en donner la meſure.

I V.

Fig. 1. Si A eſt le centre de la Lune (*Fig.* 1.), ou du Soleil: $BGDH$ la Terre; ſi l'on tire par les centres de la Lune ou du Soleil & de la Terre la droite AD, & qu'on prenne

au dedans de la Terre un Point quelconque *F*, on tirera *FE* perpendiculaire à *B D*, avec la droite *F A*, & on achevera le Rectangle *F L A E*. Chaque point *F* eſt tiré ou pouſſé vers *A*, & cette force étant repreſentée par *F A*, elle ſera conſiderée comme compoſée des deux Laterales *FL* & *FE* : cela étant, on voit que la force *F E* étant appliquée dans chaque point de la Terre, ne ſçauroit que l'allonger au tour de *B D* : Et comme c'eſt une même raiſon pour tous les Plans qui paſſent par *B D*, il eſt clair que la Terre formera ainſi un Sphéroïde produit par la rotation d'une Courbe *B G D* autour de *B D*.

On remarquera, que cet allongement ne ſçauroit être qu'extrêmement petit. *Premierement*, A cauſe de la petiteſſe des Lignes, *F E* par rapport à *F A*. *En ſecond lieu*, A cauſe du peu de rapport qu'il y a entre la péſanteur du Point *F* vers *A*, à la péſanteur du même Point vers le centre de la Terre *C*. Nous verrons dans la ſuite que cet allongement ne peut aller qu'à un petit nombre de pieds, ce qui eſt fort peu conſidérable, par rapport au Diametre de la Terre.

On remarquera encore, que l'allongement total étant imperceptible par rapport au Diametre de la Terre, la différence des allongemens pour l'Hemiſphere ſupérieur *G B H*, & pour l'inférieur *G D H*, doit être inſenſible par rapport à l'allongement total ; à la rigueur, il faudroit dire, que les forces exprimées par *F E*, ſont tant ſoit peu plus grandes dans l'Hemiſphere *G B H*, que dans l'Hemiſphere oppoſé, dont les parties ſont plus éloignées du point *A*, & qu'ainſi ledit Hemiſphere *G B H* ſera un peu plus allongé que l'autre Hemiſphere : mais on ſent bien que la différence doit être inſenſible. On peut donc prévoir que les Poles *B* & *D* reſteront également éloignés du Point *C*, & que la Courbe *G B H* pourra être cenſée la même que *G D H*. Nous donnerons un Calcul juſte & détaillé de tout cela dans la ſuite de ce Traité.

Venons à une ſeconde conſidération, qui produira le

même resultat, que celle dont nous venons de parler.

V.

Comme la Terre tâche continuellement à s'approcher du Soleil & de la Lune, il faut qu'il y ait en même tems d'autres forces qui la retiennent; & ce sont les forces centrifuges de la Terre, qu'elle a par son mouvement autour du Soleil, & autour du centre de Gravité (je l'appelle ainsi, pour me conformer à l'usage) qui est entre la Terre & la Lune. Je démontrerai aussi ci-dessous, que cette force centrifuge doit être supposée égale dans toutes les parties de la Terre, & parallele à la Ligne *A D*, pendant que l'autre force se répand inégalement sur les parties de la Terre. Elle est plus grande dans les parties plus proches de *A*, & plus petite dans les parties qui en sont plus éloignées, & cela en raison quarrée reciproque des Distances. Cette raison supposée, le Calcul fait voir, que pourvû que les Couches concentriques de la Terre autour du Point *C*, soient homogenes, la force moyenne, qui pousse les parties de la Terre vers *A*, est précisément celle qui répond au centre de la Terre *C*; & que c'est dans ce centre *C*, où la force centrifuge est précisément égale à la force centripete. Ainsi chaque partie qui est entre *C* & *B*, est plus poussée vers *A*, qu'elle n'est repoussée; & au contraire chaque partie située entre *C* & *D*, est moins poussée vers *A*, qu'elle n'est repoussée; de sorte qu'en s'imaginant deux Canaux communiquans entre eux *GH* & *B D*, on voit que chaque goute dans la partie *CB*, est tirée vers *A*, & que chaque goute dans la partie *CD*, est poussée dans un sens contraire. Cela diminue l'action de la pésanteur vers le centre de la Terre dans le Canal *B D*, pendant que cette même pésanteur n'est pas diminuée dans le Canal *G H*, d'où il arrivera encore un allongement autour de l'Axe *B D*, ce que je m'étois proposé de faire voir.

Le Calcul montre que cette raison est en soi-même de fort peu d'importance; qu'elle ne sçauroit allonger l'Axe

B D confidérablement. Mais fon refultat eft affez comparable avec celui de l'allongement expofé auparavant. On prévoit d'ailleurs encore que l'allongement produit par cette raifon, doit être égal dans les Canaux *B C* & *C D*, la différence ne pouvant être fenfible ; & ainfi les Points *B* & *D* refteront encore également éloignés du centre *C*.

V I.

Une troifiéme raifon, qui peut allonger davantage l'Axe *B D*, eft que par l'allongement même, produit par les deux caufes précedentes, la péfanteur terreftre qui fait defcendre tous les Corps vers le centre *C*, eft changée. Cette péfanteur peut être confidérée comme égale dans les Canaux *G C* & *B C*, ou *D C* à des Diftances égales du centre *C*, tant que la Terre eft fuppofée Sphérique ; mais cette Sphéricité ôtée, il eft naturel que cette égalité ne pourra plus fubfifter. Il eft auffi vraifemblable que la péfanteur eft diminuée dans les Canaux *C B* & *C D*, & qu'ainfi l'Axe doit encore être prolongé. Pour calculer cet allongement, nous aurons recours au Syftême de M. Newton, qui fuppofe la péfanteur produite par l'Attraction commune de la matiere en raifon quarrée reciproque des Diftances. Ce n'eft pas que je croye cette hypothefe bien démontrée ; car la conclufion de la Gravitation mutuelle des Corps du Syftême du Monde en raifon quarrée reciproque des Diftances, qu'on ne fçauroit plus nier à une femblable attraction univerfelle de la matiere, de laquelle M. Newton déduit la péfanteur ; cette conféquence, dis-je, demande beaucoup d'indulgence. Mais je l'adopterai pour ce fujet, parce que tous les autres Syftêmes fur la péfanteur me feroient inutiles : c'eft le feul, qui étant du reffort de la Geometrie, donne des mefures affurées & fixes ; & il eft d'ailleurs digne de l'attention de tous les Géometres & Phyficiens.

VII.

Les trois causes que je viens d'exposer, comme pouvant & devant allonger la Terre autour de la Ligne qui passeroit par le centre du Soleil & de la Lune, sont d'une force assez égale ; de sorte qu'il faudra tenir compte de toutes, quoique chacune soit si petite, qu'elle ne sçauroit allonger la Terre au-delà d'un petit nombre de pieds, & peut-être moins d'un pied. Il sera bon de remarquer ici que ce qui, après le Calcul, exprime lesdits allongemens, est toujours un certain multiple, ou sous-multiple de $\frac{bg}{aG} \times b$, entendant par b le rayon de la Terre, par a la distance du luminaire en question & par $\frac{g}{G}$ la raison qui est entre la pésanteur d'un Corps placé en *B* vers *A*, & sa pésanteur vers *C*, laquelle raison est extrêmement petite.

J'ai jugé à propos d'alleguer ici cette Formule, que le Calcul m'a enseigné, afin que ceux qui voudroient le faire après moi, sçachent d'abord quels termes on peut rejetter, comme inutiles, qui rendent les Calculs extrêmement pénibles, & qui se trouvent au bout du Calcul, n'être d'aucune importance. Ce seroit une chose ridicule, de vouloir faire ici attention à des parties d'une Ligne qui proviendroient, si ladite quantité $\frac{bg}{aG} \times b$ étoit encore multipliée par $\frac{b}{a}$, ou par $\frac{g}{G}$.

VIII.

Notre dessein est d'abord de chercher & d'exprimer analytiquement les allongemens dont nous venons de parler. On peut les trouver par rapport aux deux premieres causes, indépendamment de la Figure de la Terre ; mais par rapport à la troisiéme cause exposée au sixiéme Article, il faut supposer la Terre, c'est-à-dire, le Méridien *B G D H* d'une Figure donnée ; & c'est l'hypothese la plus naturelle, de la supposer elliptique, ayant pour Axes les Lignes *B D* & *G H*;

quelle qu'elle ſoit, elle n'en ſçauroit être ſenſiblement différente, & ſi elle l'étoit, cela ne ſçauroit produire un changement bien conſidérable ſur le rapport des deux Axes *BD* & *GH*, que nous cherchons. Outre cela nous verrons que c'eſt ici un Problême, qui dépend encore de la loi des changemens dans les Denſités des couches de la Terre. M. Newton ſuppoſe la Terre par-tout homogene. Il ne l'a fait apparemment, que pour faciliter le Problême, qui eſt aſſez difficile dans toute autre hypotheſe. Mais cette ſuppoſition de M. Newton n'a aucune vraiſemblance; je dirai même, qu'elle ſeroit fort peu favorable à notre Syſtême, comme nous le verrons dans la ſuite. C'eſt pourquoi je n'ai pas voulu reſtreindre ſi fort la Solution du Problême en queſtion. J'ai cru que je payerois trop cher l'avantage d'applanir les difficultés du Problême, & les peines du Calcul. J'ai donc rendu notre Queſtion infiniment plus générale, pour en tirer tous les Corollaires, & pour choiſir ceux qui conviennent le plus à notre ſujet, & qui rendront par-là même plus vrai-ſemblables les hypotheſes, auſquelles ils appartiennent.

IX.

Voici à preſent nos hypotheſes. Nous conſidererons la Terre, comme naturellement ſphérique, & compoſée de couches concentriques : Nous ſuppoſerons ces couches homogenes, chacune dans toute ſon étendue; mais qu'elles ſont de différentes Denſités entre elles, & que la loi des variations de leur Denſité ſoit donnée. Quant à la Sphericité de la Terre, que nous ſuppoſerons, on voit bien qu'il ſeroit ridicule de s'y arrêter, puiſque l'élevation des eaux de l'Océan, cauſée par les deux Luminaires, ne ſçauroit différer ſenſiblement, que la Terre ſoit un peu applatie, ou un peu allongée. La ſuppoſition de l'Homogénéïté des couches concentriques, ne doit pas non plus nous faire de la peine, puiſqu'on ne ſçauroit donner aucune raiſon, pourquoi elles devroient être hétérogenes.

CHAPITRE II.

Contenant quelques Lemmes sur l'Attraction des Corps.

I.

JE prie encore une fois le Lecteur, de ne considérer ce Chapitre, que comme hypothétique. Je ne suppose l'Attraction universelle de la matiere, que parce que c'est la seule hypothese, qui admette des Calculs, & qu'elle est d'ailleurs assez bien fondée, pour mériter l'attention de tous les Philosophes du monde.

On appelle au reste Attraction, qu'exerce un Corps A sur un Corps B, la force accéleratrice, que le Corps B acquiert à chaque instant, en tombant vers A. On voit donc que l'effet de l'Attraction du Corps A sur le Corps B, est de communiquer à celui-ci une pésanteur, qu'on suppose proportionnelle à la masse du Corps A, divisée par le quarré de la Distance ; & cette pésanteur doit encore être multipliée par la masse du Corps B, pour avoir la force, que ce Corps exerce, s'il est empêché de s'approcher du Corps A.

PROBLEME.

II.

Soit une couche sphérique homogene, infiniment mince, & d'une épaisseur égale, comprise entre les surfaces sphériques $MNOR$ (*Fig.* 2.) & $PLQS$, trouver l'Attraction, ou la force accéleratrice, que cette couche exercera sur un Corps placé au point B, pris hors de la surface extérieure.

Fig. 2.

SOLUTION.

SOLUTION.

Qu'on tire la droite BO par le Point B & le Centre C, dans laquelle on prendra deux Points infiniment proches J & i : on tirera ensuite les deux Perpendiculaires JL & il, & par les Points L & l, on tirera du centre les droites CN & cn. Soit à présent $CB = a$; $CJ = x$; $Ji = dx$; $CP = b$; PM ou LN (que nous regardons comme infiniment petite) $= \zeta$: la Densité de la matiere de la couche $= m$.

On voit que pendant la revolution autour de l'Axe MO, la petite partie $NLln$ garde toujours une même Distance du Point B, & que cette Distance sera $= \sqrt{(aa - 2ax + bb)}$: or, comme il faut toujours diviser par le Quarré des Distances, il faudra pour trouver la force accéleratrice en question d'abord prendre $\frac{1}{aa - 2ax + bb}$, & cette quantité doit être ensuite multipliée par la raison de Bi à Bl, & on aura $\frac{a - x}{(aa - 2ax + bb)^{\frac{3}{2}}}$: & cette quantité doit encore être multiplié par la Masse de l'Anneau, que la partie $NLln$ forme par sa revolution, & la Masse doit être exprimée par la Densité m & la capacité de l'Anneau, c'est-à-dire (en nommant n la raison de la circonférence d'un Cercle à son rayon) par $m \times NL \times Ll \times n \times LJ$: ou par $m \times \zeta \times \frac{bdx}{\sqrt{(bb - xx)}} \times n \times \sqrt{(bb - xx)}$, ou enfin par $nmb\zeta dx$; de sorte qu'on a la force accéleratrice absoluë produite par ledit Anneau $= \frac{nmb\zeta(a - x)dx}{(aa - 2ax + bb)^{\frac{3}{2}}}$, dont l'Intégrale exprimera l'Attraction cherchée de toute la couche. Pour trouver cette Intégrale, nous supposerons $aa - 2ax + bb = yy$, & nous aurons $\int \frac{nmb\zeta(a - x)dx}{(aa - 2ax + bb)^{\frac{3}{2}}} = \int \frac{-nmb\zeta(aa - bb + yy)dy}{2aayy} = \frac{nmb\zeta}{2aa} \times \left(\frac{aa - bb - yy}{y} + C\right) = \frac{nmb\zeta}{2aa} \times \left(\frac{2ax - 2bb}{\sqrt{aa - 2ax + bb}} + C\right)$, entendant par C une Constante convenable : pour la trouver il faut remarquer, que l'Intégrale doit être $= o$, lors-

que $x = - b$, d'où l'on tire $C = \frac{2ab + 2bb}{a + b} = 2b$: substituant cette valeur, on obtient pour l'Intégrale en question $\frac{nmb\mathfrak{C}}{aa} \times \left(\frac{ax - bb}{\sqrt{aa - 2ax + bb}} + b \right)$, & mettant enfin b à la place de x, on obtient la force accélératrice cherchée $= \frac{2nmbb\mathfrak{C}}{aa}$. C. Q. F. T.

COROLLAIRE.

III.

Comme la quantité de la matiere de toute la couche (pour laquelle nous venons de déterminer la force accéleratrice, qu'elle exerce sur le Corps placé au point B) est $= 2nmbb\mathfrak{C}$, nous voyons que cette force accéleratrice est exprimée par la quantité de matiere divisée par le quarré de la Distance du Point B au Centre C, & par conséquent la même, que si cette quantité de matiere étoit concentrée au Centre.

SCHOLIE.

IV.

On remarquera que cette Solution n'a lieu, que lorsque le Point B est placé hors de la couche, parce que dans notre Calcul nous avons supposé, que chaque Anneau formé par la revolution de la partie $NLln$ produit une force accéleratrice du même côté, ce qui n'a plus lieu, lorsque le Point B est placé entre les deux surfaces, ou au-dedans de la surface intérieure. Je ne dirai rien de ces deux cas, dont chacun demande une Solution particuliere, parce que nous n'en aurons pas besoin, & qu'ils ont déja été resolus par l'Auteur de ces Problêmes. Je n'aurois même rien dit du cas que nous venons de résoudre, comme pareillement déja résolu par M. Newton, si je n'avois pas crû, qu'il étoit convenable de suivre toutes les traces qui nous menent à l'intelligence de notre Question principale : aussi

ces précautions ſont-elles néceſſaires, pour pouvoir toujours exprimer d'une même façon les Quantités conſtantes; & ainſi nous nous ſouviendrons toûjours dans la ſuite d'exprimer la force accéleratrice d'un Corps infiniment petit par la Maſſe diviſée par le quarré de la Diſtance, & de dénoter la Maſſe par le produit de ſon étenduë, & de ſa Denſité.

PROBLEME.

V.

Trouver l'Attraction pour un Corps placé en *B*, cauſée par une Sphere ſolide, compoſée de couches homogenes; mais de différentes Denſités entre elles.

SOLUTION.

Il paroît par le troiſiéme Article, qu'on n'a qu'à concevoir la Maſſe de toute la Sphere ramaſſée au Centre *C*, & qu'elle cauſera la même Attraction, tant que le Point *B* eſt hors de la Sphere: nommant donc *M* la Maſſe du Globe, ou la ſomme des Maſſes de toutes les couches, l'Attraction cherchée ſera $= \frac{M}{aa}$. C. Q. F. T.

PROBLEME.

VI.

Soit *BGDH* (*Fig.* 3.) une Ellipſe preſque circulaire, c'eſt-à-dire, dont la différence des Axes *BD* & *GH* ſoit regardée comme infiniment petite; & qu'on conçoive cette Ellipſe former par ſa rotation autour de l'Axe *BD*, un Sphéroïde homogene. On demande la force accéleratrice, ou l'attraction que ce Sphéroïde produira ſur un Corps placé au Pole *B*.

Fig. 3.

SOLUTION.

Soit la Denſité de la matiere exprimée par μ; le petit demi Axe $GC = b$; le grand demi Axe $BC = b + \epsilon$;

$BJ = x$; $Ji = dx$; on aura la perpendiculaire $LJ = \frac{b}{b+\beta} \times \sqrt{2.(b+\beta)x - xx}$. Or on voit facilement que l'Attraction causée par la couche, qui répond au Rectangle $LJil$, est $= n\mu dx - n\mu dx \times \frac{BJ}{BL}$, c'est-à-dire par $n\mu dx - n\mu x dx : \sqrt{xx + \frac{bb}{(b+\beta)^2} \times (2bx + 2\beta x - xx)}$ ou par $n\mu dx - (b+\beta) n\mu x dx : \sqrt{(2b\beta xx + \beta\beta xx + 2b^3 x + 2bb\beta x)}$: Dans cette derniere quantité, nous rejettrons le Terme $\beta\beta xx$, comme devant être comparé aux infiniment petits du second ordre, & nous changerons le Signe radical du Dénominateur en Signe exponentiel de Numerateur; & de cette maniere nous aurons $n\mu dx - (b+\beta) n\mu x dx \times (2b^3 x + 2b\beta xx + 2bb\beta x)^{-\frac{1}{2}}$: or on sçait par la formation des suites de M. Newton, que $(2b^3 x + 2b\beta xx + 2bb\beta x)^{-\frac{1}{2}}$ est $= (2b^3 x)^{-\frac{1}{2}} - (2b^3 x)^{-\frac{3}{2}} \times (b\beta xx + bb\beta x)$: substituant donc cette valeur, on obtient $n\mu dx - \frac{(b+\beta) n\mu x dx}{\sqrt{2b^3 x}} + \frac{(b+\beta) n\mu x dx (b\beta xx + bb\beta x)}{2b^3 x \sqrt{2b^3 x}}$, qui marque l'action de la couche formée par la rotation du Rectangle $LJil$: à la place de cette quantité, on peut encore, en multipliant les quantités à multiplier, & rejettant les termes affettés de la seconde Dimension de β, poser $n\mu dx - \frac{n\mu dx\sqrt{x}}{\sqrt{2b}} - \frac{\beta n\mu dx\sqrt{x}}{2b\sqrt{2b}} + \frac{\beta n\mu x dx\sqrt{x}}{2bb\sqrt{2b}}$, & l'Intégrale de cette quantité (qui doit être $= o$, lorsque $x = o$) est $= n\mu x - \frac{2n\mu x\sqrt{x}}{3\sqrt{2b}} - \frac{\beta n\mu x\sqrt{x}}{3b\sqrt{2b}} + \frac{\beta n\mu xx\sqrt{x}}{5bb\sqrt{2b}}$; & faisant enfin $x = 2b + 2\beta$, on trouve, en rejettant toujours les infiniment petits du second ordre $2n\mu b + 2n\mu\beta - \frac{4}{3}n\mu b - 2n\mu\beta - \frac{2}{3}n\mu\beta + \frac{4}{5}n\mu\beta$, ou bien enfin

$$\frac{2}{3}n\mu b + \frac{2}{15}n\mu\beta,$$

qui marque la force accéleratrice causée par l'action de tout l'Ellipsoïde sur un petit Corps placé au Pole B. C. Q. F. T.

PROBLEME. VII.

Les hypothefes étant les mêmes, que dans la propofition précedente, trouver la même chofe pour un petit Corps placé en G, qui eft fous l'Equateur de l'Ellipfoïde.

SOLUTION.

Il eft facile de démontrer par la Géometrie, que toute Section de l'Ellipfoïde parallele à l'Axe de Rotation $B D$, fait une Ellipfe femblable à l'Ellipfe génératrice $B G D H$. Confidérons l'Ellipfoïde comme compofée de la Sphere infcrite, ayant pour Diametre le petit Axe $G H$, & de l'écorce formant un double Menifque : l'action de la Sphere doit être exprimée par $\frac{2}{3} n \mu b$, comme nous avons démontré au 5. §. Car la maffe de cette Sphere eft $\frac{2}{3} n \mu b^3$, & la diftance du Point G au centre eft $= b$. Il nous refte donc à chercher quelle action refulte du double Menifque.

Concevons pour cet effet tout l'Ellipfoïde partagé en couches paralleles & perpendiculaires à $G H$. Soit la diftance du centre d'une de ces couches au Point $G = x$; fon épaiffeur $= dx$; il n'eft pas difficile de voir que la capacité du bord de cette couche (qui fait partie du double Menifque en queftion) eft $= \frac{n\zeta}{2b} \times (2bx - xx) dx$, & que ce bord étant multiplié par la Denfité μ, en donne la quantité de matiere $= \frac{n\mu\zeta}{2b} \times (2bx - xx) dx$. Or toutes les parties de ce bord infiniment mince, peuvent être cenfées agir également, & avec une même obliquité fur le Corps placé au point G : on n'a donc qu'à multiplier cette quantité de matiere par la raifon de la diftance du centre de la couche au Point G à la diftance du bord de la couche au même Point G, & divifer par le quarré de cette Diftance, pour avoir l'attraction du bord de la couche, qui fera donc $= \frac{n\mu\zeta}{2b} \times (2bx - xx) dx \times \frac{x}{\sqrt{2bx}} \times \frac{1}{2bx}$, ou bien $\frac{n\mu\zeta dx}{4bb\sqrt{2b}}$

$\times (2b\sqrt{x} - x\sqrt{x})$ dont l'Intégrale est $= \frac{n\mu\beta}{4bb\sqrt{2bb}} \times$ $(\frac{4}{3}bx\sqrt{x} - \frac{1}{5}xx\sqrt{x})$ puisqu'il ne faut point ajoûter ici de constante; & pour avoir enfin l'Attraction de tout le double Menisque, il faut mettre $x = 2b$, après quoi on aura simplement $\frac{4}{15}n\mu\beta$. Si on ajoûte à cette quantité l'action de la Sphere inscrite, on aura l'attraction cherchée de tout l'Ellipsoïde sur un Corps placé au Point $G = \frac{2}{3}n\mu b + \frac{4}{15}n\mu\beta$. C. Q. F. T.

COROLLAIRE.

VIII.

On voit par ces deux dernieres Propositions, que les forces accéleratrices au Pole, & sous l'Equateur dans un Ellipsoïde homogene, sont comme $\frac{2}{3}n\mu b + \frac{2}{15}n\mu\beta$ à $\frac{2}{3}n\mu b + \frac{4}{15}n\mu\beta$, ou comme $5b + \beta$ à $5b + 2\beta$, laquelle raison peut passer pour celle de 1 à $1 + \frac{\beta}{5b}$. Je vois que cela est conforme à ce que M. Newton dit à la page 380 des *Princ. Math. Phil. Nat. Edit.* 2. pour déterminer la Proportion de l'Axe de la Terre au rayon de son Equateur. Quant à son raisonnement, il n'y a peut-être que lui, qui pût y voir clair; car ce grand Homme voyoit à travers d'un voile, ce qu'un autre ne distingue qu'à peine avec un Microscope.

LEMME.

IX.

Dans un Sphéroïde elliptique homogene, la force accéleratrice pour un Point quelconque, est à la force accéleratrice pour un autre Point pris dans le même Diametre, comme la distance du premier Point au centre, à la distance pareille du second Point.

M. Newton a démontré cette Proposition à la 199 page de son Livre, que nous venons de citer: & comme il ne s'agit ici que de la proportion entre les deux forces accé-

leratrices, ſans qu'il ſoit queſtion de les exprimer analytiquement, il ſeroit ſuperflu, pour mon deſſein, de la démontrer à ma façon.

PROBLEME.

X.

Soit encore le double Meniſque, tel que nous l'avons décrit au ſeptiéme Article, compris entre la ſurface de l'Ellipſoïde $GBHD$, & $GbHd$, qui marque la ſurface de la Sphere inſcrite; il s'agit de trouver la force accéleratrice, que ce double Meniſque produira au point E, pris dans l'Axe de rotation BD. *Fig. 4.*

SOLUTION.

Nous garderons les dénominations de ci-deſſus : or on voit qu'on trouvera l'action du double Meniſque, en prenant celle de tout l'Ellipſoïde conſideré comme homogene avec les Meniſques, & en retranchant celle de la Sphere inſcrite. L'action de tout le Sphéroïde eſt en vertu des 6 & 9 Articles $= (\frac{2}{3} n\mu b + \frac{2}{15} n\mu \beta) \times \frac{CE}{CB}$, & celle de la Sphere $= \frac{2}{3} n\mu b \times \frac{CE}{Cb}$: de-là on tire la force accéleratrice, qui convient aux Meniſques $= (\frac{2}{3} n\mu b + \frac{2}{15} n\mu \beta) \times \frac{CE}{CB} - \frac{2}{3} n\mu b \times \frac{CE}{Cb}$. Subſtituons à la place de $\frac{CE}{Cb}$ cette quantité $\frac{CE}{CB - Bb}$, qui peut être cenſée égale à $\frac{CE}{CB} + \frac{Bb \times CE}{CB^2}$ (à cauſe que nous traitons la petite Bb, comme infiniment petite, par rapport à CB) & nous trouverons la force accéleratrice pour les Méniſques

$$= \frac{2}{15} n\mu \beta \times \frac{CE}{CB} - \frac{2}{3} n\mu b \times \frac{Bb \times CE}{CB^2} = \frac{2}{15} n\mu \beta \times \frac{CE}{CB} - \frac{2}{3} n\mu \beta \times \frac{CE}{CB}$$

(puiſque $\frac{Bb}{CB} = \frac{\beta}{b + \beta} = \frac{\beta}{b}$) $= -\frac{8}{15} n\mu \beta \times \frac{CE}{CB}$. C. Q. F. T.

COROLLAIRE.

X I.

Le Signe négatif fait voir, que la Gravitation au Point *E*, causée par l'action des deux Ménisques, se fait vers le Pole *B*, & non vers le Centre *C*. Au reste on remarquera, que cette Proposition n'est vraie que pour les Points compris entre *C* & *b*, en excluant tous les Points, qui sont audelà de *b*; & cela à cause que le Lemme du 9. §. ne sçauroit être appliqué à trouver la force accéleratrice causée par l'action de la Sphere pour le Point *E*, si ce point est pris hors de la Sphere inscrite au Sphéroïde. Ainsi par exemple, au point *B*, la Gravitation causée par les Ménisques, se feroit vers le Centre avec une force accéleratrice $\frac{22}{15} n \mu \mathfrak{C}$. Je restreins ces Propositions, quoique ma Méthode suffise pour des solutions beaucoup plus générales; & cela pour ne me point engager dans des longueurs qui nous meneroient au-delà de notre sujet.

PROBLEME.

X I I.

Trouver la même chose que dans l'Art. X. pour un Point quelconque *F*, pris dans une Ligne *G H* perpendiculaire à *B D*.

SOLUTION.

On obtient encore l'action des Ménisques, en retranchant celle de la Sphere de celle du Sphéroïde. Or celle de la Sphere est $= \frac{2}{3} n \mu b \times \frac{CF}{CG}$, & celle du Sphéroïde $= (\frac{2}{3} n \mu b + \frac{4}{15} n \mu \mathfrak{C}) \times \frac{CF}{CG}$, en vertu des §. §. 7. & 9. Donc la Gravitation au Point *F* se fait vers le centre *C* par la simple action du double Ménisque, & la force accéleratrice y sera $= \frac{4}{15} n \mu \mathfrak{C} \times \frac{CF}{CG}$. C. Q. F. T.

XIII.



XIII.

Voilà les Propositions qui nous seront nécessaires, pour mesurer les haussemens & baissemens des eaux dans la Mer libre par l'action de l'un des deux Luminaires, en tant que ces variations répondent à la relation qui se trouve entre la pésanteur & la figure de la Terre. Ceux qui voudront employer l'analyse pure pour la Solution de nos deux derniers Problêmes, se plongeront dans des Calculs extrêmement pénibles, & verront par-là l'avantage de notre Méthode.

CHAPITRE III.

Contenant quelques Considérations Astronomiques & Physiques, préliminaires pour la Détermination du Flux & Reflux de la Mer.

I.

COmme le Flux & Reflux de la Mer dépendent de la Lune & du Soleil, on voit bien que notre sujet demande une exacte Théorie du mouvement de ces deux Luminaires. Quant au mouvement apparent du Soleil, on le connoît avec toute l'exactitude requise ici. Mais on est encore bien éloigné de sçavoir avec la même précision la Théorie de la Lune, qui est cependant d'une plus grande importance. Une idée qui m'est venuë là-dessus, d'employer le principe de la conservation de ce que l'on appelle communément *Forces vives* (principe déja employé sous un autre nom par le grand & incomparable M. Huguens, pour trouver les Loix du choc des Corps parfaitement élastiques, & auquel on est redevable d'une grande partie des connoissances nouvelles dans la Dynamique, tant des Fluides, que des Solides :) Cette idée, dis-je, m'a conduit par un chemin fort abregé, à déterminer beaucoup plus

exactement, que l'on n'a fait jusqu'ici, les mouvemens de la Lune, que l'on appelle communément irréguliers, mais qui sont tous sujets aux loix de Méchanique. Je m'étois proposé d'inserer ici ma nouvelle Théorie sur la Lune; mais, comme notre sujet n'est déja que trop étendu, & qu'il demande des discussions assez pénibles, je la différerai à une autre occasion, où je la donnerai en forme d'Addition, si l'Académie trouve ce Traité digne de son attention. Je ne ferai donc ici qu'indiquer en gros les connoissances tirées du Systême du Monde, qui servent à donner un Systême général du Flux & Reflux de la Mer; & quand nous viendrons au détail, nous supposerons les mouvemens de la Lune parfaitement connus.

II.

On sçait que la Lune & la Terre font un Systême à part: l'un & l'autre de ces Corps tournent autour d'un Point, & font leur revolution dans un même tems, décrivant chacun une Ellipse: l'action du Soleil sur l'un & l'autre Corps, change un peu ces Ellipses, & fait même que la proportion des distances dudit Point aux Centres de la Lune & de la Terre, ne demeure pas exactement la même: mais, comme nous ne prétendons jusqu'ici que d'exposer en gros les choses nécessaires à notre Question, nous ne ferons point d'attention à ces inégalités, & considérerons la Terre & la Lune, comme faisant des Ellipses parfaites & semblables entre elles autour d'un même Point.

III.

Par ladite Revolution, les deux Corps tâchent à s'éloigner l'un de l'autre; & cet effort est contrebalancé par leur Gravitation mutuelle: & comme la Terre fait autant d'effort pour s'approcher de la Lune, que celle-ci en fait pour s'approcher de la Terre, il faut que les forces centrifuges soient aussi égales: d'où il suit que le Point autour duquel ces deux Corps tournent, doit être placé, en sorte

que les forces centrifuges ſoient égales : c'eſt-là la premiere idée. Il vaudroit donc mieux appeller ce Point, *Centre de Forces centrifuges*, ou bien, puiſque les viteſſes gardent dans notre hypotheſe une proportion conſtante, *Centre de Maſſes*, que *Centre de Gravité*. Il eſt vrai que ces mots reviennent au même, à prendre celui du Centre de Gravité dans le ſens commun : Mais quelle idée y peut-on attacher, lorſque la péſanteur eſt inégale dans les différentes parties du Corps? Il n'y a aucun Point alors, qu'on puiſſe nommer tel, quelque définition qu'on donne à ce mot. Quoi qu'il en ſoit, il eſt certain, que les diſtances du Point en queſtion aux Centres de la Terre & de la Lune, ſont en raiſon reciproque des Maſſes ou Quantités de matiere de ces Corps.

IV.

Si la Lune & la Terre étoient des Corps parfaitement homogenes dans toute leur étenduë, ou du moins chacun composé de Couches concentriques parfaitement homogenes, & qu'ils fuſſent parfaitement ſphériques, ſans avoir aucun mouvement, imprimé originairement, ou produit par une Cauſe Phyſique, autour d'un Axe paſſant par leur propre Centre de Gravité, il eſt clair, que toutes les parties des Corps garderoient pendant leur Revolution un Parallélisme ; de ſorte que les deux Corps vûs du Centre de Gravité commun, paroîtroient faire préciſément le tour en ſens contraire autour d'un Axe perpendiculaire au plan des Orbites, pendant chaque Revolution des Corps. Cependant cela ne ſe fait point dans la Lune : car nous ſçavons, qu'elle nous montre conſtamment une même face (je ne fais pas encore attention à quelques legers changemens ;) & cela eſt contraire au Parallélisme, que nous venons d'alléguer : quoique ce ne ſoit pas ici proprement l'endroit pour expliquer ce Phénomene de la Lune, je ne laiſſerai pas de le faire, pour nous préparer à ce que nous aurons à dire ſur la Terre, comme eſſentiel à notre matiere.

V.

Considérons donc, que la parfaite Homogénéïté dans les Couches concentriques de la Lune, aussi-bien que sa parfaite Sphéricité, sont moralement impossibles : mais il n'est pas encore expliqué, comment on peut déduire delà, pourquoi la Lune nous montre toujours une même face. Il ne suffit pas de dire que le Centre de Gravité de la Lune pris dans le sens commun, tâche toujours à s'éloigner, le plus qu'il est possible, du Centre de Revolution. Quelque inégales que fussent les Couches, & quelque irréguliere que fut la Figure, la Lune garderoit toujours le Parallélisme des Faces, s'il n'y avoit pas une autre raison ; sçavoir, celle de l'inégalité de pésanteur de ses Parties vers la Terre : les parties ayant d'autant plus de pésanteur, qu'elles sont plus près de la Terre : c'est cette raison, qu'il faut joindre à l'une des deux autres, ou à toutes les deux ensemble ; de sorte que quand même la Lune seroit parfaitement homogene, sa seule Figure, jointe à l'inégalité de pésanteur de ses parties vers le Centre de la Terre, pourroit même produire le Phénomene en question.

Fig. 5. Soit *A* (*Fig.* 5.) le Centre de la Terre : *B C F D*, par exemple, une Ellipse, dont l'Axe *B F* soit le plus grand, & *C D* le plus petit : que cette Ellipse forme par sa Revolution autour de l'Axe *B F*, le Corps de la Lune. Supposons après cela la Lune homogene & mobile autour de son Centre *E*, & servons-nous de l'hypothese ordinaire, que la pésanteur de chaque partie de la Lune vers *A*, soit en raison quarrée reciproque des distances au Point *A*. Cela étant, je dis, que la Lune montrera constamment au Point *A* la Face *C B D*, & que l'Axe *FB* passera toujours par le Point *A*, & que la Lune reprendroit cette situation, dès qu'elle en seroit détournée. Comme cette matiere est assez intéressante, tant pour l'Astronomie, que pour la Physique ; je l'expliquerai par un exemple, qui rendra fort sensible, tout ce que nous venons de dire. Je dis donc qu'on doit regarder,

à cet égard, la Lune, comme un Corps flottant dans un Fluide; car les parties d'un tel Corps, ſont pareillement animées de différentes péſanteurs: or on ſçait qu'un Corps flottant, qui n'eſt pas Sphérique, ou qui étant tel, n'eſt pas homogene, n'eſt pas indifférent à chaque ſituation; mais qu'il affecte conſtamment de certaines ſituations, qu'il reprend auſſi-tôt qu'il en a été détourné. Quelquefois le Corps n'a qu'une ſeule ſituation d'Equilibre; d'autres fois pluſieurs, ſuivant la ſtructure du Corps: Mais on ſe tromperoit toujours, ſi l'on croyoit, que le Centre de Gravité du Corps tâche à ſe mettre dans l'endroit le plus bas qu'il eſt poſſible; de même qu'on ſe trompe, en diſant, que le Centre de Gravité de la Lune, tâche à s'éloigner, le plus qu'il eſt poſſible, du Centre de la Terre. On voit donc aſſez, que la cauſe principale de ce que la Lune nous préſente toujours une même face, eſt l'inégalité de péſanteur; & à cette cauſe, il faudra joindre, ou la non-parfaite Sphéricité, ou la non-parfaite Homogénéïté des Couches de la Lune, ou les deux cauſes à la fois.

V I.

Comme la Queſtion que nous venons d'expliquer, entraîne celle d'une legere nutation de la Lune en Longitude, que les Aſtronomes ont obſervée, il ne ſera pas hors de propos de faire voir comment cette nutation découle de notre Théorie. Nous avons vû que le Sphéroïde *CBDF* mobile autour d'un Point *E*, doit toujours montrer au Point *A* la Face *CBD*, tant que le Point *E* reſte dans ſa place. Suppoſons à préſent, que ce Corps s'éloigne un peu de cette ſituation, en faiſant une rotation infiniment petite autour du Point *E*, la force qui tend à le remettre dans ſa ſituation naturelle, eſt de même infiniment petite; ce qui fait voir, que le Point *E* faiſant ſa revolution autour du Point *A*, ce ne ſçauroit plus être exactement la Face *CBD*, qui regarde vers *A*, parce qu'à chaque petit mouvement du Point *E*, la Lune fait une petite rotation autour

de ce Point, pour garder le Parallélisme, & la force qui tâche à tourner vers le Point *A* la Face *C B D*, étant encore infiniment petite, ne sçauroit s'en acquitter assez-tôt: & ce sera la même chose pendant que le Point *E* parcourt un second Elément, & ainsi de suite, jusqu'à ce qu'à la fin la Lune se place assez obliquement, pour que la force, qui tâche à mettre la Lune dans sa situation naturelle, soit assez grande, pour réparer, à chaque moment, une nouvelle petite inclinaison, qui survient par la rotation du Point *E* autour du Point *A*. [Cette explication pourra nous servir dans la suite, pour démontrer un des principaux Phénomenes des Marées.] La Lune prendra donc la situation oblique *c b d f*, si sa Revolution autour du Point *A* est supposée se faire de *E* vers *D*. Mais cette situation oblique demeureroit encore la même à l'égard de la Ligne *F A*, sans que la Lune eût aucune nutation, si le Point *E* faisoit sa Revolution autour du Point *A* dans un Cercle parfait, & avec une vitesse constante : c'est donc l'inégalité des distances *A E*, & des vitesses du Point *E*, qui fait que l'obliquité de la situation *f c b d* varie; & c'est cette variation qui fait la nutation de la Lune en Longitude.

V I I.

Venons maintenant à la Terre, & examinons quel mouvement elle doit avoir autour du Centre de Gravité, qui est entre elle & la Lune : cette recherche est nécessaire pour notre Question, & elle ne sera plus difficile, après ce que nous avons dit de la Lune dans cette vûe. Nous remarquerons donc, que si la Terre est parfaitement homogene, soit dans toute son étendue, soit seulement dans chacune de ses Couches concentriques; & si elle est en même tems parfaitement sphérique, elle doit conserver parfaitement un Parallélisme dans la situation de ses parties, pendant sa Révolution. Cependant cette parfaite Homogénéïté, est moralement impossible; & la parfaite Sphéricité a été refutée par les Observations les plus exactes. Ce Pa-

rallélisme seroit donc alteré, de même qu'il l'est dans la Lune, & la Terre ne manqueroit pas de presenter à la Lune une même face, sans le mouvement journalier de la Terre. Ce mouvement empêche l'action de la Lune; & l'effet de cette action étant, à cause dudit mouvement journalier, tantôt d'un côté de la Terre, tantôt de l'autre, il ne pourroit plus produire qu'une legere nutation journaliere dans l'Axe de la Terre, & quelque petite inégalité dans le mouvement journalier de la Terre. Mais l'une & l'autre doivent être tout-à-fait insensibles, à cause de la grandeur de la Masse de la Terre, de l'extrême petitessede l'action de la Lune, & de la rapidité du mouvement journalier.

VIII.

On voit donc que la Terre fera sa revolution autour du Centre de Gravité, qui lui est commun avec la Lune, de telle maniere, que son Axe gardera constamment une situation parallele. Si nous considérons donc le mouvement journalier de la Terre à part, il est clair que l'autre mouvement doit être supposé se faire d'une maniere à garder un Parallélisme dans toutes les Sections de la Terre. Cela étant, il s'ensuit que chaque point de la Terre fait, à l'égard de cet autre mouvement, une même Ellipse; que chaque partie a une même force centrifuge, & que les Directions des forces centrifuges sont par-tout paralleles entre elles. Et c'est ici le point principal, que je me suis proposé d'établir, & de bien démontrer dans ce Chapitre.

IX.

Ce que nous venons de démontrer du mouvement de la Terre à l'égard de la Lune, doit aussi s'entendre à l'égard du Soleil; en sorte que la force centrifuge des parties de la Terre, par rapport à son Orbite annuelle, doit être censée la même, & leurs directions paralleles entre elles. Mais cette Proposition n'est pas si essentielle à l'égard de l'Orbite annuelle, comme à l'égard de l'Orbite, qui se fait

autour du Centre de Gravité, qui eſt commun à la Terre & à la Lune, à cauſe de l'extrême petiteſſe de cette derniere Orbite.

CHAPITRE IV.

Qui expoſe en gros la Cauſe des Marées.

I.

APrès avoir expliqué au premier Chapitre trois différentes raiſons, qui peuvent allonger la Terre autour des deux Axes, qui paſſent par les Centres des deux Luminaires, il n'eſt pas difficile de voir comment on doit déduire de ces allongemens le Flux & Reflux de la Mer, pourvû qu'on ait égard en même tems au mouvement journalier de la Terre. Il eſt clair que ce mouvement journalier doit faire continuellement changer de place les deux dits Axes d'allongement : Mais il faut remarquer ici par avance, que l'action composée des deux Luminaires, peut toujours être conſiderée comme une action ſimple, quoiqu'à la vérité fort irréguliere. Cependant cette conſidération ſuffit, pour voir en gros, que la Mer doit en chaque endroit s'élever & ſe baiſſer environ deux fois dans un jour. Mais il s'agit de mettre cette cauſe en tout ſon jour, d'en développer tous les effets, & de les reduire à leur juſte meſure, autant que les circonſtances peuvent le permettre.

II.

La Queſtion qui ſe préſente d'abord, & qui eſt en même tems la plus importante pour notre ſujet, eſt de trouver la quantité de l'allongement cauſé par chacun des deux Luminaires. Nous ne conſidérerons donc qu'un ſeul Luminaire. Voici, avant toutes choſes, les ſuppoſitions dont je me ſervirai dans les Calculs, & que j'ai déja expoſées en partie.

I. Nous

I. Nous ſuppoſerons, que la Terre eſt naturellement ſphérique. Cette hypotheſe n'eſt que pour abréger le Calcul, & on voit bien que l'effet des deux Luminaires doit être ſenſiblement le même ſur une Terre ronde, ou un peu applatie, ou un peu allongée.

II. Que les Couches concentriques de la Terre ſont d'une même matiere, ou d'une même denſité. Cette ſuppoſition eſt ſans doute fort naturelle; car les inégalités ne peuvent qu'être tout-à-fait inſenſibles: mais il me ſemble qu'il n'y a aucune vraiſemblance de ſuppoſer que la Terre eſt homogene dans toute ſon étendue, comme M. Newton l'a fait.

III. Que la Terre, que nous ſuppoſons ſans, l'action des Luminaires, ronde, eſt changée par l'action de l'un des deux Luminaires en Ellipſoïde, dont l'Axe paſſe par le Centre du Luminaire agiſſant. C'eſt l'hypotheſe de M. Newton; & quoiqu'on ne puiſſe pas la démontrer pour le Syſtême des Attractions, elle ne doit pas nous arrêter: car quelle que ſoit la Figure de la Terre après ce petit changement, on voit aſſez qu'elle ne ſçauroit s'éloigner ſenſiblement de l'Ellipſoïde. Auſſi trouvons-nous cette Figure elliptique dans toutes les hypotheſes, qu'on pourroit ſe former ſur la péſanteur, ſuſceptibles d'un Calcul & tant ſoit peu naturelles. D'ailleurs un petit changement dans cette Figure extérieure de la Terre, n'en ſçauroit produire, qui ſoit ſenſible, entre l'Axe du Sphéroïde, & le Diametre qui lui eſt perpendiculaire.

IV. Nous ſuppoſerons, que les Luminaires ne ſçauroient faire changer de figure toutes les Couches qui compoſent la Terre juſqu'au Centre. Car vraiſemblablement la Terre eſt, dans ſa plus grande partie, ſolide; & quand même elle ſeroit toute fluide, ſa Maſſe ſeroit trop grande, pour être miſe toute entiere en mouvement, & pour obéïr aſſez vîte à une action auſſi petite. Ces refléxions m'ont engagé à conſidérer la Terre, comme un noyau ſphérique, compoſé de Couches parfaitement ſphériques & inaltérables par

l'action des deux Luminaires, & inondé d'un Fluide homogene, tel que sont les eaux de la Mer ; & à supposer, qu'il n'y a que ce Fluide inondant, qui reçoive des impressions des Luminaires, & que sa profondeur n'est pas sensible par rapport au rayon de la Terre. Cette hypothese est sans contredit la plus naturelle, lorsque la Terre n'est pas supposée homogene dans toute son étendue ; mais, si on la supposoit homogene, comme M. Newton l'a fait, contre toutes les apparences de vérité, notre hypothese n'entre plus en ligne de compte.

V. Enfin nous substituerons à la place des Forces centrifuges, qui empêchent la Terre de tomber vers les Luminaires, une autre force qui agisse de la même façon, afin que nous puissions considérer d'abord la Terre, comme dans un parfait repos, & un entier équilibre dans toutes ses parties. Cette force à substituer, doit être supposée égale dans toutes les parties de la Terre (§. *VIII. Chap. III.*) & parallele à la Ligne qui passe par les Centres de la Terre & du Luminaire, dont il sera question.

III.

La Force centrifuge dont nous venons de parler, doit être prise pour notre sujet, précisément telle, qu'elle soit égale à la force totale de l'Attraction du Luminaire, tout comme si la Terre se soutenoit parfaitement dans sa distance, en décrivant un Cercle parfait ; & cela est vrai, quelle que soit la Force centrifuge réelle de la Terre. C'est ici une Proposition, dont on ne sent la vérité, qu'après quelque refléxion ; & elle est fondée sur ce que la différence entre la Force centrifuge, telle que nous venons de la décrire, & la force centrifuge réelle, n'est employée qu'à pousser ou repousser la Terre, & ne sçauroit lui faire changer sa figure, puisque nous avons démontré au VIII. Art. du précedent Chapitre, que chaque partie est poussée également & parallelement.

IV.

La Force centrifuge totale devant être parfaitement égale à la Gravitation totale de la Terre vers le Luminaire, & la premiere Force étant la même dans toutes les Parties, on voit bien qu'on pourra suppoſer la Force centrifuge égale à la Gravitation vers le Luminaire, telle qu'elle eſt au Centre de la Terre. Car la Gravitation qui répond au Centre, peut être cenſée la moyenne entre toutes les Gravitations du Globe; & cela, quelque relation qu'on ſuppoſe entre les Diſtances & les Gravitations, puiſque la différence des diſtances eſt inſenſible, par rapport à la Diſtance totale; & que par conſéquent la Gravitation diminue comme également pour des égales augmentations de Diſtances, & qu'il ſe fera ainſi une juſte compenſation pour l'Hemiſphere tourné au Luminaire, & pour l'Hemiſphere oppoſé. Cette Propoſition n'eſt pourtant pas géometriquement vraie; mais la fin du Calcul m'a fait voir, qu'elle peut être cenſée vraie pour notre ſujet: & comme elle abrége fort le Calcul, je l'ai miſe ici, pour en faire uſage dans la ſuite.

PROBLEME.

V.

Soit dans la ſixiéme Figure, *A* le Centre du Soleil, *BGDH* la Terre; *AD* une Ligne tirée par les Centres du Soleil & de la Terre: trouver la différence entre *BD* & ſa perpendiculaire *GH*, qui paſſe par le Centre *C*. *Fig. 6.*

SOLUTION.

Qu'on s'imagine deux Canaux *BC* & *GC*, communiquans entre eux au Centre *C*, rempli d'un Fluide de différentes Denſités, telles qu'on ſuppoſe dans les couches de la Terre. Pour déterminer ces couches, nous conſidererons la Sphere inſcrite *GbHd*, & nous ſuppoſerons tout ce noyau immuable pendant la revolution journaliere de

la Terre, fondés, à cet égard, sur ce que nous avons dit dans la quatriéme hypothese du II. §. Quand même on feroit attention aux changemens de figure dans les couches près de $Gb\ Hd$, cette considération ne sçauroit changer sensiblement le resultat du Calcul, parce que ces changemens de figure sont tout-à-fait insensibles, & que, selon toutes les apparences, ils ne sçauroient se faire au-delà d'une certaine profondeur assez petite à l'égard du rayon de la Terre. Après cette remarque, nous déduirons la Solution de notre Problême, de ce que le Fluide doit être en équilibre dans les Canaux GC & BC. Pour satisfaire à cette loi, & pour observer un ordre, nous diviserons la Solution en trois parties : dans la premiere, nous chercherons la pression totale du Fluide $B\ C$ au Point C : dans la seconde, nous ferons la même chose à l'égard du Fluide $G\ C$; & enfin nous ferons le Calcul, en faisant les deux pressions totales égales entre elles.

I. Soit $AC = a$; $G\ C$, ou $bC = b$; la cherchée $B\ b = \zeta$: Qu'on tire du Centre C deux quarts de Cercles infiniment proches $p\ n$, $o\ m$; soit Cp ou $Cn = x$; $p\ o$ ou $n\ m = d\ x$; la Densité variable en $p\ o$ ou $n\ m = m$, la Densité uniforme de l'eau (qui couvre le noyau sphérique, & qui forme le double Ménisque) $= \mu$. Soit la Gravitation au Centre C vers le Centre du Soleil $A = g$, & la force centrifuge, qui agit parallelement à $B\ D$, sera par-tout $= g$ (§. *VIII. Chap. III.* & §. *IV. Chap. IV.*) qu'on nomme G la Force accéleratrice en G ou b, causée par l'action du Globe $G\ b\ H\ d$, & Q la même force accéleratrice pour les Points p & n. Après toutes ces préparations, on voit que la goute $p\ o$ (dont la Masse doit être exprimée par la Densité m, & par la hauteur $d\ x$, c'est-à-dire $m\,d\,x$) est animée par plusieurs Forces accéleratrices : la *premiere* Force accéleratrice est celle qui resulte de l'action du Globe $G\ b\ H\ d$, que nous avons nommé Q : la *seconde* est la Force centrifuge de A vers C, provenant par la revolution de la Terre autour du Point A : nous avons démontré, que cette Force doit être

faite $= g$: la *troisiéme* se fait vers A, & provient de la Gravitation vers le Soleil : celle-ci est négative à l'égard du Point C, & doit être faite $= - \frac{aa}{(a-x)^2} \times g$: enfin la *quatriéme* provient de l'action du double Ménisque, compris entre $GBHD$ & $GbHd$, & elle est encore négative à l'égard du Point C; elle est $= - \frac{8}{15} n \mu \beta \times \frac{x}{b}$, en vertu des §. §. X. & XI. Chap. II. En multipliant toutes ces pressions accéleratrices de la goute po par sa Masse, on obtient la pression absolue qu'elle exerce sur le Point C; & cette pression absolue sera $\left(Q + g - \frac{aag}{(a-x)^2} - \frac{8n\mu\beta x}{15b}\right) \times m\,dx$.

On remarquera ici en passant, que comme a est censé infiniment plus grand que x, on peut poser $\left(\frac{a}{a-x}\right)^2 = 1 + \frac{2x}{a}$, & ainsi cette pression devient

$$\left(Q - \frac{2xg}{a} - \frac{8n\mu\beta x}{15b}\right) \times m\,dx.$$

dont l'Intégrale donnera la pression de la Colonne pC; sçavoir, $\int Q\,m\,dx - \int \frac{2gm\,x\,dx}{a} - \int \frac{8n\mu\beta m\,x\,dx}{15b}$, après quoi on aura la pression de toute la Colonne bC, en substituant dans l'Intégrale b à la place de x. A cette pression, il faut encore ajoûter celle de la petite Colonne Bb, dont la gravitation ou pésanteur vers C doit être censée uniforme dans toute sa hauteur, & égale à G : il faut aussi remarquer, que toutes les autres forces qui agissent sur cette petite Colonne Bb peuvent être négligées, comme infiniment inférieures à l'action G, qui exprime proprement la pésanteur près la surface de la Terre vers son centre ; ainsi donc la pression de la petite Colonne Bb doit être simplement estimée par sa hauteur β, sa densité μ & sa pésanteur G, ce qui fait $\mu\beta G$. Il resulte enfin de tout cela, que la pression totale de toute la Colonne BC sur le Point C est

$$\mu\beta G + \int Q\,m\,dx - \int \frac{2gm\,x\,dx}{a} - \int \frac{8n\mu\beta m\,x\,dx}{15b},$$

en prenant après l'intégration $x = b$.

II. Pour trouver à présent la pression de la Colonne GC, il faut chercher toutes les Forces qui animent la goute mn, dont la Masse est encore mdx. La *premiere* de ces Forces provient de l'Attraction du Globe $GbHd$, & est encore $= Q$, puisque cette Force est la même en n & en p: la *seconde* Force, provenant de la Force centrifuge des parties de la Terre, en tant qu'elle se tourne autour du Point A, est $= o$, cette Force étant par-tout perpendiculaire à GC (§. *VIII. Chap. III.*) La *troisiéme* Force provient de la Gravitation des parties de la Terre vers A, cette Gravitation est au Point n vers le Point $A = \frac{aag}{aa+xx}$, & étant décomposée, la Gravitation resultante vers C doit être exprimée par $\frac{aagx}{(aa+xx)^{\frac{3}{2}}}$: dans cette derniere expression on peut rejetter au Dénominateur le terme xx, comme le Calcul me l'a fait voir; ainsi il provient $\frac{gx}{a}$, qui marque la troisiéme force vers C resultante de la Gravitation vers A. La *quatriéme* Force accéleratrice, qui anime la goute mn à descendre vers le centre, provient de l'action du double Ménisque, qui en vertu du XII. §. Ch. II. est $= \frac{4}{15} n\mu C \times \frac{x}{b}$. En prenant la somme de toutes ces Forces accéleratrices, la Force totale sera

$$Q + \frac{gx}{a} + \frac{4n\mu Cx}{15b};$$

cette Force accéleratrice totale doit être multipliée par la petite Masse mdx; & du produit il faut prendre l'Intégrale, qui marquera la pression qu'exerce la Colonne mC sur le centre C: Cette pression est donc

$$\int Qmdx + \int \frac{gmxdx}{a} + \int \frac{4n\mu Cmxdx}{15b};$$

& pour avoir la pression, qui réponde à toute la Colonne GC, il faut encore après l'intégration faire $x = b$

III. Après avoir exprimé analytiquement les valeurs des pressions des Colonnes BC & GC, il ne reste plus pour achever la Solution de notre Problême, qu'à faire une équation entre les deux dites valeurs trouvées dans la pre-

miere & feconde partie. On aura donc $\mu G \beta + \int Q m dx -$
$\int \frac{2gmxdx}{a} - \int \frac{8n\mu\beta mxdx}{15b} = \int Qmdx + \int \frac{gmxdx}{a} + \int \frac{4n\mu\beta mxdx}{15b}$,
& cette équation arrangée donne

$$5\mu Gab\beta - \int 4n\mu a\beta mxdx = \int 15gbmxdx,$$

& de là on tire la valeur cherchée de β, qui eft conftante ; fçavoir, $\beta = \frac{\int 15gbmxdx}{5\mu Gab - \int 4n\mu amxdx}$. C. Q. F. T.

COROLLAIRE.

VI.

On voit par notre Solution, que généralement Bb doit être égale à Dd ; car la valeur de β eft la même, foit que l'on prenne x affirmativement, foit négativement. Auffi auroit-il été ridicule de fuppofer la Courbe $BGDH$ une Ellipfe, fi les deux parties GBH & GDH n'étoient pas devenues par le Calcul également allongées, & la fuppofition auroit renfermé une contradiction.

Au refte ces deux petites Lignes ne feroient pas égales à la rigueur. Cette égalité n'eft fondée que fur ce que nous avons rejetté plufieurs fois dans notre Solution de certaines petites quantités, mais qu'on pouvoit négliger réellement, comme tout-à-fait infenfibles, non-feulement par rapport à la Ligne bC, mais même par rapport à la petite Ligne Bb, qui ne fçauroit être que d'un petit nombre de pieds. Cependant je crois encore néceffaire d'avertir ici, qu'il faut être fur fes gardes, en rejettant dans le Calcul de certains termes ; car, comme dans l'équation refultante, plufieurs termes fe détruifent, & qu'il n'en refte que des termes d'une fort petite valeur, on ne doit rejetter que des quantités qui font infenfibles, même par rapport aux quantités reftantes dans l'équation.

Ce n'eft qu'avec une telle précaution, que j'ai négligé dans ma Solution plufieurs termes, & je ne les aurois point négligés, fi la fin du Calcul ne m'avoit enfeigné, qu'ils peuvent & doivent être négligés.

SCHOLIE.

VII.

Pour avoir une juſte idée de notre équation, remarquons que μ ſignifie la denſité de l'eau de la Mer, qui inonde la Terre, & m la denſité quelconque de la couche, dont la diſtance au centre eſt égale à x : n exprime la circonférence du Cercle, dont le rayon eſt égal à l'unité : b eſt le rayon de la Terre : a la diſtance entre les centres du Soleil & de la Terre : g exprime la force accéleratrice vers le Soleil d'un Corps placé au centre de la Terre ; & enfin G exprime la force accéleratrice, ou la péſanteur des Corps à la ſurface de la Terre vers ſon centre.

Or, pour voir que tous les termes de notre équation ſont homogenes & comparables entre eux, & en même tems de quelle maniere il faut faire uſage de notre équation, il faut remarquer qu'en vertu du III. §. Chap. II. G doit être exprimée par la Maſſe de toute la Terre, diviſée par le quarré de ſon rayon; c'eſt-à-dire, qu'il faut ſuppoſer $G = \frac{\int 2nmxxdx}{bb}$, & comme on connoît pour le Soleil le rapport entre g & G, auſſi-bien que celui d'entre a & b, on voit qu'on peut enfin exprimer $\mathfrak{G}$ ſimplement par b : mais il faut pour cet effet intégrer auparavant les quantités $mxxdx$ & $mxdx$: c'eſt ce que nous allons faire dans quelques hypotheſes particulieres.

VIII.

Soit d'abord la denſité de la Terre uniforme, & nommément celle de l'eau de la Mer : c'eſt ici l'hypotheſe de M. Newton.

En ce cas m eſt une conſtante & égale à μ, & ainſi notre équation finale du V. §. eſt $\mathfrak{G} = \frac{15gbb}{2a(5G - 2n\mu b)}$;

Mais par le VII. §. on obtient $G = \frac{2}{3} n\mu b$, ou bien $2n\mu b = 3G$,

$= 3\,G$, & ſubſtituant cette valeur pour le ſecond terme du Dénominateur, il provient $\mathfrak{G} = \frac{15 g b}{4 G a} \times b$.

Nous verrons dans la ſuite, que cette expreſſion analytique donne préciſément la hauteur indiquée par M. Newton ſimplement en pieds, pouces & lignes, ſans en donner le Calcul, ou du moins ſans le mettre à la portée, je ne dirai pas de tout le monde, mais uniquement de ceux qui voudroient bien prendre toute la peine néceſſaire pour l'approfondir. Notre Methode comprend donc le cas tout particulier de M. Newton. Mais ce cas donne une ſi petite quantité, qu'il ne me paroît pas poſſible d'en déduire les Phénomenes des Marées, tels que les obſervations les donnent. C'eſt ce que je ferai voir plus au long dans la ſuite. Je n'ai donc jamais pû comprendre, comment M. Newton, & tous ceux de ſa Nation, qui ont écrit ſur cette matiere, ont pû s'y attacher. On voit par-là, combien il eſt eſſentiel d'étendre les hypotheſes des denſités des couches de la Terre. J'ai remarqué que la loi de ces denſités contribue beaucoup au hauſſement & baiſſement des eaux dans les Marées; qu'on en peut déduire tel effet, qu'on trouvera néceſſaire pour l'explication des Phénomenes indiqués par l'expérience; je ferai même voir que cet effet pourroit être infini dans de certaines hypotheſes. Mais ce que je ſouhaite ſur-tout que l'on remarque, c'eſt que les mêmes hypotheſes qui donnent plus d'effet aux Luminaires, pour hauſſer & baiſſer les eaux dans les Marées, ſont d'ailleurs extrêmement vrai-ſemblables par pluſieurs raiſons Phyſiques, toutes très-fortes. Mais venons à d'autres exemples.

IX.

Suppoſons la Terre creuſe en dedans, juſqu'à une diſtance donnée c depuis le centre, & que la croute (dont l'épaiſſeur ſera $= b - c$) ſoit encore par-tout d'une denſité égale à celle de l'eau de la Mer.

Nous avons en ce cas encore m égale à la conſtante μ,

M



& ainsi le Calcul se fera comme dans le précedent Article, avec cette restriction, que les intégrales des quantités $mxxdx$, & $mxdx$ doivent être $=o$, lorsque $x=c$: de cette maniere on obtient $\int mxdx = \frac{1}{2}\mu xx - \frac{1}{2}\mu cc$, ou (en faisant $x=b$) $=\frac{1}{2}\mu bb - \frac{1}{2}\mu cc$; substituant cette valeur dans l'équation finale du V. §. il vient

$$\text{\textbeta}=\frac{15gb(bb-cc)}{10Gab-4n\mu a(bb-cc)},$$

& (*par le VII. §.*) G est $=\frac{\int 2nmxxdx}{bb}=\frac{2n\mu}{3bb}\times(x^3-c^3)=$ (puisqu'il faut poser $x=b$) $\frac{2n\mu}{3bb}\times(b^3-c^3)$: de cette derniere équation, on peut tirer celle-ci $\mu=\frac{3bbG}{2n\times(b^3-c^3)}$, & enfin $4n\mu a(bb-cc)=\frac{6abbG(bb-cc)}{b^3-c^3}$, & substituant cette valeur dans le second terme du Dénominateur de notre équation, on a $\text{\textbeta}=\frac{15g}{2G}\times\frac{b+x}{a}\times\frac{b^3-c^3}{2bb+2bc+5cc}$.

Cette quantité est la même, que celle du précedent Article, lorsque $c=o$; mais elle devient plus petite, à mesure qu'on suppose la Terre plus creusée, & elle deviendroit tout-à-fait nulle, si on supposoit la Terre presque entierement creuse en forme d'une voute sphérique, dont l'épaisseur fût peu considérable, par rapport au rayon de la Terre. Cette remarque suffit seule, pour refuter le sentiment de ceux qui croyent que la Terre pourroit bien n'être qu'une croute voutée; car il ne pourroit y avoir en ce cas aucun Flux & Reflux de la Mer, au moins dans notre Systême.

X.

Si l'on supposoit la loi des densités des couches de la Terre exprimée par cette équation $m=\frac{x}{b}\mu$, c'est-à-dire, que les densités fussent proportionnelles aux distances des couches au centre, on trouveroit la hauteur

$$\text{\textbeta}=\frac{15gb}{7Ga}\times b,$$

& par conséquent beaucoup plus petite, que si la Terre étoit par-tout d'une même densité, sçavoir en raison de 7 à 4. Aussi cette hypothese n'est-elle aucunement vraisemblable, y ayant apparence que les couches plus denses sont plus bas que les couches plus legeres.

X I.

Si la loi des densités est exprimée par $m = \frac{b\mu}{x}$, c'est-à-dire, si l'on suppose les densités, suivre la raison inverse des distances des couches au centre, on trouveroit

$$\mathfrak{C} = \frac{15 gb}{Ga} \times b,$$

ce qui fait la valeur de $\mathfrak{C}$ quatre fois plus grande, que dans la supposition de M. Newton, de la parfaite homogenéïté de la Terre.

X I I.

Supposons enfin la loi des densités exprimée par $m = \left(\frac{b}{x}\right)^{\frac{4}{3}} \mu$, il faudra mettre $\frac{3}{2} \mu\, b\, b$ pour $\int m\, x\, dx$, & l'équation du VI. §. divisée par μ sera

$$\mathfrak{C} = \frac{45 gb}{10 Ga - 12 n \mu ab} \times b:$$

mais en vertu du VII. §. on a $G = \int \frac{2nmxxdx}{bb} = \int \frac{2n\mu x^{\frac{2}{3}} dx}{b^{\frac{2}{3}}}$ $= \frac{6n\mu x^{\frac{5}{3}}}{5 b^{\frac{2}{3}}} =$ (en faisant $x = b$) $\frac{6}{5} n \mu b$. D'où l'on voit que le Dénominateur de notre équation fondamentale devient $= o$, & par conséquent $\mathfrak{C} = \infty$.
Ainsi l'élevation des eaux seroit infinie.

X I I I.

J'ai mis cette derniere hypothese, non qu'elle soit possible, puisque la densité ne sçauroit être infinie, comme elle devroit être au centre; mais pour faire voir l'avantage & la supériorité de notre Théorie, puisqu'elle ne met point de bornes à l'élevation des eaux: si les Marées étoient

cent ou mille fois plus grandes qu'on ne les obſerve, nous pourrions lui aſſigner une cauſe ſuffiſante. Ayant au reſte bien examiné tous les Phénomenes du Flux & Reflux de la Mer, je ſuis entierement convaincu, que la force aſſignée par M. Newton ne ſçauroit ſuffire pour les produire : il faut donc dire dans le ſyſtême même de ce Philoſophe, que les denſités de la Terre ne ſont pas uniformes, mais qu'elles croiſſent vers le centre. Cette hypotheſe n'eſt-elle pas fort probable d'ailleurs d'elle-même ? L'eau eſt-elle le ſeul Fluide que nous connoiſſions ? & ne faut-il pas que les Fluides plus péſants, ſoient plus proches du centre de la Terre ? le Mercure eſt près de quatorze fois plus péſant que l'eau : la grande compreſſion que ſouffrent les parties proches du centre de la Terre, ne pourroit-elle pas contribuer à rendre la matiere plus compacte & plus denſe ?

Si nous conſidérons outre cela, combien les Planetes & la Terre, qui nagent ſans doute dans un milieu reſiſtant, quoique extrêmement ſubtil, conſervent leur mouvement, ſans en perdre la moindre partie conſidérable pendant une longue ſuite de ſiécles, nous pourrions facilement croire, que tous ces Corps ont beaucoup plus de matiere, que M. Newton ne marque. Enfin de quel côté que j'enviſage cette Queſtion, tout me fait croire, que les couches de la Terre augmentent de denſité vers le centre.

XIV.

Si, tout le Noyau ou tout le Globe de la Terre reſtant, l'eau de la Mer, qui inonde la Terre, changeoit de denſité, la quantité $\mathfrak{S}$ ſuivroit la raiſon reciproque des denſités des eaux de la Mer. Il ſuit de-là que ſi la Terre étoit inondée de Mercure, les Marées ſeroient quatorze fois plus petites, qu'elles ne ſont actuellement. Et ſi au contraire l'air étoit un Fluide homogene péſant, mais ſans élaſticité, ſa hauteur ſeroit environ de 850 $\mathfrak{S}$ plus grande à ceux qui ont le Soleil au Zenith, qu'à ceux qui l'auroient à l'Horiſon. Cela feroit 1700 pieds de différence dans la

hauteur de l'Atmoſphere, à ne donner que deux pieds de valeur à 6; & cette différence en produiroit une ſur le Barometre de plus de 20 lignes. D'où vient donc, demandera-t-on, qu'on n'obſerve point à cet égard aucune variation dans le Barometre? C'eſt l'élaſticité de l'air qui en eſt la cauſe; cette élaſticité fait que la hauteur du Barometre doit être conſtamment la même dans toute la ſurface de la Mer, en faiſant abſtraction ſeulement des cauſes accidentelles & paſſageres, qui peuvent ſurvenir tout d'un coup, & qui n'agiſſent ſur l'air, que parce que celui-ci ne ſçauroit obéïr aſſez promptement, ni ſe mettre dans un inſtant dans ſon état naturel d'équilibre. On remarquera ici qu'il eſt faux, que la preſſion du Mercure ſoit égale à la preſſion, ou plûtôt au poids de la Colonne d'air verticale couchée deſſus, ce que l'on affirme ordinairement; mais la preſſion du Mercure eſt égale au poids moyen de toutes les Colonnes d'air verticales, qui environnent la Terre, c'eſt-à-dire, égale au poids de toute l'Atmoſphere (dont la hauteur eſt conſiderée comme infiniment petite, par rapport au rayon de la Terre) multiplié par la raiſon de la baſe de la Colonne du Mercure à toute la ſurface de la Terre. Cette Propoſition fait voir que la hauteur moyenne du Barometre doit être la même ſous l'Equateur & ſous le Cercle Polaire, quoique le poids abſolu de la Colonne d'air verticale ſous l'Equateur pendant les plus grandes chaleurs ne ſoit pas la moitié ſi grand que celui d'une pareille Colonne d'air ſous le Cercle Polaire en Hyver. On voit de tout ce que nous venons de dire, pourquoi, ni le Soleil, ni la Lune ne changent pas ſenſiblement la hauteur du Barometre, quoiqu'ils élevent les eaux conſidérablement. La véritable raiſon n'en eſt que l'élaſticité de l'air, qui doit faire preſſer également tous les endroits de la ſurface de la Terre; & cette ſeule reflexion démontre entierement l'inſuffiſance des inégales compreſſions de la matiere des Tourbillons, pour expliquer les Marées, comme nous avons déja remarqué au III. §. Chap. I.

X V.

Tous les cas particuliers, que nous venons d'examiner, font voir, & il n'eſt pas difficile de le démontrer généralement par l'équation du V. §. que la quantité $\mathfrak{G}$ (qui exprime la différence entre la plus grande hauteur de la Mer, & la plus petite, en tant qu'elle eſt produite par la ſeule action du Soleil) eſt toujours $= \frac{ngb}{Ga} \times b$: le coefficient n dépend des différentes denſités des couches de la Terre; le rapport $\frac{b}{a}$ eſt connu par les Obſervations aſtronomiques: il ne reſte donc qu'à voir comment on pourra déterminer la quantité $\frac{g}{G}$: c'eſt en comparant les effets que les Forces g & G produiſent; la premiere, en retenant la Terre dans ſon Orbite annuelle; la ſeconde, en retenant la Lune dans celle qu'elle fait autour de la Terre. Si la diſtance moyenne de la Lune au centre de la Terre eſt nommée α, la Force centrifuge de la Lune ſera $= \frac{bb}{\alpha\alpha} G$, & la force centrifuge de la Terre eſt $= g$: or la Force centrifuge moyenne de la Terre dans ſon Orbite, eſt à la force centrifuge moyenne de la Lune autour de la Terre, ou plutôt autour du centre de Gravité du ſyſtême de la Terre & de la Lune, comme la diſtance du Soleil diviſée par le Quarré du tems périodique de la Terre autour du Soleil, eſt à la diſtance de la Lune au centre de Gravité commun de la Terre & de la Lune [M. Newton ſuppoſe cette diſtance $= \frac{39}{40}\alpha$, voyez ſes *Princ. Math. Phil. nat. Edit. 2. pag.* 430; il fonde cette ſuppoſition ſur quelques Phénomenes des Marées, mais mal choiſis à mon avis; elle eſt donc encore fort douteuſe; mais comme elle n'eſt pas de conſéquence pour notre ſujet, je ne laiſſerai pas de l'adopter ici] diviſée par le quarré du tems périodique de la Lune: on a donc, en nommant le tems périodique de la Terre T, & celui de la Lune t, cette Analogie $g : \frac{bb}{\alpha\alpha} G :: \frac{a}{TT} : \frac{39\alpha}{40tt}$;

ce qui donne $\frac{g}{G} = \frac{40abbtt}{39\alpha^3 TT}$, & par conséquent

$$\mathfrak{C} = \frac{ngb}{Ga} \times b = \frac{40nb^3tt}{39\alpha^3 TT} \times b.$$

REMARQUE.

Pour voir que cette Formule s'accorde avec celle de M. Newton pour la suppoſition de l'homogenéïté de la Terre, nous remarquerons, qu'en ce cas on a $n = \frac{15}{4}$ (*§. VIII.*) & M. Newton ſuppoſe $\frac{b}{\alpha} = \frac{1}{60\frac{1}{4}}$ (*Princip. Math. Phil. nat. Edit.* 2. *pag.* 430.) $\frac{tt}{TT} = \frac{1000}{178725}$ (*Princ. Math. pag.* 395.) & enfin $b = 19695539$ pieds après la meſure de M. Caſſini. De tout cela il reſulte

$$\mathfrak{C} = \frac{40.\ 15.\ 1.\ 1000.\ 19695539}{39.\ 4.\ (60\frac{1}{4})^3.\ 178725.} \text{ pieds},$$

cela fait $\mathfrak{C} =$ 1 pied 11. pouces & un quart. M. Newton trouve 1 pied 11 pouces & un huitiéme. (*Princ. Math. pag.* 429.) La différence me paroît trop petite, pour en rechercher l'origine.

XVI.

Tout ce que nous venons de dire par rapport à l'action du Soleil, doit être entendu auſſi de la Lune, ſans y rien changer ; de ſorte que les équations fondamentales des §. §. V. & VII. ſervent également pour la Lune, en entendant par a la diſtance entre les centres de la Terre & de la Lune, & par g la péſanteur d'un Corps placé au centre de la Terre vers la Lune. Et comme nous avons dit au XV. §. que quelque hypotheſe qu'on prenne pour exprimer les différentes denſités dans les couches de la Terre, on trouvera toujours $\mathfrak{C} = \frac{ngb}{Ga} \times b$,

nous dirons par rapport à la Lune, qu'on trouvera toujours

$$\delta = \frac{n\gamma b}{G\alpha} \times b,$$

prenant pour δ la différence des hauteurs des eaux à ceux

qui ont la Lune au Zenith, & à l'Horison, pour α la distance entre les centres de la Lune & de la Terre, & pour γ la pésanteur d'un Corps placé au centre de la Terre vers la Lune.

XVII.

Ce qui m'a engagé à ne parler d'abord que de l'action du Soleil sur la Mer, est qu'on connoît parfaitement bien la valeur de g pour le Soleil, comme nous avons vû au XV. §. au lieu que la Lune, qui n'a point de Satellites, ne sçauroit donner immédiatement la Force accéleratrice, qu'elle cause au centre de la Terre, & que nous avons nommé γ. Je trouve par ma nouvelle Théorie de la Lune, dont j'ai déja fait mention ci-dessus, plus générale, plus exacte, & sur-tout infiniment plus facile, que celle de M. Newton, qu'on peut déterminer ladite valeur γ avec toutes les autres qui en dépendent; sçavoir la Masse de la Lune, comparée avec celle de la Terre, & leur commun centre de Gravité, moyennant quelques irrégularités dans les mouvemens de la Lune, pourvû qu'on puisse les observer assez exactement. M. Newton a tâché de déterminer la Force accéleratrice γ, en comparant les effets de la Lune sur la Mer avec ceux du Soleil; cette Methode seroit fort bonne, si on sçavoit bien séparer les effets des deux Luminaires. Il a prétendu le faire, en comparant les Marées bâtardes, qui suivent les Quadratures, avec les plus grandes Marées, qui suivent les Syzygies. Nous verrons ci-dessous ce que l'on peut trouver à redire à cette Methode, & comment on pourra y substituer d'autres plus exactes.

XVIII.

Au reste, il est clair que la Lune & le Soleil produiront leurs effets independamment l'une de l'autre: tout ce que le Soleil pourroit contribuer au moins dans la pure Théorie, pour troubler l'action de la Lune, est qu'il allonge un peu la Terre: mais il est aussi bien évident, que la Lune changera

changera également la ſurface de la Mer ſur une Terre parfaitement ronde ou allongée d'un petit nombre de pieds : nous avons déja dit la même choſe dans la premiere hypotheſe du ſecond Article.

Voici donc comment il faudroit déterminer la ſurface de la Mer, ſi les deux Luminaires pouvoient produire dans un inſtant tout leur effet, c'eſt-à-dire, ſi l'eau n'avoit point d'inertie, & qu'elle pût prendre incontinent ſa juſte figure; car c'eſt de cette inertie, qu'il faudra tirer dans la ſuite pluſieurs inégalités, & autres Phénomenes, qu'on a obſervés dans les Marées.

Soit dans la ſeptiéme Figure $bgdh$ le Globe de la Terre parfaitement ſpherique, & conſidérons d'abord le Soleil, que nous ſuppoſerons placé dans la Ligne prolongée bd paſſant par le centre de la Terre C: notre Globe ſe changera en Sphéroïde, tel que $BGDH$, les eaux baiſſant autour de gh, & montant autour de b & d. Soit enſuite la Lune dans la Ligne prolongée qp; il eſt clair qu'elle agira ſur le Sphéroïde de la même façon qu'elle feroit ſur le Globe parfait, duquel le Sphéroïde differe d'une quantité tout-à-fait inſenſible : ainſi donc la Lune fera monter & baiſſer les eaux par-deſſus la ſurface du Sphéroïde, tout autant qu'elle feroit à l'égard de la ſurface ſphérique, ſans l'action du Soleil. Il faut donc prendre nq, ou mp, à bB, ou dD en raiſon des Forces lunaire & ſolaire, c'eſt-à-dire, comme $\frac{\gamma}{\alpha}$ à $\frac{g}{a}$, tracer enſuite les courbes $qrps$, telles qu'en prenant un Angle quelconque uCq, égal à un Angle yCB, la perpendiculaire ux interceptée entre les ſurfaces des Sphéroïdes, ait à la perpendiculaire yz, interceptée entre le premier Sphéroïde & le Globe, la raiſon conſtante de nq à bB. Voilà donc une Conſtruction géometrique générale, qui montre à chaque moment, & à chaque endroit, la hauteur de la Mer, & les variations de cette hauteur. Mais elle demande des Calculs longs & pénibles. Nous verrons dans la ſuite, comment on pourra s'y pren-

Fig. 7.

dre ; pour les faire, en commençant par les circonstances & les hypotheses les plus simples, & en y ajoûtant des corrections & équations à faire pour chaque circonstance changée.

XIX.

Voici donc les cas & les hypotheses, par lesquelles nous commencerons. Nous supposerons d'abord, que la Lune fait des Cercles parfaits autour de la Terre, & pareillement la Terre autour du Soleil : que ces Orbites sont dans le plan de l'Equateur de la Terre : que toute la Terre est inondée : que la surface de la Mer prend dans un instant sa juste Figure, tout comme si l'eau n'avoit point d'inertie, ni resistances ; & enfin qu'il ne faille déterminer les loix des Marées, que sous l'Equateur. Mais avant de faire les Calculs, il sera bon d'exposer préliminairement quelques Lemmes géometriques.

CHAPITRE V.

Contenant quelques Propositions de Géometrie préliminaires pour l'Explication & le Calcul des Marées.

PROBLEME.

I.

Fig. 8. SOit, comme ci-devant, le Cercle $bgdh$ (*Fig.* 8.) & l'Ellipse presque circulaire $BGDH$, & supposons la Sphere & le Sphéroïde, décrits par la rotation du Cercle & de l'Ellipse autour de l'Axe BD, égaux ; trouver le rapport entre les petites Lignes Bb & Gg.

SOLUTION.

Nous supposerons pour nous servir des mêmes expres-

sions, que nous avons employées jusqu'ici, $Bb + Gg = \mathcal{C}$; $Gg = x$, & $Bb = \mathcal{C} - x$; Cb ou $Cg = b$; n la circonférence du Cercle, dont le rayon est égal à l'unité. Ceci posé, on sçait que la Sphere sera $= \frac{2}{3} n b^3$: on sçait aussi, qu'un Ellipsoïde (dont le grand Axe est $= 2A$, & le plus petit Diametre $= 2B$) est $= \frac{2}{3} n BBA$; cela donne notre Sphéroïde $= \frac{2}{3} n (b - x)^2 \times (b + \mathcal{C} - x) = \frac{2}{3} n (b^3 - 3bbx + bb\mathcal{C})$ si l'on néglige les infiniment petits du second ordre. Faisant à présent par la condition du Problême la Sphere égale au Sphéroïde, on a $\frac{2}{3} n b^3 = \frac{2}{3} n (b^3 - 3bbx + bb\mathcal{C})$ c'est-à-dire, $x = \frac{1}{3}\mathcal{C}$. C. Q. F. T.

COROLLAIRE.

I I.

Si $Gg = \frac{1}{3}\mathcal{C}$, il faut que Bb soit $= \frac{2}{3}\mathcal{C}$, & par conséquent double de l'autre. Ainsi donc l'eau monte deux fois plus autour de la Ligne, qui passe par le centre de l'un des Luminaires, & celui de la Terre, qu'elle ne descend à la distance de 90 dégrés.

PROBLEME.

I I I.

Si l'on tire du centre C une droite quelconque Cy, trouver la petite Ligne yz, qui marque la hauteur verticale du Point y pris dans l'Ellipse, par-dessus le Point Z pris dans le Cercle.

SOLUTION.

Qu'on tire par le Point Z la droite $\mathcal{C}\alpha$ perpendiculaire à l'Axe : on voit qu'en conséquence de nos hypotheses, l'Angle $\mathcal{C}yz$ doit être pris pour un droit, & le petit Triangle $\mathcal{C}yz$ censé semblable au Triangle $C\alpha z$, d'où l'on tire

$$yz = \frac{\alpha z}{cz} \times \mathcal{C}z.$$

Soit à présent $C\alpha = s$; $Z\alpha = \sqrt{bb - ss}$; on aura par la nature de l'Ellipse

$$\alpha\beta = \frac{CG}{CB} \times \sqrt{B\alpha \times \alpha D} = \frac{b - \frac{1}{3}\beta}{b + \frac{2}{3}\beta} \times \sqrt{(b + \frac{2}{3}\beta - s) \times (b + \frac{2}{3}\beta - s)}.$$

Si on change cette quantité en suites, & qu'on rejette toujours les infiniment petits du second ordre, on trouvera enfin $\alpha\beta = \sqrt{bb - ss} + \frac{3ss - bb}{3b\sqrt{bb - ss}} \times \beta$.

De-là on tire $\alpha\beta - \alpha z = \beta z = \frac{3ss - bb}{3b\sqrt{bb - ss}} \times \beta$, & par conséquent $yz = \frac{3ss - bb}{3bb} \times \beta$. C. 2. F. T.

COROLLAIRE I.

IV.

Pour trouver les Points M, où l'Ellipse coupe le Cercle, on n'a qu'à faire $yz = o$, ce qui donne $s = b\sqrt{\frac{1}{3}} = o, 5773b$, & l'Arc bM de $54°\ 44'$.

COROLLAIRE II.

V.

Si la Terre tournoit autour d'un Axe perpendiculaire au plan de notre Figure, & que le Cercle $bgdh$ représentât ainsi l'Equateur de la Terre, dans lequel l'un des Luminaires est supposé se trouver : si par cette rotation de la Terre, le Point B est parvenu en y, le Luminaire restant dans l'Axe BD, l'Angle bCZ sera l'Angle horaire, dont le Cosinus est appellé s, le Sinus total b; & on voit que la différence des hauteurs de l'eau avant & après ladite rotation sera représentée par $Bb - yz$, c'est-à-dire par $\frac{2}{3}\beta + \frac{bb - 3ss}{3bb} \times \beta$, ou par $\frac{bb - ss}{bb} \times \beta$, ou enfin (en nommant le Sinus de l'Angle horaire σ) par $\frac{\sigma\sigma}{bb}\beta$. Nous concluerons de-là, que les baissemens des eaux sont proportionnels aux Quarrés des Sinus des Angles horaires, qui commencent du moment de la haute-Mer.

COROLLAIRE III.

VI.

Les variations qui répondent à de petits intervalles de tems égaux, ſont pour chaque Point Z, proportionnelles aux aires du Triangle $C \alpha z$. Car l'intervalle de tems doit être exprimé ſimplement par un petit Arc de Cercle, qui eſt $= \frac{-b\,d\,s}{\sqrt{bb-ss}}$, en conſidérant s comme variable ; & ſi nous faiſons cette quantité égale à un petit élement de tems dt, nous aurons $\frac{-b\,d\,s}{\sqrt{bb-ss}} = dt$ & $ds = \frac{-dt\sqrt{bb-ss}}{b}$. Or par le V. §. tout le baiſſement des eaux étant $= \frac{bb-ss}{bb} \times \mathfrak{C}$, ſa différentielle ſera $= \frac{2\mathfrak{C}\,s\,dt\sqrt{bb-ss}}{b^3}$; & comme les quantités $\mathfrak{C}$, b & dt ſont conſtantes, nous voyons, que les variations verticales des Marées, qui ſe font dans de petits intervalles de tems égaux, ſont proportionnelles aux quantités répondantes $s\sqrt{bb-ss}$, ou aux Aires des Triangles $C \alpha z$.

SCHOLIE.

VII.

On voit que ces proprietés tendent à déterminer les hauſſemens & baiſſemens d'une même Marée pour chaque moment, & nous verrons dans la ſuite, combien elles répondent aux Obſervations. Ces Propoſitions ſuffiroient pour ce deſſein, ſi nous ne voulions conſidérer, que ce qui arrive aux Conjonctions & Oppoſitions des deux Luminaires : mais comme cette reſtriction ne feroit qu'un cas très-particulier de toute la Théorie des Marées, nous paſſerons plus outre. Remarquons cependant encore une fois, que chaque Luminaire peut être conſideré, comme agiſſant ſur la Mer, indépendamment l'un de l'autre ; puiſque les petites variations cauſées par l'un des deux,

ne change pas sensiblement toute la figure de la Terre: une quantité de quelques pieds ne sçauroit être sensible par rapport à tout le Diametre de la Terre. Nous allons donc considérer les deux Luminaires à la fois, & dans une position en longitude quelconque, quoique toujours dans le plan de l'Equateur. Nous considérerons aussi sur la Terre un Point quelconque dans l'Equateur, pour voir combien la Mer doit être plus haute ou plus basse dans ce Point, qu'elle ne seroit sans l'action des Luminaires. C'est ici une Question des plus essentielles pour notre sujet. Souvenons-nous cependant, que ς signifie la hauteur de toute la variation des eaux d'une Marée, en tant qu'elle est produite par la seule action du Soleil, & δ la même chose pour la Lune.

PROBLEME.

VIII.

Fig. 9. Soit dans la neuviéme Figure $b\varsigma d\delta$, l'Equateur de la Terre parfaitement circulaire, tel qu'il seroit sans l'action des deux Luminaires: supposons le Soleil dans la Ligne prolongée db, & la Lune dans la Ligne prolongée $\delta\varsigma$; & soit un point Z donné de position : trouver la hauteur yz, qui marque l'élevation de la Mer pour ledit point Z produit par les deux Luminaires.

SOLUTION.

Supposons que le Soleil éleve les eaux en b de la hauteur Bb, & la Lune de la hauteur $B\varsigma$ au Point ς. On aura par les précedentes Propositions $Bb = \frac{2}{3}\varsigma$, & $B\varsigma = \frac{2}{3}\delta$: qu'on partage la hauteur cherchée yz en deux parties yr, & rz, dont la premiere convienne à l'action de la Lune, & l'autre à l'action du Soleil: soit le Sinus total $= 1$, le Sinus de l'Angle donné $bCz = \frac{\sigma}{b}$; le Sinus de l'Angle ςCz pareillement donné $= \frac{\varrho}{b}$: de cette maniere, nous aurons

en vertu du III. §. $rz = \frac{3ss-bb}{3bb} \times \beta = \frac{2bb-3\sigma\sigma}{3bb} \times \beta$, & pareillement $yr = \frac{2bb-3\varrho\varrho}{3bb} \times \delta$, & par conséquent

$$yz = \frac{2bb-3\sigma\sigma}{3bb} \times \beta + \frac{2bb-3\varrho\varrho}{3bb} \times \delta. \text{ C. Q. F. T.}$$

COROLLAIRE.

IX.

On voit par cette Solution la loi qu'il faudroit observer pour construire une Table, qui marquât pour chaque âge de la Lune, & pour chaque moment, les hauteurs des Marées, en supposant le Point z changer continuellement de position, jusqu'à ce qu'il ait fait le tour : voyons à présent quel est le Point Z, qui marque la plus grande hauteur yz, les Poles b & β étant donnés de position.

LEMME.

X.

Si le Sinus de l'Angle bCz est appellé, comme ci-dessus, $\frac{\sigma}{b}$; le Sinus de l'Angle βCz, $\frac{\varrho}{b}$; le Sinus de la somme de ces deux Angles, c'est-à-dire, le Sinus de l'Angle $bC\beta$, $\frac{m}{b}$; je dis qu'on aura

$$\varrho = \frac{m\sqrt{(bb-\sigma\sigma)} - n\sigma}{b}, \&$$

$$\varrho = \frac{mmbb + nn\sigma\sigma - mm\sigma\sigma - 2mn\sigma\sqrt{(bb-\sigma\sigma)}}{bb}.$$

Je n'ajoûterai pas la démonstration de ce Lemme : mais il est pourtant bon d'avertir ici, qu'en cherchant la valeur de ϱ, qui marque le Sinus de la différence de deux Angles donnés par leurs Sinus ; on tombe facilement dans une autre expression beaucoup plus prolixe, & qui rend le Calcul du Problême, que nous allons exposer, presque impraticable.

PROBLEME.

X I.

Trouver les Points Z, où les hauteurs yz ſoient les plus grandes.

SOLUTION.

La nature de notre Problême demande, que la différentielle de yz, ſçavoir $\frac{-2\beta\sigma d\sigma - 2\delta\varrho d\varrho}{3bb}$ (§. *VIII.*) ſoit $=o$, ou bien $\quad \rho d\rho = \frac{-\beta}{\delta}\sigma d\sigma.$

Et ſi l'on différentie l'équation ſeconde du précedent Lemme, on trouve, prenant les quantités m, n & b pour conſtantes, & σ pour variable,

$$\varrho d\varrho = \frac{nn\sigma d\sigma - nm\sigma d\sigma}{bb} + \frac{2mn\sigma\sigma - nmbb}{bb\sqrt{(bb-\sigma\sigma)}}\, d\sigma.$$

En comparant ces deux valeurs de $\varrho d\varrho$, on trouve une nouvelle équation, à laquelle on pourra donner une telle forme,

$$\left(-\frac{\beta}{\delta}bb\sigma + mm\sigma - nn\sigma\right)\sqrt{bb-\sigma\sigma} = 2mn\sigma\sigma - mnbb:$$

ſi l'on ſuppoſe pour abréger la Formule $\frac{-\beta bb}{\delta mn} + \frac{m}{n} - \frac{n}{m} = A$, on trouve après une reduction entiere de l'équation, le Sinus de l'Angle bCz, ou

$$\frac{\sigma}{b} = \pm\sqrt{\left(\frac{1}{2} \pm \frac{A}{2\sqrt{(4+AA)}}\right)}.\ \text{C. Q. F. T.}$$

SCHOLIE.

X I I.

Il ne ſera pas difficile de reconnoître dans chaque cas, quel choix on doit faire des Signes ambigus. Mais pour faciliter la choſe, & pour en donner une idée d'autant plus diſtincte, on pourra faire les remarques qui ſuivent.

1°. Que notre Formule marque en même tems quatre Points z, Z, s & S; que les deux premiers diametralement oppoſés,

opposés, marquent que la Mer y est la plus haute, & les deux autres diametralement opposés marquent que la Mer x est la plus basse, & que l'Arc $z\,s$ est toujours de 90°, ce que l'on connoît de ce que $\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{A}{2\sqrt{4+AA}}}$, exprimant le Sinus d'un Angle, son Cosinus est exprimé par $\sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{A}{2\sqrt{4+AA}}\right)}$.

2°. Que l'Angle $b\,C\,\epsilon$ étant aigu, le Point z tombe entre les Points b & ϵ, que si cet Angle est droit, le Point z tombe précisément sur ϵ (en supposant la Force lunaire plus grande que la Force solaire, comme elle l'est sans doute); & enfin, lorsque l'Angle $b\,c\,\epsilon$ est obtus, que le Point z tombe au-dela du Point ϵ, l'Arc $b\,z$ devenant plus grand que l'Arc $b\,\epsilon$, avec cette loi, que le Point z s'approche reciproquement du Point d, tout comme il s'étoit éloigné du Point b. Enfin, qu'il y a autant de racines inutiles, qu'il faut rejetter, mais qu'il faudroit adopter, si la Force solaire surpassoit la Force lunaire.

COROLLAIRE I.

XIII.

On trouve le Sinus de l'Angle $\epsilon\,C\,z$ exprimé par $\frac{e}{b}$ de la même façon, que nous avons trouvé le Sinus de l'Angle $b\,C\,z$. On voit même que sans faire le Calcul de nouveau, on n'a qu'à renverser les lettres ϵ & δ dans la valeur de A, indiquée au §. XI. & supposer $-\frac{\delta bb}{\epsilon mn} + \frac{m}{n} - \frac{n}{m} = B$, & on aura $\frac{e}{b} = \pm\sqrt{\left(\frac{1}{2} \pm \frac{B}{2\sqrt{(4+BB)}}\right)}$.

COROLLAIRE II.

XIV.

Considérant l'Angle $b\,C\,\epsilon$ comme variable, on voit que l'Angle $\epsilon\,C\,z$, qui marque l'Angle horaire entre le moment

de la plus haute Marée, & celui du passage de la Lune par le Méridien, peut faire un *maximum*, ou plus grand, puisqu'il est $= o$, tant lorsque l'Angle $b C \varepsilon$ est nul, que lorsqu'il est égal à un droit: nous allons déterminer cet Angle dans la Proposition suivante.

PROBLEME.

X V.

Déterminer l'Angle $b C \varepsilon$ tel que son Angle $\varepsilon C z$ devienne le plus grand, qu'il est possible.

SOLUTION.

Pour déterminer l'Angle en question, il faut faire $d\varrho = o$, or ϱ étant exprimé par des constantes, & par la variable B (§. *XIII.*) il faut supposer $dB = o$, c'est-à-dire, que la différentielle de la quantité $\frac{-\delta bb}{\varepsilon mn} + \frac{m}{n} - \frac{n}{m}$, doit être supposée égale à zero, en considérant les lettres m & n comme variables: substituons pour n sa valeur $\sqrt{bb - mm}$ (§. *X.*)

nous aurons $B = \frac{-\delta bb + 2\varepsilon mm - \varepsilon bb}{\varepsilon m \sqrt{bb - mm}}$,

dont la différentielle devient nulle, en faisant

$$\frac{m}{b} = \sqrt{\frac{\varepsilon + \delta}{2\delta}}.$$

COROLLAIRE.

X V I.

Si ε étoit $= \delta$, c'est-à-dire, si les deux Luminaires avoient une force égale, pour mettre la Mer en mouvement, on auroit $m = b$. Mais la Force lunaire étant plus grande que la Force solaire, m devient plus petit que b: cependant l'Angle $b C \varepsilon$ ne deviendra jamais moindre que de 45°.

On remarquera aussi, qu'il y a quatre Points, tels que ε, dont deux sont autant éloignés du Point b, que les deux autres le sont du Point d; & que dans ces quatre Points,

la haute Marée vient alternativement après & avant le passage de la Lune par le Méridien.

Nous allons voir à présent, comment on doit appliquer tout ce que nous venons de dire pour trouver l'heure des Marées, & pour faire voir, combien notre Théorie bien ménagée s'accorde là-dessus avec les Observations.

CHAPITRE VI.

Sur l'heure moyenne des Marées pour toutes les Lunaisons.

I.

ON a été de tout tems soigneux à bien remarquer l'heure des hautes & basses Marées, pour établir là-dessus, autant qu'il est possible, des regles pour l'utilité de la Navigation; & quoiqu'il soit impossible de donner des regles générales & exactes, on n'a pas laissé de continuer ces recherches. Mais je ne sçache pas qu'on se soit encore avisé de raisonner là-dessus autrement, que par *induction* sur un grand nombre d'Observations, pendant que c'est ici une matiere, qui dépend beaucoup de la Géometrie pour l'essentiel, & que ce n'est que par rapport à quelques circonstances, qu'on est obligé de recourir aux Observations, pour établir des regles: & cela est si vrai, que la seule Théorie m'a fait voir plusieurs Points, dont je n'étois pas encore instruit par la lecture. Voyons donc avant toutes choses, jusqu'où la Théorie peut aller, pour éclaircir notre sujet: nous nous attacherons encore aux hypotheses marquées au XIX. §. du Chap. IV. que je prie le Lecteur de relire. Nous irons ensuite plus loin, & nous examinerons, quelle correction il faudra employer à l'égard de chaque hypothese, lorsqu'elle est en quelque façon changée.

I I.

Il eſt bon d'avertir ici le Lecteur, lorſque je parlerai des deux Marées qui ſe ſuivent, que j'entends deux Marées pareilles, qui ſe ſuivent au bout de 24 heures, en ſautant la Marée intermediaire; nous éviterons par-là de certaines petites inégalités, qu'on a obſervées, lorſqu'on a comparé enſemble les deux Marées, qui ſe font dans un même jour. Si l'on veut comparer enſemble des Marées, qui ont pluſieurs jours d'intervalle, nous choiſirons celles qui ſe font pendant que la Lune eſt au-deſſus de l'Horiſon.

I I I.

Il eſt clair, que ſi la Lune avoit infiniment plus de force que le Soleil, la haute Marée répondroit préciſément au paſſage de la Lune par le Méridien, & l'intervalle d'une Marée à l'autre, ſeroit d'un jour lunaire précis; & ſi au contraire la Force du Soleil ſurpaſſoit infiniment la Force lunaire, la Marée ſe feroit au moment du paſſage du Soleil par le Méridien, & l'intervalle d'une Marée à l'autre, ſeroit préciſément d'un jour ſolaire. Mais comme les deux dites Forces ſont, ſuivant toutes les Obſervations, comparables entre elles, on voit que le vrai tems de la haute Marée doit dépendre du paſſage par le Méridien de l'un & de l'autre Luminaire : mais il aura toujours plus de rapport avec la Lune, qu'avec le Soleil, parce que la Force lunaire eſt, ſans contredit, plus grande que la Force ſolaire. Nous verrons dans la ſuite, qu'il y a quatre ſituations de la Lune, dans leſquelles l'intervalle de deux Marées qui ſe ſuivent, eſt préciſément d'un jour lunaire; & qu'en deçà, ou en delà de ces quatre Points, les Marées doivent néceſſairement avancer ou retarder ſur le tems d'un jour lunaire : nous déterminerons ces accélerations & retardemens, qui ſont fort inégaux, & nous ajoûterons pluſieurs autres Remarques ſur cette matiere, qui l'éclairciront plus que toutes les Obſer-

vations, qu'on a faites jusqu'ici. Il est vrai que ces déterminations dépendent du rapport qu'il y a entre les Forces des deux Luminaires, que ce rapport est encore incertain, & qu'il est même variable : mais j'indiquerai quels sont les moyens les plus sûrs, pour le déterminer d'abord dans de certaines circonstances, & ensuite généralement. Avant que de traiter cette Question, qui est une des plus utiles, & des plus essentielles, nous déterminerons généralement le vrai tems des hautes & basses Marées, en supposant le rapport entre les forces des deux Luminaires connu.

IV.

Soit dans la dixiéme Figure *b a d c* l'Equateur, dans le plan duquel les deux Luminaires sont encore supposés se mouvoir de *b* vers *a*, pendant que l'Equateur de la Terre se tourne dans le même sens autour de son Centre *C*. Prenons dans l'Equateur un Point *b*, & considérons les Luminaires se trouver dans leur Conjonction au Point *b*, c'est-à-dire, étant l'un & l'autre dans la Ligne prolongée *d b*; on voit qu'en ce cas la haute Marée doit être dans ce moment-là en *b*, & précisément à midi.

Fig. 10.

V.

Voyons à présent ce qui doit arriver un, deux, trois, &c. jours après : supposons pour cet effet, que le Soleil se trouvant encore à midi au Point *b*, la Lune réponde au Point *ϐ* : la haute Marée répondra dans ce moment au Point *z*, & les Arcs *b z*, *ϐ z* se déterminent par les §. §. XI. & XIII. du Chap. V. il faut donc que le Point *b* parcoure dans l'Equateur l'Arc *b z*, pour se trouver dans l'endroit de la plus haute Marée ; car on peut négliger les petits Arcs, que les Luminaires parcourent, dans le tems que le Point *b* de l'Equateur parcourt l'Arc *b z*. On voit donc, que si l'on veut regler le tems des hautes Marées après le tems vrai, on doit prendre l'Arc *b z* pour l'Arc horaire,

qui marque l'heure de la haute Marée de ce jour-là.

Cette regle ſuppoſe le Point ☾ en repos, pendant le tems qui convient audit Arc horaire bz ; mais il eſt facile de corriger cette ſuppoſition : car nous verrons dans la ſuite, que l'Arc bz eſt preſque égal à l'Arc b ☾ ; & cela étant, il eſt clair, qu'on n'a qu'à ſubſtituer des heures lunaires aux heures ſolaires, qui répondent à l'Arc bz, pour corriger ladite ſuppoſition.

V I.

Nous venons de montrer, comment on peut déterminer le vrai tems des hautes Marées, en le rapportant au midi, c'eſt-à-dire, au paſſage du Soleil par le Méridien : voici à préſent, comment on peut déterminer l'heure des hautes Marées, en la rapportant au paſſage de la Lune par le Méridien, qu'on connoît par les Ephémerides : on peut le faire immédiatement par le moyen de l'Arc ☾ z : nous verrons que le Point z ne ſçauroit s'éloigner du Point ☾ au-delà d'environ dix dégrés, qui répond à 40 minutes de tems, pendant lequel cet Arc ne ſçauroit varier ſenſiblement ; d'où il ſuit que ce petit Arc ☾ z marquera toujours l'Arc horaire entre le moment du paſſage de la Lune par le Méridien & le moment de la haute Marée.

V I I.

L'Arc ☾ z étant tantôt négatif, tantôt affirmatif, comme il paroît par le XIII. Art. du Chap. V. on voit que la haute Marée ſuivra le paſſage de la Lune par le Méridien, depuis les Syzygies juſqu'aux Quadratures, & qu'elle le précedera depuis les Quadratures juſqu'aux Syzygies : on voit encore par l'Art. XV. du Chap. V. que l'Arc ☾ z fait un *maximum*, lorſque le Sinus de l'Arc b ☾ eſt $= \sqrt{\frac{☾ + \delta}{2\delta}}$: c'eſt alors que la haute Marée retarde ou avance le plus ſur le paſſage de la Lune par le Méridien : & comme vers ce tems-là les Points ☾ & z peuvent être cenſés avoir un

mouvement égal, l'intervalle d'une Marée à l'autre, sera alors précisément d'un jour lunaire : & cet intervalle peut être appellé intervalle moyen entre deux Marées qui se suivent : il est de 24 heures $50\frac{1}{2}$ minutes, en prenant 29 jours 12 heures 44 minutes, pour le tems moyen d'une Conjonction à l'autre.

On remarquera encore que l'intervalle d'une Marée à l'autre, est le plus petit dans les Syzygies, & le plus grand dans les Quadratures.

VIII.

Pour déterminer analytiquement les propriétés, que nous venons d'indiquer en gros, nous supposerons, que la Lune répondant au Point m, & la haute Marée étant dans ce moment-là au Point n, l'Arc $m\,n$ soit alors le plus grand qu'il est possible. Soit outre cela encore le Sinus total $= 1$, le Sinus de l'Arc $m\,b = m$, son Cosinus $= n$. Cela étant, nous avons déja dit, & nous le remarquerons encore ici :

1°. Qu'on aura $m = \sqrt{\frac{\epsilon + \delta}{2\delta}}$.

2°. Qu'on peut déterminer la grandeur de l'Arc $m\,n$ par le moyen du XIII. §. Chap V. où nous avons démontré, que généralement le Sinus de cet Arc est

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2} \pm \frac{B}{2\sqrt{4 + BB}}\right)}$$

en supposant $B = \frac{-\delta b b}{\epsilon m n} + \frac{m}{n} - \frac{n}{m}$. Pour appliquer cette regle générale à notre cas particulier, il faut supposer $b = 1$; $m = \sqrt{\frac{\epsilon + \delta}{2\delta}}$, & $n = \sqrt{\frac{\delta - \epsilon}{2\delta}}$: après ces substitutions, on trouve le Sinus de l'Arc $m\,n = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{\delta\delta - \epsilon\epsilon}}{2\delta}\right)}$; & comme δ est beaucoup plus grand que ϵ, on peut censer le Sinus de l'Arc $m\,n$ être simplement $= \frac{\epsilon}{2\delta}$.

3°. Qu'on déterminera la grandeur de l'Arc $n\,b$, par le moyen du XI. §. Chap. V. Il est remarquable que cet Arc ne dépend point du rapport, qui est entre la Force lunaire

δ, & la Force solaire ϵ; car il est toujours de 45 dégrés.

4°. Que si la Lune est supposée dans un Point quelconque ϵ, les Arcs bz & ϵz peuvent se déterminer par le moyen des XI. & XIII. §. §. du Chap. V. comme nous avons déja dit : mais si l'on suppose le Point ϵ bien près du Point b, nos Formules font voir, qu'on peut censer alors le Sinus de l'Arc $\epsilon z = \frac{\epsilon}{\epsilon + \delta} \times m$, & le Sinus du petit Arc $bz = \frac{\delta}{\epsilon + \delta} \times m$. Cette Formule nous servira à determiner combien les Marées priment vers les Syzygies.

5°. Que si la Lune se trouve en α bien près de a, la haute Marée repondra dans ce moment au Point z' au-delà du Point α, & on trouvera par le XIII. Art. du Chap. V. si l'on traite bien l'équation qui y est marquée, le Sinus du petit Arc $\alpha z = \frac{\epsilon}{\delta - \epsilon} \times n$, en prenant pour n le Cosinus de de l'Arc $b\alpha$, ou ce qui revient au même, le Sinus du petit Arc $a\alpha$. Cette valeur du petit Arc αz nous servira à déterminer, combien les Marées retardent vers les Quadratures.

Ces deux dernieres Remarques sont fondées sur ce que m ou n, étant comme infiniment petits, les quantités A & B deviennent comme infiniment grandes, & alors on peut substituer simplement $\frac{1}{A}$ & $\frac{1}{B}$ à la place des Quantités

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{A}{2\sqrt{4+AA}}\right)} \quad \& \quad \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{B}{2\sqrt{4+BB}}\right)}:$$

& après ces substitutions, on trouve les Sinus des petits Arcs, comme nous les avons déterminés.

I X.

Toutes ces propriétés, que nous venons d'établir, sont tout-à-fait conformes aux Observations. Mais pour en sentir toute la force, il faudroit toujours sçavoir le rapport qu'il y a entre les Forces δ & ϵ, & c'est ce que j'ai déja dit, qu'on ne sçauroit déterminer immédiatement par les principes d'Astronomie, faute d'Observations assez justes sur la Lune; il faut donc s'en tenir aux effets Physiques, que la Lune produit

produit sur la Terre, pour en déduire sa force; & je n'en connois point d'autres, que les Marées mêmes : mais il s'en faut servir avec beaucoup de circonspection. Comme c'est ici un point très-essentiel, je n'ai pas voulu manquer de le considérer avec toute l'attention qu'il mérite. Voici mes refléxions là-dessus.

X.

On pourroit déduire le rapport moyen entre les Forces δ & ς du rapport des plus hautes Marées, qui se font près des Syzygies, & des plus petites Marées aux Quadratures. Car on voit par le VIII. §. Chap. V. que la hauteur de la plus grande Marée doit être à celle de la plus petite Marée, comme $\delta + \varsigma$ est à $\delta - \varsigma$. Mais les hauteurs des Marées dans les Ports, où l'on fait les Observations, dépendent de tant de circonstances, qu'elles ne peuvent être tout-à-fait proportionnelles aux hauteurs des Marées dans la Mer libre; & c'est ce qui fait, qu'on trouve le rapport moyen entre les plus grandes & les plus petites Marées, assez différent dans des différents Ports.

M. Newton, qui a suivi cette Méthode, rapporte une Observation faite par Sturm au-dessous de Bristol, où cet Auteur a trouvé que les hauteurs de la plus grande & de la plus petite Marée ont été, comme 9 à 5, d'où il faudroit conclure, que $\delta = 3\frac{1}{2} \times \varsigma$. Cette Observation est bien éloignée de celle que j'ai reçûe dernierement faite à Saint Malo par M. Thouroud. La voici : » Dans » les grandissimes Marées, la Mer s'éleve de 50 pieds » en plomb au-dessus du bas de l'eau : dans les Marées » bâtardes, elle ne différe que de quinze pieds. » Si j'ai bien compris cette Observation, la plus grande Marée étoit à la plus petite, comme 50 à 15, ou comme 10 à 3; ce qui donneroit $\delta = \frac{13}{7} \times \varsigma$. Ces deux resultans sont bien différens : il est vrai, que le rapport de δ à ς est variable; mais cette variation ne sçauroit aller si loin; si la plus petite valeur de $\frac{\delta}{\varsigma}$ est $= m$, la plus grande valeur de $\frac{\delta}{\varsigma}$ sera environ $= \frac{3}{2} m$.

Il y a une autre refléxion à faire sur cette Méthode de trouver le rapport entre les Forces des deux Luminaires: c'est que les Marées sont une espece d'Oscillations, qui se ressentent toujours des Oscillations précedentes : cette raison fait que les variations des Marées, ne sçauroient être aussi grandes qu'elles devroient être, suivant les Loix hydrostatiques. Concevons un pendule attaché à une Horloge animée successivement par des poids différens : On sçait, que plus ces poids sont grands, plus les Oscillations du pendule deviennent grandes : mais en changeant les poids, les premieres Oscillations ne prendront pas d'abord leur grandeur naturelle ; elles ne s'en approchent que peu à peu. Il n'en est pas de même des durées des Oscillations, lorsque le pendule est successivement animé par différentes pésanteurs. Considérons d'abord un pendule simple animé par la pésanteur ordinaire, & qui fasse ses Oscillations dans deux secondes de tems, & supposons ensuite la pésanteur devenir tout d'un coup quatre fois plus grande ; je dis que la premiere Oscillation, qui suivra ce changement, se fera de même que toutes les autres suivantes dans une seconde de tems.

Cette considération me porte à croire, que les Observations sur les durées & sur les intervalles des Marées sont plus sûres pour notre dessein, que les hauteurs des Marées : si cette refléxion est bien fondée, on pourroit faire attention aux Méthodes suivantes, pour trouver le rapport moyen entre ☉ & ☾.

1°. Il faudroit pendant plusieurs mois observer, quel est le plus petit intervalle de deux Marées. Nous avons dit au VI. §. que l'intervalle moyen est d'un jour moyen lunaire, que je suppose de 24 heures 50 minutes : mais il sera moindre dans les Syzygies ; quoique plus grand qu'un jour solaire, ou de 24 heures : supposons ce plus petit intervalle de 24 heures, & d'autant de minutes, qu'il y a d'unités dans N ; & il faudra prendre dans la dixiéme Figure un Arc horaire b ☾ de 50 minutes de tems : De cet Arc b ☾, il faut prendre une partie ☾z, qui réponde à (50 — N)

minutes. Or par la IV. Remarque du VII. §. l'Arc $\mathfrak{C}z$ eſt à l'Arc $b\,\mathfrak{C}$, comme $\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}+\delta}\times m$ eſt à m : d'où nous tirons cette analogie,

$$50 - N : 50 :: \mathfrak{C} : \mathfrak{C} + \delta,$$

& cette analogie donne

$$\delta = \frac{N}{50 - N} \times \mathfrak{C}.$$

Soit N égal à 35 (c'eſt ainſi qu'on l'obſerve à peu près dans les Marées regulieres) & on aura $\delta = \frac{35}{15}\,\mathfrak{C}$.

2°. On pourroit auſſi faire attention aux plus grands intervalles; ſi ce plus grand intervalle (qui ſe fait ordinairement après les Quadratures) étoit de 24 heures & d'autant de minutes, qu'il y a d'unités en M. On trouve par la même Méthode, que nous venons d'indiquer, & par la V. Remarque du VII. §. $\quad \delta = \frac{M}{M - 50} \times \mathfrak{C}$.

Soit $M = 85$ minutes (c'eſt à peu près la valeur que l'on obſerve) & on trouvera

$$\delta = \frac{85}{35} \times \mathfrak{C}.$$

Voilà les deux Méthodes, que je crois les plus exactes; & la premiere doit l'emporter ſur la ſeconde, parce que les Marées ſont plus irrégulieres après les Quadratures, qu'après les Syzygies. Il y a encore pluſieurs autres Méthodes pareilles à celles que je viens d'expoſer, & dont j'ai fait en partie le Calcul; mais comme je ne ſuis pas aſſez content des Obſervations, ſur leſquelles ces Méthodes ſont fondées, je ne les mettrai pas ici. Je me contenterai de dire, qu'après tous les examens que j'ai faits, j'ai trouvé, que pour accorder, autant qu'il eſt poſſible, toutes les Obſervations qui déterminent le rapport entre δ & $\mathfrak{C}$, il faut ſuppoſer la valeur moyenne de $\frac{\delta}{\mathfrak{C}} = \frac{5}{2}$; la plus petite valeur de $\frac{\delta}{\mathfrak{C}} = 2$, & ſa plus grande valeur $= 3$. C'eſt donc ſur ces ſuppoſitions que nous raiſonnerons & calculerons dans la ſuite; & comme nous ne conſidérons encore toutes les circonſ-

tances variables, que dans leur état moyen, nous ferons dans tout le reſte de ce Chapitre $\frac{\delta}{6} = \frac{5}{2}$.

M. Newton ſuppoſe $\frac{\delta}{6}$ environ $= 4$: mais j'ai déja dit, pourquoi ſa Méthode doit indiquer la valeur de $\frac{\delta}{6}$ plus grande qu'elle n'eſt : la raiſon en eſt, que ſi les Marées n'avoient point d'influence les unes ſur les autres, comme elles ont, les plus grandes Marées différeroient davantage des plus petites, & par-là on trouveroit la valeur de $\frac{\delta}{6}$ plus petite.

Avant que de finir cette digreſſion ſur le rapport entre la force de la Lune, & celle du Soleil, & d'en faire l'application à notre ſujet, je ferai ici une refléxion ſur les Forces abſolues de la Lune & du Soleil. Nous avons fait voir aux §. §. VIII. & XV. du Ch. IV. que dans l'hypotheſe de l'homogenéïté de la Terre adoptée par M. Newton, le Soleil ne ſçauroit faire varier les eaux au-delà de deux pieds, ni par conſéquent la Lune au-delà de cinq pieds. Ces deux Forces combinées enſemble pour les Quadratures feroient une Force abſolue à faire varier les eaux en pleine Mer de trois pieds de hauteur verticale pendant une Marée. Mais peut-on comprendre, que d'une variation de trois pieds en pleine Mer, il puiſſe provenir tous les effets des Marées aux Quadratures ? Encore eſt-il très-vraiſemblable, que la variation actuelle des eaux differe beaucoup de la variation entiere, que la Théorie indique comme poſſible : peut-être même, que la variation actuelle eſt à peine ſenſible par rapport à l'autre, & cela non-ſeulement à cauſe des empêchemens accidentels, tel que le frottement, l'imparfaite fluidité, &c ; mais encore à cauſe de l'inertie des eaux & du mouvement journalier de la Terre ; car on voit bien, que ſi ce mouvement journalier de la Terre étoit d'une viteſſe infinie, les Luminaires ne pourroient avoir aucun effet pour faire varier la Mer, quelque Force qu'ils euſſent. Je ſuis donc entierement perſuadé, que les Forces abſo-

fues des deux Luminaires sont beaucoup plus grandes, que M. Newton ne les suppose, & tous ses Commentateurs après lui, prenant l'homogenéïté de la Terre, pour une hypothese, sur laquelle ils bâtissent tout leur Systême. Ces refléxions doivent donner beaucoup de poids à tout ce que nous avons dit au Chap. IV. où nous avons démontré, qu'en supposant, que les Densités des Couches de la Terre augmentent depuis la circonférence vers le centre (supposition d'ailleurs extrêmement probable par plusieurs raisons Physiques, dont j'ai exposé une partie au XIII. §. du Chap. IV.) on peut augmenter, tant qu'on veut, les effets de la Lune & du Soleil sur la Terre. Après cet examen sur les Forces, tant relatives, qu'absolues des deux Luminaires, nous allons en faire usage, pour considérer de plus près tout ce qui regarde la durée des Marées, leurs intervalles, & pour faire voir le merveilleux accord entre la Théorie & les Observations.

X I.

Les intervalles de deux Marées qui se suivent, sont les plus petits dans le tems des Syzygies: leur intervalle moyen est alors de 24 heures 35 minutes, & les Marées priment chaque jour de 15 minutes sur le mouvement de la Lune.

X I I.

Les intervalles de deux Marées qui se suivent, sont les plus grands dans le tems des Quadratures: ils sont alors de 24 heures 85 minutes, c'est-à-dire, de 25 heures 25 minutes: les Marées retardent de 35 minutes par jour sur le mouvement de la Lune. Cette grande inégalité doit rendre l'heure des Marées plus incertaine & plus irréguliere que dans les Syzygies; & c'est aussi ce que l'on observe: mais ce n'est pas la seule raison.

X I I I.

Les Marées répondront précisément au passage de la

Lune par le Méridien, tant dans les Quadratures, que dans les Syzygies, si celles-ci se font aussi au moment du passage de la Lune par le Méridien. Mais si les Quadratures & les Syzygies ne se font pas dans le moment du passage de la Lune par le Méridien, il faut des corrections. Dans les Syzygies, il faut une correction de 15 minutes pour un jour entier en vertu du XI. §. & par conséquent $\frac{5}{8}$ de minutes par heure, que la haute Marée avancera sur le passage de la Lune par le Méridien, si les Syzygies se font avant ce même passage; & que la haute Marée retardera sur le passage de la Lune par le Méridien, si les Syzygies se font après ce passage. Dans les Quadratures il faut une correction de 35 minutes par jour, en vertu du §. XII. c'est-à-dire, environ une minute & demie par heure, que la haute Marée retardera sur le passage de la Lune par le Méridien, si les Quadratures se font avant ledit passage; & qu'elle avancera, si les Quadratures se font après le passage de la Lune par le Méridien. Car près des points *b* & *a*, les Arcs βz & αz^1 peuvent être censés proportionnels aux Arcs $b\beta$ & $a\alpha$.

XIV.

Si au lieu de rapporter les hautes Marées aux jours lunaires, on vouloit considérer les jours solaires, on voit bien qu'il faut dire, que les hautes Marées, au lieu de primer de 15 minutes dans lès Syzygies, retardent de 35 minutes dans un jour, ou d'environ une minute & demie par heure; & qu'elles retardent de 85 minutes par jour dans les Quadratures, ce qui fait environ trois minutes & demie par heure : de-là nous tirerons cette regle pour les Syzygies.

Il faut ajoûter à l'heure moyenne de la Marée dans les Syzygies une minute & demie par chaque heure, que les Syzygies auront devancé ladite heure moyenne, & en retrancher une minute & demie par chaque heure, que les Syzygies retarderont sur la même heure moyenne.

Et pour les Quadratures nous aurons la regle suivante :

Il faut ajoûter, ou retrancher, dans les Quadratures de l'heure moyenne de la Marée, trois minutes & demie par chaque heure, que les Quadratures avanceront ou retarderont sur la même heure moyenne.

X V.

M. Caſſini, dont les remarques ingénieuſes ſur les Marées m'ont ſervi de guide dans mes recherches, a donné par induction des regles pareilles, avec cette différence que dans les Syzygies, il a mis deux minutes par heure, au lieu d'une minute & demie; & deux minutes & demie dans les Quadratures, au lieu de trois minutes & demie.

X V I.

Enfin nous remarquerons, que l'intervalle moyen de deux Marées qui ſe ſuivent, lequel intervalle eſt de 24 heures lunaires, ou 24 heures 50 minutes, n'eſt pas également éloigné des Syzygies & des Quadratures; mais qu'il eſt beaucoup plus près des Quadratures, que des Syzygies: auſſi pouvoit-on le prévoir facilement; car comme toutes les accélerations depuis le Point b juſqu'au Point m (qui eſt celui, dont il eſt queſtion ici) doivent compenſer tous les retardemens depuis le Point m juſqu'au Point a, & que les accélerations ſont beaucoup plus petites que les retardemens, on voit d'abord, que le Point m doit être plus près du Point a, que du Point b. Mais nous déterminerons exactement ce point m par le moyen de la premiere Remarque du VIII. §. où nous avons démontré que le Sinus de l'Arc $m\,b$ eſt $= \sqrt{\frac{6+\delta}{2\delta}} = \sqrt{\frac{7}{10}} = 0{,}8366$, lequel Sinus répond à un Arc de $56^{d}.\ 47^{m}$. L'Arc mb étant donc de $56^{d}.\ 47^{m}.$; l'Arc $m\,a$ ſera de $33^{d}.\ 13^{m}.$, & les deux Arcs $m\,b$ & $m\,a$ ſont comme 3407 à 1993.

L'Arc $n\,b$ étant toujours de 45 dégrés (*par la III. Remarque du VIII. §.*) nous avons l'Arc $m\,n = 11^{d}.\ 47^{m}.$; & cet Arc $m\,n$ marque le plus grand intervalle poſſible entre

le paſſage de la Lune par le Méridien, & la haute Marée. Cet intervalle eſt donc de 47 minutes de tems : le paſſage de la Lune par le Méridien ſuivra la haute Marée depuis les Syzygies juſqu'aux Quadratures, & la précédera depuis les Quadratures juſqu'aux Syzygies. Mais le plus grand intervalle de l'un à l'autre (qui ſe fait environ $2\frac{1}{4}$ jours avant & après les Quadratures) ne ſurpaſſe jamais 47 minutes de tems.

XVII.

Toutes ces Propoſitions depuis le XI. §. juſqu'ici, nous donnent une idée claire des heures des hautes Marées, & de toutes leurs variations pour chaque âge de la Lune. Car, quoique nos démonſtrations ſont fort hypothetiques, elles n'en méritent pas moins d'attention; je ferai voir dans le Chapitre ſuivant, comment on peut donner des corrections aſſez juſtes à l'égard de toutes les hypotheſes que j'ai expoſées au XIX. §. du Chap. IV. Mais pour donner toute la perfection qui eſt poſſible, à cette matiere, je montrerai plus préciſément, comment on peut trouver l'intervalle entre le paſſage de la Lune par le Méridien, & la haute Marée, pour tout Arc donné entre les deux Luminaires; après quoi je donnerai une Table, que j'ai pris la peine de calculer de dix en dix dégrés. Il ſera facile après cela, moyennant les Ephémerides & des Interpolations, de déterminer l'heure des Marées généralement.

XVIII.

Soit donc encore le Soleil en b; la Lune dans un Point quelconque m : la haute Marée en n. Soit le Sinus de l'Arc $mb = m$: le Sinus total $= 1$, le Coſinus de l'Arc $mb = n$: qu'on faſſe (*§. XIII. Chap. V.*)

$$B = \frac{-\delta bb}{6mn} + \frac{m}{n} - \frac{n}{m} = \frac{4mm - 7}{2mn}:$$

on aura le Sinus de l'Arc mn (qui eſt l'Arc horaire entre le

le paſſage de la Lune par le Méridien & la haute Marée)

$$=\sqrt{\left(\frac{1}{2}+\frac{B}{2\sqrt{4+BB}}\right)}.$$

Si l'on change cette Quantité radicale en ſuites, en faiſant attention que B eſt toujours un nombre négatif beaucoup plus grand que l'unité, on verra qu'on peut, ſans aucune erreur ſenſible, ſuppoſer le Sinus de l'Arc horaire mn $=\frac{1}{B}-\frac{3}{2B^3}$, & même ſimplement $=\frac{1}{B}$ près des Syzygies & des Quadratures. Voici à préſent la Table dont je viens de parler.

La *premiere* Colonne marque de dix en dix Dégrés l'Angle compris entre les deux Luminaires vûs du centre de la Terre environ l'heure de la haute Marée : la *ſeconde* marque le nombre de minutes, qu'il faut retrancher depuis les Syzygies juſqu'aux Quadratures, & ajoûter depuis les Quadratures juſqu'aux Syzygies à l'heure du paſſage de la Lune par le Méridien, pour trouver l'heure de la Marée; & la *troiſiéme* marque la vraie heure de la haute Marée.



TABLE FONDAMENTALE
pour trouver l'heure moyenne des hautes Marées.

Distances entre les deux Luminaires en Dégrés.	*Tems de la haute Mer avant & après le passage de la Lune par le Méridien.*	*Heure de la haute Mer.*	
o Dégrés.	o Minutes.	o Heur.	o Min.
10	$11\frac{1}{2}$ avant.	0	$28\frac{1}{2}$
20	22 avant.	0	58
30	$31\frac{1}{2}$ avant.	1	$28\frac{1}{2}$
40	40 avant.	2	0
50	45 avant.	2	35
60	$46\frac{1}{2}$ avant.	3	$13\frac{1}{2}$
70	$40\frac{1}{2}$ avant.	3	$59\frac{1}{2}$
80	25 avant.	4	55
90	0	6	0
100	25 après.	7	5
110	$40\frac{1}{2}$ après.	8	$0\frac{1}{2}$
120	$46\frac{1}{2}$ après.	8	$46\frac{1}{2}$
130	45 après.	9	25
140	40 après.	10	0
150	$31\frac{1}{2}$ après.	10	$31\frac{1}{2}$
160	22 après.	11	2
170	$11\frac{1}{2}$ après.	11	$31\frac{1}{2}$
180	0	12	0

XIX.

La Table que nous venons de donner, détermine généralement l'heure des hautes Mers pour les hypotheſes expoſées au XIX. §. Chap. IV. s'il eſt vrai que la raiſon moyenne entre les Forces de la Lune & du Soleil, ſoient comme 5 à 2. Je la crois à-peu-près telle, après avoir bien examiné toutes les Obſervations qui peuvent la déterminer: cependant, comme ces Obſervations ne ſont ni aſſez juſtes, ni en aſſez grand nombre, pour s'y fier entierement, je ne la donne pas encore pour tout-à-fait exacte : il eſt pourtant certain, que cette Table ne ſçauroit manquer d'avoir toute l'exactitude néceſſaire, les Marées étant ſujettes à pluſieurs irrégularités, dont on ne ſçauroit donner aucune meſure, & qui ſont de beaucoup plus grande conſéquence, que tout ce qu'il y a encore d'incertain dans la Table. Nous allons examiner avec quelles précautions & corrections on doit s'en ſervir.

CHAPITRE VII.

Qui contient à l'égard de pluſieurs Circonſtances variables, les Corrections néceſſaires pour les Théoremes & pour la Table du Chapitre précedent, & une Explication de pluſieurs Obſervations faites ſur les Marées.

I.

LEs Vents & les Courants irréguliers contribuent le plus à rendre les Marées incertaines & irrégulieres. Ils accéléreront & augmenteront le Flux, ou le retarderont & le diminueront, ſelon qu'ils ont une direction commune ou contraire avec le Flux naturel des eaux. Mais on

voit bien qu'il faut se contenter de ces effets, & qu'il est difficile & même impossible d'en marquer le détail, ou des mesures précises.

I I.

La seconde circonstance qui fait varier les Marées, est la situation du Port, sa profondeur, sa communication avec la Mer libre, la pente de son fonds & des environs, &c. Tout cela fait qu'il est impossible de marquer l'heure absoluë des Marées dans les Ports, ou Bayes, ou Côtes différemment situées. Mais comme toutes ces circonstances demeurent toujours les mêmes, on peut supposer qu'elles font le même effet sur toutes les Marées; sçachant donc combien la Marée est retardée dans les Syzygies, on le sçaura aussi à-peu-près dans toutes les autres situations de la Lune. Cette supposition est la seule ressource qui nous reste: j'avouë même qu'elle doit être fort peu exacte pour les différentes déclinaisons des deux Luminaires à l'égard de l'Equateur: il n'est pas vraisemblable non plus, qu'elle soit également juste pour les grandes Marées dans les Syzygies, & pour les Marées bâtardes dans les Quadratures. Mais avec tout cela, on ne doit pas la rejetter, plusieurs Observations m'ayant fait voir, que moyennant cette correction, le cours des Marées répond assez bien à la Théorie. Il faut donc sçavoir par un grand nombre d'Observations pour chaque endroit l'heure moyenne des hautes Mers dans les Syzygies, & ajoûter cette heure au tems marqué dans la seconde & troisiéme Colonne de notre Table : c'est cette heure moyenne des hautes Mers dans les Syzygies, que les Mariniers appellent *heure du Port*: elle varie extrêmement dans les différens Ports, comprenant tout le tems & durée d'une Marée.

I I I.

Ce retard de l'heure moyenne des pleines Mers dans les Syzygies, à l'égard du midi, s'observe aussi dans la Mer

libre, ou plutôt dans les Isles qui sont en pleine Mer : mais il n'est pas si grand, & vient d'une autre cause, sçavoir de l'inertie des eaux, qui les empêche d'obéïr assez promptement, à cause de la vitesse du mouvement journalier de la Terre. On peut appliquer ici tout le raisonnement que nous avons fait au VI. §. du Chap. III. pour expliquer la nutation de la Lune en longitude : On pourroit douter, si cette raison doit faire avancer ou retarder les Marées : Supposons donc, pour nous en éclaircir, que, tant les Luminaires, que la haute Marée, répondent à un même Point b dans la huitiéme Figure : comme le mouvement des Luminaires n'est pas sensible, par rapport au mouvement journalier de la Terre, nous les considérerons comme demeurant dans la ligne db : l'Equateur de la Terre changera sa figure naturelle $bgdh$ en $BGDH$; & cette figure $BGDH$ tournant autour du Centre C de B vers G, le sommet B viendra quelque tems après en y : cela étant, si les eaux pouvoient se composer dans un instant dans un état d'équilibre, l'élevation Bb devroit se changer en yz, & la force qui devroit produire ce changement, seroit exprimée par $Bb - yz$: mais cette force étant infiniment petite, si l'Angle BCy est infiniment petit, elle ne sçauroit produire tout son effet. On voit par-là, qu'il faut supposer l'Angle BCy d'une grandeur considérable, & considérer ensuite le sommet B comme transporté en y, afin que la différence des pressions soit assez grande, pour conserver le sommet des eaux au Point y, malgré la rotation du Globe. Le vrai sommet étant donc en y, l'Angle BCy sera l'Angle horaire, qui marquera les retardemens réels des hautes Marées sur le passage de la Lune par le Méridien. Là-dessus nous pourrons faire les Remarques qui suivent.

1°. Si les Luminaires ne sont pas en conjonction, & que le Soleil soit en b, & la Lune en ζ (*Fig.* 9.) on pourra considérer la chose, comme si les Luminaires étoient en conjonction, mais dans la Ligne Cz, déterminée de position au VIII. §. du Chap. V. & augmenter toujours l'An-

gle bCz de la neuviéme Figure, de l'Angle BCy, dont nous venons de parler : d'où il paroît que l'Angle horaire BCy doit toujours être ajoûté au tems marqué dans la troisiéme Colonne de notre précedente Table : car la hauteur des Marées ne paroît pas devoir changer la chose, puisque les changemens de pression pour un petit tems donné, sont proportionnels aux baissemens des eaux, qui doivent se faire pour conserver le sommet des eaux dans un même Point y.

2°. Si le mouvement journalier de la Terre étoit infiniment lent, l'Angle BCy seroit nul : mais il doit être plus grand, d'autant qu'on suppose le mouvement journalier plus grand & plus prompt; & la différence des hauteurs entre les hautes & basses Marées, doit diminuer à proportion.

3°. Si la vitesse du mouvement journalier étoit comme infinie, la pleine Mer répondroit presque au Point G; mais aussi la différence des hautes & basses Mers seroit comme nulle. Il me semble après avoir bien consideré la chose, que les hauteurs des Marées dans les Syzygies doivent être censées proportionnelles aux Sinus des Angles GCy dans la Mer libre, & que si la hauteur Bb sans le mouvement journalier de la Terre est $= \mathfrak{C}$, elle sera avec le mouvement journalier de la Terre $= \frac{C\alpha}{Cb} \times \mathfrak{C}$. Or, comme on a observé, que dans la Mer libre la haute Marée suit environ de deux heures le midi dans les Syzygies; il faut supposer l'Angle BCy de 30 dégrés, & les forces absolues des Luminaires doivent être supposées plus grandes en raison de $\sqrt{3}$ à 2 pour élever les eaux, autant qu'elles le seroient sans le mouvement journalier de la Terre.

I V.

Nous avons encore fait voir, que sans le concours des causes secondes, les plus grandes Marées devroient se faire dans les Syzygies, & les plus petites dans les Quadratures.

Cependant on a obſervé, que les unes & les autres ſe font un ou deux jours plus tard. Ce retardement eſt encore produit, ſinon pour le tout, au moins en partie, par l'inertie des eaux, qui doivent être miſes en mouvement, & qui ne ſçauroient obéïr aſſez promptement aux forces qui les ſollicitent, pour leur faire ſuivre les loix que ces forces demanderoient. Il y a peut-être encore une autre cauſe, & M. Caſſini me paroit le ſoupçonner de même, quoiqu'il ne ſe ſerve pas de nos principes, la voici : c'eſt qu'il ſe pourroit bien que cette cauſe, qui nous eſt encore ſi cachée, & qui donne une tendance mutuelle aux Corps flottans & compoſans le ſyſtême du monde ; que cette cauſe, dis-je, ne ſe communiquât pas dans un inſtant d'un Corps à l'autre, non plus que la lumiere. S'il y avoit, par exemple, un Torrent central de matiere ſubtile, & d'une étendue infinie, vers le centre de la Terre, & un ſemblable vers le centre de la Lune, ces deux Torrens pourroient produire la Gravitation mutuelle de ces deux Corps, & la viteſſe du premier pourroit être telle, qu'il fallût un ou deux jours à la matiere, pour parvenir depuis la Lune juſqu'à la Terre : en ce cas on voit bien que l'effet de la force lunaire ſur notre Océan, feroit le même, qu'il auroit été un ou deux jours auparavant dans la ſuppoſition que la Gravitation ſe communique dans un inſtant. Quoi qu'il en ſoit, comme ce retardement a été obſervé le même à-peu-près après les Syzygies & après les Quadratures, nous pouvons encore ſuppoſer, qu'il eſt le même, pendant toute la révolution de la Lune, c'eſt-à-dire, que les Marées ſont toujours telles, qu'elles devroient être, ſans leſdites cauſes, un ou deux jours auparavant.

Au reſte je n ai mis ici ce que je viens de dire ſur la cauſe qui pourroit produire la Gravitation mutuelle des Corps du Syſtême du Monde (Gravitation, qu'il n'eſt plus permis de revoquer en doute) que comme un exemple : je ne prétens pas expliquer ce Phénomene ; j'avoue même, qu'il m'eſt encore tout-à-fait incompréhenſible : je ne crois pas non

plus que l'ACADE'MIE en ait voulu demander une explication ; je souhaiterois donc qu'on remarquât que ceux qui voudroient se servir d'autres principes, pour expliquer le Flux & Reflux de la Mer, ne le feroient qu'en apparence, & que tout ce qu'ils pourroient alleguer ne seroient que des efforts d'expliquer mécaniquement la Gravitation ou l'Attraction mutuelle du Soleil, de la Lune & de la Terre, sans disconvenir pour cela de nos principes au fond, lesquels sont sûrs, & doivent être considérés comme des faits averés par l'expérience.

V.

Je profiterai de cette occasion, pour parler d'un des principaux Phénomenes, & pour répondre à une objection, qu'on pourroit nous faire là-dessus, & dont l'éclaircissement me paroît très-propre pour faire voir l'avantage de notre Méthode & de nos Calculs.

On a déterminé après un nombre infini d'Observations, que dans les Syzygies l'heure moyenne de la haute Mer est à Brest à 3 heures 28 minutes, & dans les Quadratures à 8 heures 40 minutes ; & que la différence n'est que de 5 heures 12 minutes depuis les Syzygies jusqu'aux Quadratures. Cette différence a été observée tout-à-fait la même à Dunkerque, & dans d'autres Ports ; quoique les heures des Marées soient différentes aux divers Ports. C'est donc ici une Observation qui mérite beaucoup d'attention, comme générale & bien averée : cependant il est certain, que sans les causes secondes, que nous avons déja indiquées, la différence entre les heures du Port pour les Syzygies, & pour les Quadratures, devroit être à-peu-près de 6 heures lunaires, c'est-à-dire d'environ 6 heures 12 minutes. Voici comment je détermine exactement cet intervalle.

L'heure moyenne de la haute Mer dans les Syzygies, est dans la Théorie pure précisément à midi, puisqu'il faut considerer les Syzygies, comme tombant précisément sur l'heure du midi. Si les Syzygies se faisoient plus tard, la haute

haute Mer arriveroit plus tôt & reciproquement; & les accélerations compensent parfaitement les retardemens après un grand nombre d'observations. L'heure moyenne de la haute Mer dans les Quadratures, doit être de même censée celle qui se fait, lorsque la Quadrature se fait précisément à midi; car, lorsqu'il est question d'un certain jour, il en faut prendre le milieu, c'est-à-dire l'heure du midi, afin que les différences se détruisent ou se compensent les unes les autres. Soit donc (*dans la dixiéme Figure*) le Soleil au Zenith *b*, & la Lune en *a* à 90 dégrés du Zenith, ou à l'Horison: cela étant, on voit que si la haute Mer est supposée se faire précisément au moment du passage de la Lune par le Méridien, elle doit se faire 6 heures lunaires après midi; car le Point *b* doit faire, par le mouvement journalier de la Terre, l'Arc horaire $b\,a\,\alpha$ (supposant que le passage de la Lune par le Méridien, qui a été à l'heure du midi en *b*, réponde au Point α); mais pour parler plus précisément, la Lune & le Méridien se trouvant en α, la haute Marée répondra au Point z^1, & l'Arc $\alpha\,z$ sera égal aux deux tiers du petit Arc $a\,\alpha$ (*§. XIII. Chap. VI.*) c'est donc l'Arc $b\,a\,z^1$ qui marque l'heure moyenne de la haute Mer dans les Quadratures: l'Arc $b\,a$ est de 90 dégrés; le petit Arc $a\,\alpha$ est d'environ 3 dégrés, & l'Arc $\alpha\,z^1$ de 2 dégrés, & par conséquent l'Arc $b\,a\,z^1$ de 95 dégrés, qui donne un tems de 6 heures 20 minutes, qui devroit être *in abstracto* l'heure moyenne de la haute Mer dans les Quadratures, pendant que celle des Syzygies est à midi. D'où vient donc, me demandera-t-on, que, suivant les Observations, on ne trouve que 5 heures 12 minutes à la place de 6 heures 20 minutes. Je répons que c'est cette même anticipation des Syzygies & des Quadratures à l'égard des plus grandes & des plus petites Marées, dont nous avons parlé dans le précedent Article, qui en est la cause. Il est si vrai, que c'est ici la véritable raison, que la quantité de cette anticipation répond parfaitement bien à l'intervalle des heures moyennes des hautes Mers pour les Syzygies & les Quadratures.

Nous en pourrons même déterminer plus exactement ladite anticipation, sur laquelle on est encore bien divisé, les uns la faisant d'un jour, d'autres de deux, pendant qu'on a déterminé assez exactement, & d'un commun accord l'autre Point.

Prenons d'abord le terme de deux jours, comme le plus généralement adopté, en considérant que les Marées se reglent après les Luminaires, tels qu'ils ont été deux jours auparavant : imaginons-nous les Syzygies se faire en *b* (*Fig.* 11.) & les Quadratures en *b* & *a* : l'effet des Luminaires sera, en vertu de notre supposition, dans le tems des Syzygies, comme si le Soleil étoit en *b*, & la Lune en ☾, en prenant l'Arc *b* ☾ d'environ 25¼ dégrés ; & le même effet dans les Quadratures sera comme si le Soleil étant en *b*, la Lune se trouvoit en ☾^{1}, en donnant à l'Arc *b* ☾^{1} environ 64¾ dégrés ; dans les Syzygies, la haute Mer répond au Point *z*, & dans les Quadratures au Point z^1. C'est donc l'Arc *z b* z^1 qui exprime l'Arc horaire entre l'heure moyenne de la haute Mer des Syzygies & celle des Quadratures (substituant toutefois des heures lunaires à la place des heures ordinaires, à cause du mouvement de la Lune.) Or la Table mise à la fin du précedent Chapitre, fait voir par le moyen des interpolations, que la Lune étant avant les Syzygies à 25¼ dégrés du Soleil, l'heure de la haute Mer est à 10 heures 46 minutes du matin ; & que la Lune étant après les Syzygies à 64¾ dégrés du Soleil, la haute Mer se fait à 3 heures 35 minutes du soir : l'intervalle est donc de 4 heures 49 min. tems lunaire, ou d'environ 5 heures, tems ordinaire. Ce resultat répond déja assez bien à l'Observation, qui le donne de 5 heures 12 minutes.

Mais si au lieu de deux jours on prend $\frac{8}{5}$ jours, ou environ 39 heures, qui répond à-peu-près à 20 dégrés de distance de la Lune depuis les Syzygies & les Quadratures, l'heure moyenne de la haute Mer le jonr des Syzygies, sera en vertu de la Table, à 11 heures 2 minutes du matin, & le jour des Quadratures, à 3 heures 59½ minutes du soir ; & l'intervalle

de l'une à l'autre ſera de 4 heures $57\frac{1}{2}$ minutes tems lunaire, qui fait à-peu-près 5 heures 8 minutes. Et enfin on trouve une conformité exacte entre les deux points en queſtion, en donnant un jour & demi au retardement des Marées, c'eſt-à-dire, en ſuppoſant que l'état des Marées eſt tel qu'il devroit être naturellement, un jour & demi plutôt: c'eſt alors que l'intervalle de l'heure moyenne de la pleine Mer aux Syzygies à l'heure pareille aux Quadratures, devient de 5 heures 12 minutes, tel qu'un grand nombre d'Obſervations l'a donné: auſſi ce terme d'un jour & demi, eſt-ce celui qui eſt le plus conforme aux Obſervations, & en conſultant les Tables qui ſont dans les Memoires de l'Académie de l'année 1710. pag. 330. & 332. & prenant la différence moyenne, on trouve fort à-peu-près la même valeur. Toutes ces circonſtances, l'explication naturelle de ce Phénomene, ſa conformité avec toutes les Obſervations faites juſqu'ici, & ſon uſage pour déterminer au juſte un des points des plus eſſentiels, qu'on n'a connu encore que par tatonnement, font bien voir la juſteſſe & la ſupériorité de nos Méthodes. *

VI.

Les autres corrections que l'on doit apporter aux Formules & à la Table du précedent Chapitre, regardent l'hypotheſe que nous avons faite, pour rendre d'abord la Queſtion & les Calculs plus faciles; ſçavoir *que les deux Luminaires font des Cercles parfaits autour de la Terre, & cela dans le plan de l'Equateur.* Cette ſuppoſition entraîne celle d'une égalité parfaite dans les diſtances des Luminaires à la Terre, auſſi-bien que dans leur mouvement, & elle fait outre cela leur déclinaiſon, à l'égard de l'Equateur, nulle. Voyons donc à préſent ce que les différentes diſtances, l'inégalité des viteſſes & l'obliquité des orbites peuvent faire ſur l'heure des Marées.

* Je vois après avoir fini cette Piece, que M. Caſſini a déja indiqué ce que notre Remarque contient de Phyſique. Voy. les Mem. de l'Ac. des Sc. de 1714. p. 252.

VII.

Les différentes distances des deux Luminaires à l'égard de la Terre changent le rapport de leurs forces sur la Mer ; & c'est cependant de ce rapport que dépendent presque toutes les Propositions du précedent Chapitre. Nous avons supposé ce rapport pour les distances moyennes de la Lune & du Soleil, comme 5 à 2, fondés sur un grand nombre d'Observations, qui doivent nous confirmer dans cette supposition, à l'égard des variations des distances, après avoir remarqué & démontré la Proposition qui suit :

Les Forces de chaque Luminaire sur la Mer sont en raison reciproque triplée de leurs distances à la Terre.

En voici la Démonstration. Nous avons dit & démontré au Chapitre quatriéme, que la Force de chaque Luminaire est généralement $= \frac{ngb}{Ga} \times b$, en entendant par n un nombre constant par $\frac{G}{g}$ le rapport de la pésanteur dans la region de la Terre vers le Luminaire à la pésanteur qui se fait vers le centre de la Terre, & par $\frac{b}{a}$ le rapport du rayon de la Terre b à la distance du Luminaire a : or comme les différentes distances ne changent que les quantités G & a, nous voyons que la Force de chaque Luminaire est constamment proportionnelle à $\frac{g}{a}$, & la quantité g, qui exprime la pésanteur vers le centre du Luminaire, étant reciproquement proportionnelle aux quarrés des Distances a, il s'ensuit que les Forces de chaque Luminaire sur la Mer, sont en raison reciproque triplée de leurs Distances à la Terre.

M. Newton a déja démontré cette Proposition, qui se confirme aussi par toutes les Observations faites sur les Marées, quand on en fait une juste estime, & une application bien ménagée. La Proposition que nous venons de démontrer, nous enseigne qu'à la place de notre Equation fondamentale $\delta = \frac{5}{2} \mathfrak{C}$, employée dans le Chapitre précedent, il faut se servir de celle-ci plus générale

$$\delta = \frac{5}{2} \times \frac{l^3}{L^3} \times \frac{S^3}{s^3} \times \mathfrak{C}.$$

en dénotant par *l* & *s* les diſtances moyennes de la Lune & du Soleil à la Terre, & par *L* & *S* leurs Diſtances données quelconques; & là-deſſus on pourra calculer toutes les Queſtions traitées ci-deſſus pour des Diſtances quelconques entre les Luminaires & la Terre : mais nous ne conſidérerons que deux cas, 1°. Lorſque la Lune étant dans ſon Périgée, & la Terre dans ſon Aphelie, le rapport de δ à β devient le plus grand; & 2°. Lorſque la Lune étant au contraire dans ſon Apogée, & la Terre dans ſon Perihelie, le rapport de δ à β devient le plus petit. Nous donnerons 1000 parties à la diſtance moyenne de la Lune, 1055 à ſa plus grande diſtance, & 945 à ſa plus petite diſtance; & pour le Soleil, nous poſerons les pareilles diſtances être en raiſon de 1000, 1017 & 983 : & nous aurons pour le *premier* cas $\delta = 3,115\ \beta$; & dans le *ſecond* cas $\delta = 2,022\ \beta$.

Comme il ne s'agit ici que des petites corrections, nous ſuppoſerons ſimplement pour le premier cas $\delta = 3\ \beta$, & pour le ſecond $\delta = 2\ \beta$; & afin que nos regles ſoient d'autant plus faciles dans l'application, nous n'aurons point d'égard aux variations du Soleil, comme n'étant preſque d'aucune importance par rapport à celles de la Lune. Diſons donc ſimplement, que dans le Perigée de la Lune, il faut mettre $\delta = 3\ \beta$, & dans l'Apogée $\delta = 2\,b$. Cela étant, voici les conſéquences que nous en tirons.

1°. Un jour & demi après les Syzygies, l'intervalle de deux Marées qui ſe ſuivent, eſt dans le Périgée de 24 heures $27\frac{1}{2}$ minutes; & dans l'Apogée de 24 heures 33 minutes.

2°. Un jour & demi après les Quadratures, le même intervalle eſt dans le Perigée de 25 heures 15 minutes; & dans l'Apogée de 25 heures 40 minutes. Voyez à l'égard de ces deux Propoſitions le §. VII. du Chap. VI.

3°. Le plus grand intervalle entre le paſſage de la Lune par le Méridien & la haute Mer (que nous avons vû au XVI. §. du Chap. VI. devoir ſe faire environ $2\frac{1}{4}$ jours avant & après les Quadratures, ſans nos corrections, mais qui

ſera réellement environ $1\frac{1}{4}$ jours avant, & $4\frac{1}{4}$ après les Quadratures) eſt de 39 minutes environ le Perigée de la Lune, & d'une heure environ ſon Apogée. Ce plus grand intervalle ſe fait auſſi plus tôt dans le Perigée, & plus tard dans l'Apogée; la différence eſt d'environ un demi jour.

4°. Pour calculer la Table pareille à celle de ci-deſſus, mais qui ſerve pour le Perigée & pour l'Apogée de la Lune, nous remarquerons que les Sinus des petits Arcs horaires, qui marquent les intervalles entre le paſſage de la Lune & la haute Mer ſont toujours

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{2} + \frac{B}{2\sqrt{4+BB}}\right)}$$

& qu'à la place de cette quantité, on peut ſubſtituer la valeur fort approchante $\frac{1}{B} - \frac{3}{2B^3}$ (§. *XVIII. Chap. VI.*) & même qu'on peut négliger ici, ſans le moindre ſcrupule, le ſecond terme, puiſqu'il ne s'agit que de petites corrections. Nous conſidérerons donc ces petits Arcs horaires, comme reciproquement proportionnels aux quantités B, c'eſt-à-dire, aux quantités $\frac{-\delta bb}{\epsilon mn} + \frac{m}{n} - \frac{n}{m}$. Et dans cette derniere quantité, nous pourrons encore rejetter ſans peine les deux derniers termes pour notre préſent deſſein, & dire par conſéquent, que pour les différentes valeurs de $\frac{\delta}{\epsilon}$, tout le reſte étant égal, les intervalles entre le paſſage de la Lune, & la haute Marée ſont reciproquement proportionnels aux valeurs de $\frac{\delta}{\epsilon}$, ou directement proportionnels aux valeurs de $\frac{\epsilon}{\delta}$. D'où il paroît que les nombres de la ſeconde Colonne de notre précedente Table, doivent être multipliés par la Fraction $\frac{5}{6}$ dans le Perigée, & par $\frac{5}{4}$ dans l'Apogée de la Lune, après quoi les nombres de la troiſiéme Colonne ſe déterminent comme dans la précedente Table. Mais quant aux nombres de la premiere Colonne, il faut les augmenter chacun d'environ 20 dégrés, à cauſe du retard d'un jour & demi expliqué au long dans ce Cha-

pitre, pendant lequel la Lune change de place à l'égard du Soleil d'environ 19 dégrés, à la place desquels je mettrai un nombre rond de 20 dégrés.

Voici donc à présent une Table corrigée à l'égard de toutes les circonstances exposées jusqu'ici. La premiere Colonne marque la distance qui est entre le Soleil & la Lune, environ le tems de la haute Mer, ou plutôt ici, environ le passage de la Lune par le Méridien. Les trois Colonnes suivantes marquent le nombre de minutes entre le passage de la Lune par le Méridien, & la haute Mer pour le Perigée, pour les Distances moyennes & pour l'Apogée de la Lune. Et les trois dernieres marquent les heures absolues des hautes Mers pour les Perigées, les Distances moyennes & les Apogées de la Lune. Et pour se servir de cette Table, il ne faudra plus qu'ajoûter aux nombres des six dernieres Colonnes l'heure moyenne du Port en vertu du III. §. La Table n'a été calculée que de dix en dix dégrés : les interpolations suppléeront avec assez de justesse à telle autre Distance entre les deux Luminaires, que les Ephémérides indiqueront. La même méthode des interpolations peut aussi être employée, lorsque la Lune se trouve à une Distance donnée de son Apogée ou Perigée.



TABLE PLUS GENERALE ET CORRIGE'E pour trouver l'heure des hautes Marées.

Distances entre les Luminaires au moment du passage de la Lune par le Meridien.	*Tems de la haute Mer avant & après le passage de la Lune par le Meridien en minutes de tems.*			*Table aprochante des heures de la haute Mer, dont on peut se servir au défaut des Ephémérides, qui marquent le passage de la Lune par le Meridien.*		
	Perigée de la Lune.	*Distance moyenne de la Lune.*	*Apogée de la Lune.*	*Perigée de la Lune.* H. M.	*Distance moyenne de la Lune.* H. M.	*Apogée de la Lune.* H. M.
0	18 après.	22 après.	27½ après.	0 18	0 22	0 27½
10	9½ après.	11½ après.	14 après.	0 49½	0 51½	0 54
20	0	0	0	1 20	1 20	1 20
30	9½ avant.	11½ avant.	14 avant.	1 50½	1 48½	1 46
40	18 avant.	22 avant.	27½ avant.	2 22	2 18	2 12½
50	26 avant.	31½ avant.	39½ avant.	2 54	2 48½	2 40½
60	33 avant.	40 avant.	50 avant.	3 27	3 20	3 10
70	37½ avant.	45 avant.	56 avant.	4 2½	3 55	3 44
80	38½ avant.	46½ avant.	58 avant.	4 41½	4 33½	4 22
90	33½ avant.	40½ avant.	50½ avant.	5 26½	5 19½	5 9½
100	21 avant.	25 avant.	31 avant.	6 19	6 15	6 9
110	0	0	0	7 20	7 20	7 20
120	21 après.	25 après.	31 après.	8 21	8 25	8 31
130	33½ après.	40½ après.	50½ après.	9 13½	9 20½	9 30½
140	38½ après.	46½ après.	58 après.	9 58½	10 6½	10 18
150	37½ après.	45 après.	56 après.	10 37½	10 45	10 56
160	33 après.	40 après.	50 après.	11 13	11 20	11 30
170	26 après.	31½ après.	39½ après.	11 46	11 51½	11 59½
180	18 après.	22 après.	27½ après.	0 18	0 22	0 27½

Cette

Cette Table ſuppoſe encore le plan des Orbites de la Lune & du Soleil être le même que celui de l'Equateur de la Terre, ce qu'il faut ſur-tout remarquer à l'égard des trois dernieres Colonnes. Mais cette ſuppoſition n'a pas beaucoup d'influence ſur les autres Colonnes ; & les Ephémerides, qui marquent le paſſage de la Lune par le Méridien, ſuppléeront aux trois dernieres.

VIII.

Après avoir expoſé au long tout ce que les différentes diſtances des Luminaires, & ſur-tout de la Lune, à la Terre, peuvent contribuer pour faire varier l'heure des Marées, nous dirons auſſi un mot ſur l'inégalité du mouvement des Luminaires.

Cette inégalité ſeroit d'une très-grande importance, s'il falloit conſtruire une Table pour les heures des Marées, ſans ſe rapporter aux Tables & aux Ephémerides : mais elle ne nous eſt d'aucune conſéquence, puiſque nous ſuppoſons l'heure du paſſage de la Lune par le Méridien, auſſi-bien que l'Arc compris entre les deux Luminaires, connus par les Ephémerides. C'eſt la raiſon qui m'a engagé à rapporter l'heure des Marées au paſſage de la Lune par le Méridien, en donnant une Table, qui marque, combien la premiere avance ou retarde ſur l'autre.

IX.

Il nous reſte à conſidérer les inclinaiſons des Orbites à l'égard de l'Equateur : pour cet effet il faut concevoir un Cercle qui paſſe par les centres du Soleil, de la Lune & de la Terre ; & c'eſt proprement ce Cercle que doivent repréſenter toutes nos Figures, que nous avons conſidérées juſqu'ici, comme repréſentant l'Equateur de la Terre. On voit bien après cela, que tous les Points reſteront dans ce Cercle aux mêmes endroits ; & que les Arcs ſe conſerveront tels, que nous les avons déterminés : mais les Angles horaires formés ſur l'Equateur par ſes Arcs, en ſont

changés. On ne ſçauroit ſans une Théorie parfaite de la Lune déterminer au juſte ces Angles horaires, à cauſe de la variabilité de l'inclinaiſon de l'Orbite lunaire à l'égard de l'Equateur ; mais auſſi ce changement n'eſt-il pas fort conſidérable, par rapport à l'Arc horaire compris entre le paſſage de la Lune par le Méridien, & le moment de la haute Mer ; nous ſuppoſerons, & nous pouvons le faire ici ſans aucune erreur ſenſible, que les Orbites de la Lune & du Soleil ſont dans un même plan, ayant chacune une inclinaiſon avec l'Equateur de $23^{d}. 30^{m}$. & nous conſidérerons là-deſſus la Lune dans trois ſortes de ſituation : 1°. Lorſque ſa déclinaiſon, à l'égard de l'Equateur, eſt nulle ; & alors il faut multiplier les nombres de la ſeconde, troiſiéme & quatriéme Colonne de notre Table par $\frac{92}{100}$, & ce qui provient marquera le nombre de minutes entre le paſſage de la Lune par le Méridien, & l'heure de la haute Mer. 2°. Lorſque la Lune ſe trouve dans ſa plus grande déclinaiſon à l'égard de l'Equateur ; & alors il faut multiplier leſdits nombres de notre Table par $\frac{100}{92}$. Et enfin 3°. lorſque la Lune ſe trouve au milieu de ces deux ſituations ; auquel cas il faut ſe ſervir de notre Table, ſans y apporter aucun changement. Quant aux autres ſituations de la Lune en longitude, on peut ſe ſervir du principe de la proportionalité de la différence des termes. Ces regles ſont fondées ſur la proportion qu'il y a entre les petits Arcs de l'Ecliptique & de l'Equateur, compris entre deux mêmes Méridiens fort proches l'un de l'autre.

X.

Il ſuit de tout ce que nous venons de dire, que le plus grand intervalle poſſible entre le paſſage de la Lune par le Méridien & la haute Marée, eſt environ un jour avant les Quadratures, & quatre jours après les Quadratures, la Lune étant dans ſon Apogée & dans ſa plus grande déclinaiſon à l'égard de l'Equateur de la Terre ; & que dans le concours de toutes ces circonſtances, ledit plus grand

intervalle peut aller jusqu'à 63 minutes de tems, que la haute Marée avancera sur le passage de la Lune par le Méridien un jour avant les Quadratures, & qu'elle retardera quatre jours après les Quadratures.

X I.

Voilà mes refléxions sur le tems des Marées; je me flatte qu'elles ont toute la précision qu'on peut esperer sur cette matiere, du moins quant à la Methode. Toute l'incertitude qui y reste encore, est fondée sur le rapport moyen entre les forces de la Lune & du Soleil, que je crois pourtant avoir fort bien déterminé, puisque tous nos Théoremes conviennent si bien avec les Observations. Un plus grand nombre d'Observations nous donnera peut-être un jour plus de précision là-dessus. Il est vrai que nous n'avons déterminé l'heure & les intervalles des Marées, que sous la Ligne Equinoctiale; mais je ne crois pas que la latitude des lieux puisse changer sensiblement les intervalles des Marées : ainsi je n'ai pas jugé nécessaire d'en parler. La latitude des lieux a cependant beaucoup de liaison avec la hauteur des Marées : c'est à quoi nous ferons attention dans la suite.

CHAPITRE VIII.

Sur les différentes hauteurs des Marées pour chaque jour de la Lune.

I.

JE me propose à présent d'examiner les diversités des hauteurs des Marées, non d'un endroit à l'autre, mais d'un même endroit, que nous supposerons d'abord pris sous l'Equateur, pour toutes les diverses circonstances qui peuvent se rencontrer. Nous suivrons, pour cet effet, la

même Methode que nous avons obſervée pour détermi-ner généralement l'heure des Marées, c'eſt-à-dire, que nous commencerons nos recherches par les cas les plus ſimples, pour ne pas être arrêtés tout court en voulant ſurmonter trop de difficultés à la fois : nous nous ſervirons donc d'abord des mêmes hypotheſes que nous avons employées dans le Chap. VI. & que nous avons expoſées à la fin du Chap. IV. après quoi nous pouſſerons nos recherches dans le Chapitre ſuivant à tous les cas poſſibles, tout comme nous avons fait dans le Chapitre précedent pour déterminer généralement l'heure des Marées.

I I.

J'entens par hauteur d'une Marée toute la variation de la hauteur verticale des eaux, depuis la haute Mer juſqu'à la baſſe Mer ſuivante. Pour trouver cette hauteur, il faut d'abord faire attention aux §. §. X I. X I I. & X I I I. du Chap. V. qui déterminent dans l'Equateur, les lieux de la Lune & du Soleil étant donnés, la poſition des deux points auſquels la Mer eſt la plus haute & la plus baſſe ; après quoi le VIII. Art. du même Chapitre donnera la hauteur cherchée, en cherchant premierement la hauteur de la haute Mer, & enſuite la hauteur de la baſſe Mer.

I I I.

Remarquons d'abord, que les deux points de la Circonférence, qui marquent la haute & la baſſe Mer, ſont éloignés entre eux de 90 dégrés. On le voit par les expreſſions des §. §. XI. & XIII. & nous l'avons démontré dans la premiere Remarque du §. XII. Chap. V. Suppoſant donc dans la 9[e] Figure le Soleil répondre au Point b, la Lune au Point C, & que la haute Mer réponde au Point z, il faut prendre l'Arc $z\,s$ de 90 dégrés, & le Point s ſera celui qui répond à la baſſe Mer. Cherchez donc par le V I I I. §. du Chap. V. la valeur de $y\,z$, qui marque l'élevation des eaux pour le Point z ; & enſuite prenez de la même maniere la

valeur de sx, qui étant négative, marque la dépreſſion des eaux; cela étant fait, on voit que la ſomme de yz & de sx marquera la hauteur de la Marée; mais dans l'expreſſion analytique de sx, il faut changer les Signes. Il eſt vrai que cette Methode ſuppoſe, que pendant l'intervalle, depuis la haute Mer juſqu'à la baſſe Mer, la Lune ne change pas de place; & c'eſt à quoi on pourroit avoir égard, en augmentant d'environ trois dégrés l'Arc $b\mathfrak{C}$ dans le Calcul de sx: mais ce ſeroit une exactitude hors de place, & qui augmenteroit beaucoup les peines du Calcul, qui n'eſt déja que trop embaraſſé. On pourra même remedier à ce petit défaut, déja inſenſible par ſa nature, en prenant l'Arc $b\mathfrak{C}$, tel qu'il eſt, non au moment de la haute Marée, ni à celui de la baſſe Mer, mais au milieu de leur intervalle; & c'eſt ce que nous ſuppoſerons dans la ſuite.

Soit donc comme dans le V. Chap. le Sinus de l'Arc $b\mathfrak{C} = m$; ſon Coſinus $= n$; le Sinus de l'Angle $bCz = \sigma$; le Sinus de l'Angle $\mathfrak{C}Cz = \varrho$; le Sinus total $= b$; & nous aurons en vertu du §. VIII. Chap. V.

$$yz = \frac{2bb - 3\sigma\sigma}{3bb} \times \mathfrak{C} + \frac{2bb - 3\varrho\varrho}{3bb} \times \delta.$$

De-là on trouvera sx en vertu du §. XII. Chap. V. en mettant $bb - \sigma\sigma$, & $bb - \varrho\varrho$ à la place de $\sigma\sigma$ & de $\varrho\varrho$: & de cette façon on aura

$$sx = \frac{3\sigma\sigma - bb}{3bb} \times \mathfrak{C} + \frac{3\varrho\varrho - bb}{3bb} \times \delta.$$

Changez à préſent les Signes dans la valeur de sx, & ſuppoſez la hauteur de la Marée $= M$, & vous aurez

$$M = \frac{bb - 2\sigma\sigma}{bb} \times \mathfrak{C} + \frac{bb - 2\varrho\varrho}{bb} \times \delta.$$

Cette derniere expreſſion marque généralement la hauteur des Marées, puiſqu'on peut toujours déterminer les valeurs de $\sigma\sigma$ & $\varrho\varrho$ par les §. §. XI. & XIII. du Chap. V. Mais les Calculs ne laiſſent pas d'être aſſez pénibles, quoique les Formules ne ſoient pas prolixes. Nous tâcherons

donc de rendre ces Calculs plus faciles, ſans déroger beaucoup à l'exactitude des Formules.

I V.

Voyons donc d'abord ce qui arriveroit, ſi la Force lunaire étoit infiniment plus grande que la Force ſolaire. On auroit en ce cas $\rho = 0$ & $\sigma = m$,

$$M = \zeta + \delta - \frac{2mm}{bb} \times \zeta,$$

laquelle Formule ne ſçauroit manquer d'être aſſez approchante; elle donne même la juſte valeur pour les Syzygies & pour les Quadratures.

V.

Pour déterminer les hauteurs des Marées plus exactement encore, nous conſidérerons la valeur de ρ comme fort petite, au lieu de la ſuppoſer tout-à-fait nulle, comme nous l'avons fait dans l'Article précedent : mais nous pourrons ſuppoſer hardiment $\rho = \frac{\zeta mn}{\delta}$, & on verra que cette ſuppoſition ne ſçauroit s'éloigner beaucoup de la vérité, ſi l'on conſulte l'Art. VII. du précedent Chapitre vers la fin, & le peu d'erreur qui pourroit s'y trouver, n'eſt preſque d'aucune conſéquence pour notre préſent ſujet. On voit outre cela, que ρ étant fort petit, on peut ſuppoſer cette Analogie

$$\rho : m - \sigma :: b : n;$$

puiſque cette Analogie ſeroit exactement vraie, ſi les quantités ρ & $m - \sigma$ étoient réellement infiniment petites : de cette Analogie on tire

$$\sigma = m - \frac{n\rho}{b} = m - \frac{mnn\zeta}{b\delta};$$

ſubſtituant ces valeurs expoſées pour les quantités ρ & σ, & faiſant le Sinus total $b = 1$, on obtient cette Equation,

$$M = \zeta + \delta - 2mm\zeta + \frac{2m^2n^2\zeta\zeta}{\delta} - \frac{2m^2n^4\zeta^3}{\delta\delta}.$$

De cette maniere il paroît que les Marées décroissent depuis les Syzygies jusqu'aux Quadratures, & qu'elles croissent avec la même loi depuis les Quadratures jusqu'aux Syzygies. Ceux qui voudront essayer la juste Equation du §. III. & cette derniere Equation approchante, sur un même exemple, verront qu'elles ne different gueres.

V I.

Il nous sera facile à présent de calculer & de donner une Table pour les hauteurs des Marées, telle que nous en avons donné une à la fin du Chap. VI. pour les heures des Marées, & pour laquelle nous tâcherons dans le Chapitre suivant de trouver les corrections nécessaires aux différentes circonstances, tout comme nous avons fait à l'égard de ladite Table du VI. Chap. Nous supposerons encore le rapport moyen de ☾ à ☉ être comme 5 à 2, tant que nous n'avons pas des Observations qui puissent déterminer ce rapport plus au juste. Nous donnerons mille parties à la hauteur de la plus grande Marée.

La *premiere* Colonne marquera dans cette Table de dix en dix dégrés les Arcs compris entre les deux Luminaires, environ le milieu des Jusans (§. III.) c'est-à-dire, environ trois heures après le passage de la Lune par le Méridien; la *seconde* Colonne donnera les hauteurs cherchées des Marées, pour les susdites hypotheses; & la *troisiéme* en marquera les différences.

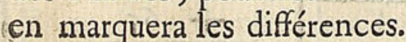




TABLE FONDAMENTALE

pour trouver les Hauteurs des Marées, ou les Descentes verticales des eaux pendant les Jusans.

Distance entre les Luminaires en Dégrés.	*HAUTEUR* DES *MARE'ES.*	*DIFFERENCE* DES *HAUTEURS.*
0 Dégrés.	1000 Parties.	
10	987	— 13
20	949	— 38
30	887	— 62
40	806	— 81
50	715	— 91
60	610	— 105
70	518	— 92
80	453	— 65
90	429	— 24
100	453	+ 24
110	518	+ 65
120	610	+ 92
130	715	+ 105
140	806	+ 91
150	887	+ 81
160	949	+ 62
170	987	+ 38
180	1000	+ 13

VII.

VII.

Si on avoit voulu conſtruire cette Table conformément à l'Equation finale du §. III. qui eſt la vraie Equation, on auroit pu profiter de la Table du VI. Chap. dans laquelle les nombres de la ſeconde Colonne diviſés par 4, donnent les dégrés de l'Arc, dont le Sinus eſt appellé ϱ; après quoi on connoît auſſi l'Arc dont le Sinus eſt appellé σ. Connoiſſant ainſi par les Tables les quantités ϱ & σ, on trouve ſans beaucoup de peine la valeur de M du §. III.

VIII.

On voit auſſi, que ſi la diſtance entre les deux Luminaires eſt entre deux nombres de la premiere Colonne, on peut ſans aucune erreur ſenſible employer le principe général des Interpolations, de ſorte que cette Table peut ſuffire pour tous les cas.

IX.

On remarquera au reſte, qu'il eſt ici de grande importance d'avoir ſubſtitué la vraie valeur pour $\frac{\delta}{\varrho}$, & qu'un aſſez petit changement dans cette valeur, a une grande influence ſur le rapport des Marées. On ne doit donc encore conſidérer cette Table, que comme un exemple de nos Formules générales : le Chapitre ſuivant fera voir les précautions que l'on doit prendre là-deſſus.

X.

Nous voyons tant par les Formules que nous avons données pour les hauteurs des Marées, que par la précedente Table, quelle eſt *in abſtracto* la nature des variations des Marées On peut faire là-deſſus les Remarques qui ſuivent.

1°. Que les changemens des Marées ſont fort petits,

tant aux Syzygies qu'aux Quadratures, & ils feroient infiniment plus petits que les autres, fi l'intervalle d'une Marée à l'autre étoit auffi infiniment petit.

2°. Que les plus grands changemens ne fe font pas précifément au milieu, mais plus près des Quadratures que des Syzygies : c'eft-à-dire, que la plus grande diminution de Marée fe fait dans nos fuppofitions, lorfque la Lune eft environ à 60 dégrés (80 avec la correction de 20 dégrés expliquée au Chap. VII.) depuis les Syzygies; le plus grand décroiffement fe fait donc de la neuviéme à la dixiéme Marée (de la douziéme à la treiziéme avec la correction) : de même le plus grand accroiffement fe fait à environ 30 dégrés depuis les Quadratures (50 dégrés avec la correction) qui répond au changement de la quatriéme à la cinquiéme Marée (de la feptiéme à la huitiéme avec la correction) depuis les Quadratures. Je parle dans cette Remarque de toutes les Marées qui fe font, tant celles du matin, que celles du foir, pour rendre leurs intervalles plus petits : on fe fouviendra cependant de ce que j'ai dit expreffément, que je fais abftraction par-tout ailleurs des Marées, qui répondent au paffage inférieur de la Lune par le Méridien, lorfqu'il s'agit de comparer les Marées entre elles : car ces deux fortes de Marées ont quelques inégalités entre elles, que je n'ai pas encore confidérées.

3°. Que les petits changemens dans les Syzygies, & ceux des Quadratures, comparés entre eux, font inégaux; puifque ceux-ci font environ doubles de ceux-là. Dans l'application de cette Remarque il faudra ajoûter, de part & d'autre, trois Marées, ou environ un jour & demi de tems.

4°. Que le plus grand changement de deux Marées qui fe fuivent, entre celles qui répondent à la Lune de deffus (dont l'intervalle répond à environ 13 dégrés de variation dans la diftance de la Lune au Soleil) fait près du quart de la variation totale de la plus grande à la plus petite Marée.

X I.

Je ne doute pas que les Obſervations ne confirment en gros les Remarques que je viens de faire, & toutes les Regles précedentes. On ne ſçauroit plus douter de la Théorie que nous avons adoptée & établie; & la Théorie poſée, les Calculs en ſont ſûrs. Mais comme nous ne ſommes pas encore ſûrs des hypotheſes ſecondes, qu'on ne ſçauroit éviter, telles que ſont le juſte rapport entre la force lunaire & ſolaire, que nous avons ſuppoſé comme 5 à 2; le retardement des effets de la Lune ſur ſa poſition, que nous avons ſuppoſé d'un jour & demi, ou de trois Marées, ou de 20 dégrés, que la Lune peut parcourir en longitude pendant ce retardement, &c. nous nous croyons en droit de demander quelque indulgence pour le reſultat deſdites Remarques & Regles. Cependant comme je n'ai fait aucune ſuppoſition ſans un mur examen fondé ſur les plus juſtes Obſervations choiſies entre toutes celles qui peuvent les déterminer, j'oſerois me flatter d'un aſſez bon ſuccès, ſi Meſſieurs les ACADEMICIENS vouloient ſe donner la peine de confronter nos Tables, nos Regles & nos Théoremes nouveaux avec les Obſervations, dont ils ont un grand Tréſor : mais ce ſuccès, dont je me flatte par avance, ſe manifeſtera davantage, ſi ils veulent encore faire attention aux corrections que je vais donner dans le Chapitre ſuivant, à l'égard de diverſes circonſtances variables, & que nous avons ſuppoſées dans ce Chapitre comme conſtamment les mêmes.



CHAPITRE IX.

Sur les Hauteurs des Marées corrigées, ſuivant différentes circonſtances variables.

I.

NOus ſuivrons dans cet examen la même route que nous avons tenuë dans le VII. Chap. à l'égard du tems des Marées. Pour commencer donc par l'effet des Vents & des Courants, on voit bien qu'ils peuvent augmenter & diminuer les Marées, & que ces variations ne ſont pas d'une nature à pouvoir être aucunement déterminées. On pourra pourtant remarquer que lorſque ces cauſes conſervent pendant un tems un peu conſidérable leur force & leur direction, leur effet conſiſtera plûtôt à hauſſer ou baiſſer la Mer elle-même, qu'à augmenter ou diminuer les Marées.

I I.

Les circonſtances attachées à chaque Port ou autre endroit en particulier, telles que ſont ſa ſituation, la profondeur des eaux, la pente des fonds, la communication avec l'Océan, &c., font extrêmement varier les Marées. Ce ſont ces cauſes qui font que les grandes Marées ne ſont que d'un petit nombre de pieds dans de certains endroits, de 8 ou 10 pieds dans d'autres, & de 50 à 60 pieds, & au-delà encore dans d'autres endroits. Ce qu'il y a de ſingulier, eſt que dans la Mer libre les grandes Marées ne ſont que d'environ 8 pieds, pendant qu'elles vont au-delà de 50 pieds dans pluſieurs Ports & autres endroits, dont la communication avec la Mer ouverte, eſt entrecoupée & empêchée de tous côtés; & qui par conſéquent devroient,

ſelon les premieres apparences, avoir les Marées moins grandes. Nous donnerons dans un autre Chapitre la raiſon hydroſtatique de ce Phénomene, pour ne point nous écarter de notre ſujet préſent. Cela fait d'abord voir, qu'on ne ſçauroit rien déterminer ſur les grandeurs abſoluës des Marées, & que tout ce que la Théorie pourroit encore faire, ſeroit d'en marquer le rapport : mais l'expérience nous enſeigne encore, que ce rapport même n'eſt pas conſtant dans les différens endroits, quoiqu'il ſoit renfermé dans des bornes plus étroites.

La grande Marée ſera double de la petite Marée dans un endroit ; & elle pourra être triple dans un autre : c'eſt que les cauſes qui font varier les hauteurs abſoluës des Marées à l'égard de différens endroits, ne gardent pas une proportion tout-à-fait conſtante. Mais les Marées moyennes entre la plus grande & la plus petite pendant une même revolution de la Lune, peuvent être cenſées obſerver les regles que nous leur avons preſcrites dans le Chapitre précedent. Il y a même apparence, que les changemens qui dépendent de la différente ſituation des Luminaires obſerveront à-peu-près les Loix que nous avons démontrées *in abſtracto*. Ces refléxions m'ont déterminé à conſidérer la plus grande & la plus petite Marée, non telles qu'elles devroient être dans la Théorie pure, mais telles qu'on les obſerve, lorſque les Luminaires ſe trouvent à-peu-près dans l'Equateur, & dans leurs diſtances moyennes à la Terre, ſans qu'aucune cauſe accidentelle les trouble. Nous avons démontré au III. §. du Chap. VIII. que la hauteur de la grande Marée doit être exprimée par $\delta + \epsilon$, & la hauteur de la petite Marée par $\delta - \epsilon$: mais ſi l'on ſuppoſe la hauteur moyenne réelle de la grande Marée A & de la petite Marée B, il faudra ſuivant cette correction faire

$$\delta + \epsilon = A, \ \& \ \delta - \epsilon = b :$$

c'eſt-à-dire, $\delta = \frac{A+B}{2}$, & $\epsilon = \frac{A-B}{2}$;

& ces valeurs doivent être ſubſtituées dans les Equations

& Formules du Chapitre précedent. En supposant $\frac{\delta}{\epsilon} = \frac{5}{2}$, comme nous avons fait, on obtient $\frac{A}{B} = \frac{7}{3}$, & si cette raison étoit confirmée par les Observations, il n'y auroit aucun changement à faire. On pourroit se servir de la Table, telle qu'elle est, en donnant toujours 1000 parties à la hauteur de la grande Marée. Mais si $\frac{A}{B}$ avoit réellement une autre valeur considérablement différente de celle que nous venons de lui assigner, il ne faudroit pas négliger la correction que nous venons d'indiquer.

L'on voit aussi après ces considérations, qu'on ne doit pas s'attendre à pouvoir déterminer avec la derniere précision les hauteurs des Marées. Nous pourrons donc sans scrupule, pour rendre nos Propositions plus nettes & plus sensibles, nous servir de l'équation du §. IV. Chap. VIII. qui aussi-bien approche beaucoup de la vraie équation de l'Article qui précéde l'autre. Nous supposerons donc la hauteur des Marées toujours exprimée par $\delta + \epsilon - 2mm\epsilon$, & employant la correction indiquée, nous aurons à présent $M = A - mmA + mmB$, ou plus simplement,

$$M = nnA + mmB:$$

C'est donc de cette derniere équation, que nous nous servirons dans la suite de cette Dissertation.

III.

Cette correction pourra en même tems remédier à un autre inconvenient, qui provient de l'inertie & de la Masse des eaux. Nous avons déja dit ailleurs que les Marées sont une espéce d'oscillations qui tâchent naturellement à se conserver telles qu'elles sont : on sent bien que cette raison doit empêcher les grandes Marées d'atteindre toute leur hauteur, & les petites de diminuer autant qu'elles devroient faire naturellement : qu'elle ne doit pas changer sensiblement la Marée moyenne entre la plus grande & la plus petite, & qu'elle change les autres d'autant plus qu'elles sont



plus éloignées de cette Marée moyenne. Et on voit que notre correction satisfait à toutes ces trois conditions.

I V.

Après ladite correction qui regarde immédiatement les hauteurs des Marées, il faut encore employer celle qui regarde les tems, que nous déterminons par les Phases de la Lune, ou par les distances, qui sont entre les Luminaires. Nous avons expliqué au long aux §. §. IV. & V. du Chap. VII. que les Phases de la Lune qui répondent aux Marées en question, ne doivent pas être prises telles qu'elles sont, mais telles qu'elles seroient environ un jour & demi après, c'est-à-dire, que les distances entre les Luminaires doivent être augmentées d'environ 20 dégrés, & moyennant cette correction, la Théorie ne sçauroit manquer de satisfaire assez au juste aux Observations.

V.

Nous n'avons considéré jusqu'ici les Luminaires, que dans leurs distances moyennes à la Terre, & c'est pour ce cas que nous avons appellé la hauteur de la plus grande Marée A, & celle de la plus petite Marée B. Pour déterminer donc ce que les différentes distances peuvent faire sur les hauteurs des Marées, il faudra se rappeller tout l'Art. VII. du Chap. VII. Nous y avons démontré, que la force lunaire doit être supposé généralement $= \frac{l^3}{L^3} \times \delta$, & la Force solaire $= \frac{s^3}{S^3} \times \epsilon$. Or comme la somme de ces Forces exprime toujours la hauteur de la grande Marée, & que la différence des mêmes Forces exprime la hauteur de la petite Marée, il faudra faire ces deux Analogies:

$$\delta + \epsilon : \frac{l^3}{L^3} \times \delta + \frac{s^3}{S^3} \times \epsilon :: A : \frac{l^3 S^3 \delta + L^3 s^3 \epsilon}{L^3 S^3 (\delta + \epsilon)} \times A$$

$$\delta - \epsilon : \frac{l^3}{L^3} \times \delta - \frac{s^3}{S^3} \times \epsilon :: B : \frac{l^3 S^3 \delta - L^3 s^3 \epsilon}{L^3 S^3 (\delta - \epsilon)} \times B.$$

La premiere de ces quatriémes proportionnelles marquera donc la hauteur corrigée de la grande Marée, & la seconde, la hauteur corrigée de la petite Marée. Par conséquent l'équation finale du II. §. sera celle-ci après sa correction :

$$M = \frac{l^3 S^3 \delta + L^3 s^3 \epsilon}{L^3 S^3 (\delta + \epsilon)} \times nnA + \frac{l^3 S^3 \delta - L^3 s^3 \epsilon}{L^3 S^3 (\delta - \epsilon)} \times mmB.$$

Je m'assure que cette équation donnera toujours les hauteurs des Marées avec toute la justesse qu'on peut attendre sur cette matiere, pour les suppositions ausquelles notre Théorie est encore assujettie. Mais comme il est presqu'impossible qu'il n'y ait absolument aucune cause étrangere, qui trouble les Marées, nous ne devons pas être trop scrupuleux sur ces corrections, qui sont elles-mêmes assez médiocres. Ainsi pour rendre nos regles plus sensibles & plus faciles, nous ne ferons point d'attention aux changemens dans les distances du Soleil à la Terre; ces changemens sont beaucoup plus petits que dans la Lune, & ils sont en même tems de beaucoup moindre conséquence : Nous supposons donc S constamment $= s$. Quant à la Lune, nous la considérerons, tout comme nous avons fait au VII. §. du Chap. VII. dans son Perigée, dans sa distance moyenne & dans son Apogée, & nous retiendrons les suppositions que nous avons faites audit Article, pour les distances de la Lune, & pour les conséquences que nous en avons tirées. Nous ferons donc pour le premier cas $\delta = 3\epsilon$, & $\frac{L^3}{l^3} = 0,8439$: pour le second cas $\delta = \frac{5}{2}\epsilon$, & $\frac{L^3}{l^3} = 1,000$, & enfin pour le troisiéme $\delta = 2\epsilon$, & $\frac{L^3}{l^3} = 1,174$. De cette façon nous aurons les trois équations qui suivent, exprimées en nombres décimaux.

1°. Pour le Périgée de la Lune,

$$M = 1,138\, nnA + 1,277\, mmB.$$

2°. Pour les distances moyennes de la Lune,

$$M = nnA + mmB.$$

3°. Pour

3°. Pour l'Apogée de la Lune

$$M = 0,901\,nnA + 0,703\,mmB.$$

On remarquera dans ces équations, que A marque la hauteur de la grande Marée, & B la hauteur de la petite Marée dans les distances moyennes des Luminaires à la Terre, ces Luminaires étant supposés l'un & l'autre se trouver dans l'Equateur : que m marque le Sinus de l'Arc compris entre les Luminaires diminué de 20 dégrés, & n le Cosinus de cet Arc.

On remarquera après cela, que les grandes Marées sont comprises en vertu de la premiere & de la troisiéme équation dans les termes de 1138 à 901, & les Marées bâtardes dans les termes de 1277 à 703 ; d'où l'on voit que la différence entre les grandes Marées n'est à beaucoup près si grande, qu'elle l'est entre les Marées bâtardes, si on compare cette différence à la hauteur de la Marée qui lui répond. Cela se confirme par l'expérience, & c'est une nouvelle source des irrégularités des petites Marées comparées entre elles, dont nous avons déja parlé ailleurs, & que M. Caffini n'a pas manqué d'observer.

VI.

J'ajoûterai ci-dessous une Table fondée & calculée sur les trois dites équations, mais qui se rapporte aux Quantités A & B, qu'il faut donc connoître par expérience pour le Port ou autre endroit, dont il est question. On pourra déterminer ces Quantités A & B, sur un grand nombre d'Observations, tant des hautes que des petites Marées, en prenant des unes & des autres le milieu Arithmétique.

VII.

On remarquera, quant à la construction de la Table que nous allons donner, que les Arcs compris entre les Luminaires, ont été augmentés de 20 dégrés à l'égard de la Table précédente, dans laquelle on n'a pas eu égard aux causes secondes & aux corrections à faire. Ces 20

dégrés ſont déterminés par le retard d'un jour & demi des Marées, par rapport aux Phaſes de la Lune, expliqué ci-deſſus : il eſt vrai que cet intervalle d'un jour & demi ne demande pas tout-à-fait 20 dégrés de correction : mais comme il faudroit eſtimer les diſtances entre les Luminaires, telles qu'elles ſont, non au moment de la haute-Mer (qui doit être ſuppoſée ſe faire au moment du paſſage de la Lune par le Méridien) mais au milieu du Juſan, en vertu du III. §. du Chap. VIII. & que l'intervalle depuis la haute Mer juſqu'au milieu du Juſan, demande encore une correction d'environ un dégré & demi, la ſomme de ces corrections peut être ſuppoſée de 20 dégrés, en eſtimant les diſtances des Luminaires au moment du paſſage de la Lune par le Méridien, que les Ephémérides indiquent.

VIII.

Voici donc à préſent la Table. La *premiere* Colonne y marque les diſtances entre la Lune & le Soleil dans le moment du paſſage de la Lune par le Méridien : les *trois* autres Colonnes marquent les hauteurs des Marées pour le Périgée de la Lune, pour les diſtances moyennes de la Lune à la Terre, & pour l'Apogée de la Lune.



TABLE PLUS GENERALE ET CORRIGE'E pour trouver les Hauteurs des Marées.

Distances entre les Luminaires.	*HAUTEURS des Marées au Périgée de la Lune.*	*Hauteurs des Marées aux Distances moyennes de la Lune à la Terre.*	*HAUTEURS des Marées à l'Apogée de la Lune.*
0 Deg.	0,995A+0,149B	0,883A+0,117B	0,795A+0,082B
10	1,104A+0,038B	0,970A+0,030B	0,874A+0,021B
20	1,138A+0,000B	1,000A+0,000B	0,901A+0,000B
30	1,104A+0,038B	0,970A+0,030B	0,874A+0,021B
40	0,995A+0,149B	0,883A+0,117B	0,795A+0,082B
50	0,853A+0,319B	0,750A+0,250B	0,676A+0,176B
60	0,668A+0,527B	0,587A+0,413B	0,529A+0,290B
70	0,460A+0,749B	0,413A+0,587B	0,372A+0,412B
80	0,284A+0,958B	0,250A+0,750B	0,225A+0,527B
90	0,133A+1,127B	0,117A+0,883B	0,105A+0,621B
100	0,034A+1,238B	0,030A+0,970B	0,027A+0,682B
110	0,000A+1,277B	0,000A+1,000B	0,000A+0,703B
120	0,034A+1,238B	0,030A+0,970B	0,027A+0,682B
130	0,133A+1,127B	0,117A+0,883B	0,105A+0,621B
140	0,284A+0,958B	0,250A+0,750B	0,225A+0,527B
150	0,460A+0,749B	0,413A+0,587B	0,372A+0,412B
160	0,668A+0,527B	0,587A+0,413B	0,529A+0,290B
170	0,853A+0,319B	0,750A+0,250B	0,676A+0,176B
180	0,995A+0,149B	0,883A+0,117B	0,795A+0,082B

I X.

Il nous reste à considérer les déclinaisons des Luminaires & les latitudes des lieux sur la Terre, pour lesquels on cherche la nature des Marées. Nous avons supposé les unes & les autres nulles dans ce Chapitre. Mais cette matiere est si riche & si remarquable par plusieurs propriétés très-singulieres, & elle demande d'ailleurs tant d'attention, que j'ai cru devoir la traiter à part. Ce sera donc le sujet du Chapitre suivant.

CHAPITRE X.

Dans lequel on examine toutes les propriétés des Marées, qui dépendent des différentes Déclinaisons des Luminaires & des différentes latitudes des Lieux.

I.

LEs déclinaisons des Luminaires à l'égard de l'Equateur, & les distances des lieux sur la Terre du même Equateur, ont tant de rapport entre elles, qu'on ne sçauroit bien traiter cette matiere, qui est une des plus importantes de notre sujet, sans les considérer les unes & les autres en même tems. Mais pour ne pas rendre la question trop embarrassante dès le commencement, nous ne ferons d'abord attention qu'à la Lune, tout comme si les Marées étoient uniquement produites par l'action lunaire. Nous considérerons aussi la chose d'abord suivant la pure Théorie, &nous verrons ensuite quelles corrections on y pourra employer.

I I.

Ressouvenons-nous de tout ce que nous avons dit dans

quelques-uns des premiers Chapitres, & ſur-tout dans le cinquiéme, ſur le changement de la figure de la Terre produit par l'action de l'un des Luminaires. Nous avons conſidéré la Terre d'abord comme parfaitement ſphérique : nous avons démontré enſuite que cette figure eſt changée par l'action de l'un des Luminaires en ellipſoïde, dont l'Axe prolongé paſſe par le centre du Luminaire agiſſant; & enfin que la rotation diurne de la Terre fait que chaque Point dans la ſurface de la Terre, doit tantôt ſe baiſſer, tantôt s'élever, afin que ſa figure ellipſoïdique ſoit conſervée; mais nous n'avons calculé ces baiſſemens & hauſſemens, que pour les Points pris dans l'Equateur même, dans le plan duquel nous avons ſuppoſé en même tems ſe trouver l'Axe de l'Ellipſoïde. C'eſt pour ces cas, que nous avons démontré (§. *V. Chap. V.*) *que les baiſſemens des eaux ſont proportionnels aux Quarrés des Sinus des Angles horaires, qui commencent du moment de la haute Mer;* & l'on remarquera que ces Angles horaires ſont proportionnels alors aux Arcs compris entre le Pole de l'Ellipſoïde & le Point en queſtion.

III.

Voici à préſent comment il faut s'y prendre, pour trouver les mêmes baiſſemens & hauſſemens, qui ſe font pendant le mouvement diurne de la Terre dans un point quelconque, & la Lune ayant auſſi une déclinaiſon quelconque. On voit qu'on aura toujours le même Ellipſoïde, quelle que ſoit la déclinaiſon de la Lune; mais qu'il ſera obliquement poſé à l'égard de l'Equateur : on voit auſſi qu'il faut s'imaginer dans ce Sphéroïde allongé une Section parallele à l'Equateur, qui paſſe par le point en queſtion : cette Section ne ſera pas un cercle parfait, & ſa circonférence n'aura pas tous ſes points également éloignés du centre de l'Ellipſoïde : c'eſt les différences de ſes diſtances, qui forment la nature des Marées. Il s'agit donc de déterminer ces différences.

IV.

Pour cet effet il faudra commencer par chercher les diſtances de chaque point du Parallele au *Pole de l'Ellipſoïde* (j'appelle ainſi l'extrémité de l'Axe de l'Ellipſoïde, qui prolongé, paſſe par le centre de la Lune) & ces diſtances étant connues, il eſt facile de trouver la diſtance du même point au centre de l'Ellipſoïde, & les différences de ces diſtances. Car ſi le Coſinus de la diſtance d'un point pris dans le Parallele au Pole de l'Ellipſoïde étoit ϱ, le Sinus total $= 1$, & ſi le demi Axe de l'Ellipſoïde eſt nommé $b + \delta$, & le plus petit demi-diametre b, la diſtance du point pris dans le Parallele juſqu'au centre de l'Ellipſoïde ſera généralement $= b + \varrho\varrho\delta$; nous avons démontré cette Propoſition au §. V. Chap. V.

V.

Nous montrerons donc d'abord, comment il faudra déterminer la diſtance d'un Point quelconque, pris dans un Parallele donné au Pole de l'Ellipſoïde. La voye de la Trigonometrie ſphérique ordinaire nous feroit aſſez inutile ici, puiſqu'il nous faut des expreſſions analytiques, applicables à tous les cas, & traitables aux Calculs. Si l'on vouloit tirer de telles expreſſions des regles de ladite Trigonometrie, les formules qui en proviendroient feroient beaucoup trop prolixes. M. Mayers nous a donné là-deſſus un beau Mémoire inſéré dans les Commentaires de l'Académie Impériale des Sciences de Peterſbourg Tom. 2. p. 12. Il y a dans ce Mémoire au XVIII. §. un Théoreme général, par le moyen duquel on pourra toujours de trois choſes données dans un Triangle ſphérique, trouver le reſte par des expreſſions analytiques extrêmement ſimples. Voici le cas que notre ſujet demande.

Soit dans un Triangle ſphérique, le Sinus total $= 1$; le Sinus d'un des côtés $= S$; le Coſinus du même côté $= C$; le Sinus d'un autre côté $= s$; le Coſinus de cet autre côté

$= c$; le Cosinus de l'Angle compris entre les deux côtés donnés $= y$; le Cosinus du troisiéme côté opposé à l'Angle donné, que j'appellerai q, sera exprimé par cette équation $q = Ssy + Cc$.

VI.

Soit à présent dans la 12e. Figure $ADGK$ le Méridien de la Terre, qui passe par le centre de la Lune, & que la Lune réponde au point B, qui deviendra ainsi le Pole de l'Ellipsoïde, & la droite BH, qui passe par le centre O, son Axe. Soit l'Axe de rotation de la Terre AG, les Poles A & G; DFK l'Equateur; CEL un Parallele, dans lequel nous prendrons un point quelconque E, & qu'on tire enfin par ce point E, & par le Pole A l'Arc AEF.

Fig. 12.

De cette maniere, l'Arc AB sera le complément de la déclinaison de la Lune; l'Arc AE sera le complément de la latitude du point E, & l'Arc DF sera l'Arc horaire depuis le passage du point E par le Méridien, qui passe par la Lune; de sorte qu'on connoît dans le Triangle BAE, les Côtes BA & EA, avec l'Angle compris BAE, & de-là on tirera par le moyen du Théoreme exposé au précedent Article, l'Arc BE, qui est la distance du Point E au Pole de l'Ellipsoïde.

Nous nommerons donc encore le Sinus total 1, le Sinus du côté $AB = S$; son Cosinus $= C$; le Sinus du côté $AE = s$, son Cosinus $= c$; le Cosinus de l'Arc DF, qui est la mesure de l'Angle BAE, $= y$; le Cosinus de l'Arc $BE = q$: nous aurons

$$q = Ssy + Cc.$$

VII.

Ayant ainsi trouvé l'Arc BE, il est facile d'exprimer la droite EO, qui est la distance du point E jusqu'au centre de l'Ellipsoïde, par le moyen du 4e Art. qui nous marque que cette distance est toujours égale au plus petit demi-diametre, augmenté par le produit du Quarré du Cosinus de cet

Arc trouvé, & de l'excès du demi-Axe BO ſur le plus petit demi-diametre : c'eſt-à-dire, ſi nous retenons les dénominations, dont nous nous ſommes ſervis depuis le IV. §. juſqu'ici, que nous aurons

$$EO = b + (Ssy + Cc)^2 \delta.$$

C'eſt cette équation de laquelle nous devons tirer toutes les variations des Marées, que la déclinaiſon de la Lune & la latitude du lieu peuvent produire.

VIII.

Nous voyons d'abord, que n'y ayant que la lettre y de variable, la quantité EO eſt toujours d'autant plus grande, que l'on prend y plus grande. Pour avoir donc la plus grande EO, il faut faire $y = 1$. La haute Mer répond donc encore au paſſage de la Lune par le Méridien ; & on aura alors la droite $CO = b + (Ss + Cc)^2 \delta$.

IX.

Mais pour trouver la plus petite EO ou eo, il ne faut pas faire $y = 0$; mais $y = -\frac{Cc}{Ss}$ & alors la hauteur eO eſt ſimplement $= b$. Nous ferons là-deſſus les remarques ſuivantes :

I. La différence entre la plus grande CO & la plus petite eO, faiſant la hauteur de la Marée, en tant qu'elle eſt produite par la ſeule action de la Lune, il s'enſuit que cette hauteur eſt $= (Ss + Cc)^2 \delta$. Cette formule nous apprend bien de nouvelles proprietés ſur les Marées, & nous ſert en même tems à décider pluſieurs queſtions, ſur leſquelles les Auteurs ne ſont pas encore convenus.

(α) Nous voyons d'abord, que la plus grande Marée ſe fait, lorſque la déclinaiſon de la Lune eſt égale à la latitude du lieu. Cette regle ſuppoſe toute la Terre inondée; & c'eſt à quoi il faut avoir égard, lorſqu'il eſt queſtion de la hauteur d'un lieu. Ce n'eſt pas par exemple immédiatement aux Ports de Picardie, de Flandre, &c. que les eaux ſont

ſont élévées par la Lune : la cauſe principale des Marées dans tous ces endroits doit être attribuée plûtôt à l'élevation & deſcente des eaux, qui ſe font dans la Mer du Nord, à environ 35 degrés de Latitude Septentrionale, autant que j'en ai pû juger par l'inſpection des Cartes Marines. J'avouë pourtant que ce n'eſt ici qu'une eſtime fort incertaine; il eſt impoſſible de rien dire de poſitif là-deſſus.

On remarquera auſſi que je parle ici de la hauteur de la Marée, qui répond au paſſage ſupérieur de la Lune par le Méridien: j'appellerai cette Claſſe de Marées, *Marées de deſſus*, & la Claſſe de celles qui répondent au paſſage inférieur de la Lune par le Méridien, *Marées de deſſous*.

(ϛ) Si la déclinaiſon de la Lune eſt nulle, nous aurons $S = 1$ & $C = 0$, & la hauteur de la Marée de deſſus ſera $= ss\delta$. Nous voyons de-là, que ſi la Terre étoit toute inondée, & que les Luminaires reſtaſſent dans le plan de l'Equateur, les hauteurs des Marées pour les endroits de différentes latitudes ſeroient en raiſon quarrée des Sinus des diſtances au Pole.

(γ) Si pour nos Pays Septentrionaux, la déclinaiſon de la Lune devient Méridionale, les Marées de deſſus deviennent encore plus petites à cet égard, & cette diminution ſeroit très-conſidérable, s'il n'y avoit pas une cauſe hydroſtatique que je marquerai ci-deſſous, qui lui eſt un obſtacle; ſans la conſidération de cette cauſe, on pourroit croire facilement que notre Théorie ne répond pas aſſez aux Obſervations.

(δ) Nous éclaircirons cette matiere par un exemple, en ſuppoſant la Latitude du lieu de 35 degrés. En ce cas la hauteur des Marées de deſſus, tout le reſte étant égal, devroit être,

Dans la plus grande Déclinaiſon Septentrionale de la Lune, ... $= 0,963\,\delta$.

Lorſque la Déclinaiſon de la Lune eſt nulle $= 0,671\,\delta$.

Dans la plus grande Déclinaiſon Méridionale de la Lune, ... $= 0,265\,\delta$.

La différence de ces Marées eſt énorme, & ſurpaſſe de beaucoup toutes les inégalités qu'on peut ſoupçonner avoir quelque rapport à la Déclinaiſon de la Lune. Nous en dirons bientôt la raiſon.

(ε) Si on ſuppoſoit la Latitude telle que Ss fût $= Cc$, ou $Ss = \sqrt{1 - SS} \times \sqrt{1 - ss}$, ou enfin $s = \sqrt{1 - SS} = C$, le point E qui répondroit à la plus petite EO, feroit préciſément au point L. En ce cas, il n'y auroit qu'une Marée de deſſus dans l'eſpace d'un jour lunaire, & la Marée de deſſous s'évanouiroit entiérement. Cela arriveroit donc, par exemple, ſi la Lune ayant 20 degrés de Déclinaiſon Septentrionale, l'élevation du Pole étoit de 70 degrés: mais en même tems la Marée feroit bien petite, puiſqu'elle ne monteroit qu'à environ la cinquiéme partie, qu'elle feroit ſous l'Equateur.

(ζ) Si s eſt plus petit que C, la quantité du §. VII. $(Ssy + Cc)^2 \delta$, ne ſçauroit plus devenir égale 0; c'eſt pourquoi la Mer décroîtra alors continuellement depuis le paſſage ſupérieur de la Lune par le Méridien, juſqu'à ſon paſſage inférieur. Il n'y aura donc plus qu'une Marée par jour depuis le parallele, qui fait $s = C$, juſqu'au Pole; & pour ſçavoir la hauteur de ces Marées, il faut dans cette Formule, premierement ſuppoſer $y = 1$; & enſuite $y = -1$, & prendre la différence des Formules: la hauteur des Marées ſera donc dans ces cas $= (Ss + Cc)^2 \delta - (-Ss + Cc)^2 \delta$, ou bien $= 4\, Ss\, Cc\, \delta$. Elle ne ſçauroit donc être qu'extrêmement petite.

Nous aurions un grand nombre de refléxions à faire encore ſur cette matiere, s'il ne falloit pas ſe contenir dans de certaines bornes; & quoique tous ces Théoremes ne ſoient vrais que dans la Théorie, où l'on ſuppoſe les eaux être conſtamment dans leur état d'équilibre, & toute la Terre inondée (car avec ces ſuppoſitions, ces Théorêmes feroient exactement vrais) & que diverſes circonſtances peuvent leur donner quelquefois une toute autre face, ils ne laiſſent pas d'être très-utiles, pour expliquer en gros un grand

nombre de Phénomenes obſervés ſur les Marées, & pour pénétrer à fond cette matiere.

II. Nous avons démontré qu'il n'y a des Marées de deſſous, que tant que s eſt plus grand que C, lorſque la Déclinaiſon de la Lune eſt Septentrionale (ſi cette Déclinaiſon eſt Méridionale, il n'y aura point alors de Marées de deſſus dans les Pays Septentrionaux.) Nous diſpoſerons donc s plus grand que C, & nous chercherons là-deſſus la hauteur de la Marée de deſſous, de la même façon que nous l'avons trouvée pour celles de deſſus.

Nous avons vû que la hauteur EO eſt la plus petite poſſible, lorſqu'on prend $y = -\frac{Cc}{Ss}$, & qu'alors elle devient $= b$; après cela les hauteurs EO croîtront juſqu'au point L, qui fait $y = -1$. La différence de ces hauteurs ſera donc la hauteur de la Marée de deſſous, qui ſera par conſéquent $= (-Ss + Cc)^2 \delta$, pendant que celle de la Marée de deſſus étoit $= (Ss + Cc)^2 \delta$. On pourra faire là-deſſus les remarques ſuivantes.

(a) Les Marées de deſſus ſont égales à celles de deſſous, lorſque la déclinaiſon de la Lune eſt nulle.

(b) Dans les Pays Septentrionaux, les Marées de deſſus ſont plus grandes que celles de deſſous, lorſque la déclinaiſon de la Lune eſt Septentrionale, & plus petites lorſque cette déclinaiſon eſt Méridionale, & généralement les déclinaiſons de la Lune étant égales, mais de différens côtés, les Marées de deſſus deviennent les mêmes qu'étoient celles de deſſous, & reciproquement.

(c) La différence des deux Marées d'un même jour lunaire eſt $= 4\, Cc\, Ss\, \delta$; ſi l'on applique ces Formules à des cas particuliers, on verra que les Marées de deſſus devroient différer conſidérablement de celles de deſſous, s'il n'y avoit pas une autre raiſon qui doit les rendre à-peu-près égales. Nous expoſerons cette raiſon ci-deſſous, après que nous aurons examiné tout ce que la Théorie dit ſur cette matiere *in abſtracto*.

III°. Nous voyons auſſi que les durées des deux Marées d'un même jour doivent être ſelon la pure Théorie fort différentes. Voici comme on peut déterminer ces durées. Si dans le Parallele CL on ſuppoſe e être le point, la diſtance duquel au centre de l'Ellipſoïde ſoit la plus petite & égale à b, & qu'on tire enſuite par ce point un Arc de Méridien Aef, l'Arc Df ſera la meſure du tems depuis la haute Mer de deſſus juſqu'à la baſſe Mer ſuivante, & l'Arc fk la meſure du tems, depuis cette baſſe Mer juſqu'à la haute Mer de deſſous. Or nous avons vû au IX. §. que le Coſinus de l'Arc $Df(y)$ eſt $= -\frac{Cc}{Ss}$, ou bien ſi DM eſt de 90 degrés, le Sinus de l'Arc Mf vers le point $K = \frac{Cc}{Ss}$. Là-deſſus nous pourrons faire ces remarques.

(1) Dans les Pays Septentrionaux la déclinaiſon Septentrionale de la Lune rend les Juſans des Marées de deſſus plus longs, & les Flots des Marées de deſſous plus courts; & la déclinaiſon Méridionale fait le contraire avec les mêmes meſures; & lorſque la déclinaiſon eſt nulle, la durée du Juſan eſt égale à celle du Flot ſuivant.

(2) Si la déclinaiſon de la Lune eſt égale au Coſinus de la latitude du lieu, le Juſan durera 12 heures lunaires, & il n'y a point de Flot pour l'autre Marée, parce qu'il n'y a point du tout de Marée de deſſous.

(3) En général, la différence du tems, entre le Juſan de la Marée de deſſus, & le Flot de la Marée de deſſous, ſe détermine par le double de l'Arc horaire Mf, & la différence des durées des deux Marées entieres, eſt exprimée par le quadruple de l'Arc Mf, dont le Sinus eſt $= \frac{Cc}{Ss}$. D'où l'on voit que plus la déclinaiſon de la Lune eſt grande, plus cette différence eſt grande auſſi.

Soit, par exemple, la latitude du lieu de 35. degrés, la déclinaiſon de la Lune de 25 degrés, l'Arc Mf ſera de 15 degrés, qui répond à une heure lunaire; le Juſan durera donc 7 heures lunaires, & le Flot ſuivant 5 heures lunaires,

& la différence sera de deux heures, & toute la Marée de dessus durera 4 heures plus que celle de dessous.

X.

Voilà donc comme la chose seroit, si la Terre étoit toute inondée, & si les eaux étoient constamment dans une situation d'équilibre parfait. Nous avons exposé toutes les variations des Marées qui sont dues à l'action de la Lune, par rapport aux différentes déclinaisons & latitudes, & par le moyen de nos Remarques on connoît les différences entre les Marées d'un même jour, entre celles qui se font dans différentes Saisons, &c. tant à l'égard des hauteurs des Marées, que de leurs durées. Il est vrai que les deux hypotheses indiquées sont bien éloignées de la vérité, & que cela change extrêmement les mesures des variations; mais je suis pourtant sûr qu'il doit y avoir des variations, & qu'elles seront de la nature que nous avons trouvée.

Quant aux irrégularités de la surface de la Terre, il n'est pas possible d'en deviner les effets, que fort superficiellement, & comme chaque endroit demanderoit à cet égard des refléxions différentes, nous n'entreprendrons point cet examen. Nous ne considérerons donc que ce qui regarde le défaut de l'équilibre des eaux, & les mouvemens reciproques ou oscillatoires qui en résultent.

X I.

La Lune change la surface de la Terre de Sphérique en Ellipsoïdique, & l'Axe de l'Ellipsoïde passe par la Lune. Cet Axe étant différent de l'Axe de Rotation, la figure de la Terre change continuellement, quoique toujours la même à l'égard de l'Axe de l'Ellipsoïde; & s'il n'y avoit pas quelques causes secondes, lesdits changemens consisteroient simplement en ce que chaque goute montât & descendît alternativement & directement vers le centre.

Il est remarquable encore, que si les eaux se mouvoient librement, sans souffrir aucune resistance, ces oscillations

augmenteroient continuellement à l'infini, parce qu'à chaque demi-tour de la Terre, les eaux doivent être censées avoir reçû quelque nouvelle impulsion : c'est une propriété qu'on peut démontrer par plusieurs exemples semblables, tirés de la Méchanique & de l'Hydrodynamique. Mais le grand nombre de resistances qui s'opposent aux mouvemens des eaux, font que celles-ci prennent bien vîte leur plus grand degré d'oscillations. Ces derniers degrés d'oscillations peuvent cependant être censés proportionnels aux forces que la Lune exerce sous différentes circonstances, pourvû que les changemens qui se font daus la Lune, se fassent assez lentement, pour donner aux eaux le tems qu'il leur faut pour changer leur mouvement. On peut donc dire à cet égard, que les changemens qui se font dans la Lune, par rapport à ses déclinaisons doivent produire dans les Marées à-peu-près les Phénomenes que nous avons indiqués, & à beaucoup plus forte raison les changemens de déclinaisons dans l'autre Luminaire. Mais les changemens qui sont dûs à la rotation de la Terre sont trop vîtes, pour que les Marées puissent s'y accommoder, car elles tâchent de conserver leur mouvement reciproque comme un Pendule simple. Cette seule raison fait que si les deux Marées d'un même jour devoient être suivant les différens effets de la Lune fort différentes, la plus grande augmente la plus petite, & celle-ci diminue l'autre, de sorte qu'elles sont beaucoup moins inégales qu'elles ne devroient être sans cette raison. Tout ce qu'on peut donc dire à cet égard, est que nos Théorêmes sont vrais, quant à leur nature, mais non pas suivant les mesures que nous en avons données. On peut pourtant, moyennant une autre reflexion, réparer en quelque façon cet inconvénient : c'est en supposant que la plus grande Marée donne à la plus petite, qui est sa compagne, autant qu'elle en perd, & les supposer l'une & l'autre à-peu-près égales, ce que l'expérience confirme, & delà on tirera la hauteur absolue de chacune, en prenant le milieu Arithmétique des deux Marées, qui conviennent à

un même jour lunaire. En corrigeant de cette façon les précédentes Propositions, nous aurons les Théorêmes suivans, qui ne sçauroient plus manquer d'être assez conformes aux Observations.

X I I.

La hauteur de la Marée de dessus est $= (Ss + Cc)^2 \delta$ (§. *IX. Remarque I.*) & la hauteur de la Marée de dessous $= (-Ss + Cc)^2 \delta$ (§. *IX. Remarque II.*) en prenant donc la moitié de la somme de ces deux hauteurs, nous aurons la hauteur moyenne de la Marée, qui convient aux déclinaisons de la Lune, & latitudes du lieu données, $(SSss + CCcc)\delta$. De cette Formule, que je crois fort juste pour la supposition de l'entiere inondation de la Terre, on pourra tirer les Corollaires suivans.

(I.) Les déclinaisons Septentrionales & Méridionales de la Lune font le même effet sur les Marées, à l'égard de leur hauteur moyenne.

Cette propriété est confirmée par les Observations. Mais il sera toujours vrai, que dans les Pays Septentrionaux la déclinaison Septentrionale de la Lune augmente un peu les Marées de dessus, & diminue celles de dessous; & que la déclinaison Méridionale fait le contraire : & c'est ce que l'expérience confirme aussi. On se souviendra donc que nous parlons de la hauteur moyenne des deux Marées d'un même jour lunaire.

(II.) A la hauteur de 45 degrés la hauteur moyenne de la Marée est $= (\frac{1}{2} SS + \frac{1}{2} CC)\delta = \frac{1}{2}\delta$, & par conséquent constamment la même.

C'est ici une propriété bien singuliere, que quelles que soient les déclinaisons des Luminaires, les hauteurs moyennes des Marées n'en soient point changées, & cette propriété nous fait voir, pourquoi dans nos Pays on s'apperçoive de si peu de changement dans les Marées, à l'égard desdites déclinaisons.

(III.) Si la latitude du lieu est moins de 45°. la plus grande

Marée moyenne se fait lorsque les déclinaisons des Luminaires sont nulles, & les Marées diminuent, si les déclinaisons augmentent.

L'expérience confirme encore cette propriété, & tout le monde convient que dans nos Pays (dont les Marées dépendent de la Mer du Nord, à environ 35 degrés de latitude) les plus grandes Marées, tout le reste étant égal, se font environ les Equinoxes.

Si la latitude du lieu est plus grande de 45 degrés, c'est le contraire.

(IV.) Sous l'Equateur, la hauteur de la Marée est $= SS\delta$, & les variations qui dépendent des différentes déclinaisons de la Lune, y seront le plus sensibles : si la déclinaison est nulle, la hauteur de la Marée y est exprimée par δ ; & si la déclinaison est supposée de 25 dégrés (elle peut aller jusqu'à près de 29 degrés) la hauteur de la Marée moyenne y sera de 0,82 δ. La différence des hauteurs est de $\frac{18}{100}\,\delta$.

(V.) Les variations sont moins grandes à cet égard sur les Côtes de la France, baignées par l'Océan, si les Marées y sont causées par la Mer du Nord à la hauteur d'environ 35 degrés, la hauteur de la Marée, la déclinaison de la Lune étant nulle, y sera exprimée par 0,671 δ, & si la Lune avoit 25 degrés de déclinaison, la hauteur moyenne y sera exprimée alors par 0, 610 δ. La plus grande Marée est donc à la plus petite à cet égard, comme 671 à 610, & la différence sera comme 61, qui fait l'onziéme partie de la grande Marée.

Nous voyons par ces exemples, que les variations qui dépendent de la déclinaison de la Lune, sont toujours beaucoup plus petites, que celles qui dépendent des différentes distances de la Lune, & qui peuvent aller jusqu'au tiers de la plus grande Marée. C'est pourquoi on a eu beaucoup de peine à s'appercevoir des variations qui répondent aux différentes déclinaisons.

(VI.) Enfin nous remarquerons que cette Formule $(SSss + CCcc)\,\delta$ pour les hauteurs moyennes des Marées ne

ne doit pas être poussée au-delà du terme des doubles Marées, qui est lorsque la latitude du lieu est égale à la déclinaison de la Lune : car, passé ce terme, nous avons démontré qu'il ne doit y avoir qu'une Marée par jour, dont la hauteur est exprimée par 4 *Ss Cc δ*, en vertu de la Remarque (ζ) de l'Art. IX. Il faudra aussi donner à ce terme une certaine latitude ; car il y a apparence que ce n'est qu'à une certaine distance depuis ce terme vers l'Equateur, que les Marées commencent à être doubles, & à une autre distance vers le Pole, qu'elles commenceroient à être simples, si la Mer libre s'étendoit jusques-là ; & que dans la Zone, qui est entre deux, les Marées seront mêlées de l'une & l'autre espéce avec beaucoup d'irrégularité.

XIII.

Nous venons d'exposer au long, & avec toute la précision possible, le rapport réel des hauteurs des Marées : nous n'avons qu'un mot à dire sur l'heure des hautes Marées. Comme c'est toujours au moment du passage supérieur de la Lune par le Méridien, que la Mer devroit être la plus haute, quelle que soit la déclinaison de la Lune, & la latitude du lieu : nous voyons que si les Marées dépendoient uniquement de la Lune, ces deux sortes de variations ne devroient point apporter de changement à l'heure de la haute Mer ; & si l'on veut avoir égard aux forces du Soleil, nous avons déja montré au IX. Art. du Chap. VII. les variations qui peuvent provenir à cet égard.

Mais si la déclinaison de la Lune & la latitude du lieu n'ont pas d'influence directement sur l'heure de la haute Mer, & si elles n'en ont que très-peu, lorsque l'action de la lune est combinée avec celle du Soleil, il est remarquable, que tant la déclinaison de la Lune, que la latitude du lieu, feroient extrêmement varier l'heure des basses Mers, sans cette cause seconde, que j'ai exposée au long dans le XI. Art. & qui fait que les deux Marées d'un même jour lunaire sont beaucoup moins inégales, qu'elles ne

devroient être. Cependant cette raison ne sçauroit rendre les deux Marées tout-à-fait égales, & il sera toujours vrai, ce que j'ai déja dit dans la Remarque (1) de la III. Partie du §. IX. que c'est tantôt le Jusan d'une Marée, qui surpasse en durée le flot de la Marée suivante, tantôt celui-ci qui surpasse l'autre. C'est une propriété qui n'est point échappée aux Observateurs des Marées; mais on n'avoit pas remarqué les circonstances de ces inégalités, sçavoir que dans les Pays Septentrionaux, la déclinaison Septentrionale de la Lune rend les Marées de dessus plus longues, & les Marées de dessous plus courtes, & que la déclinaison Méridionale fait le contraire.

On voit donc qu'à cet égard le Jusan peut être différent du flot suivant, mais non pas du flot antécédent; & si l'on remarque quelque différence entre le flot & le Jusan d'une même Marée, ou cette différence sera constante pendant tout le cours de l'année, & alors il faut l'attribuer à la configuration des Côtes; ou elle n'aura point de loix, & ne sera que tout-à-fait accidentelle, & causée par des Vents ou Courants accidentels.

XIV.

Les différences que nous avons exposées dans ce Chapitre entre les deux Marées d'un même jour, tant pour leur hauteur, que pour leur durée, nous donnent un moyen de reconnoître ces deux Classes de Marées, & de distinguer l'une d'avec l'autre, ce qui seroit impossible sans cela sur les Côtes irrégulieres de l'Europe, où nous sçavons que les diverses heures du Port comprennent toute l'étendue d'une Marée, ou d'un demi-jour lunaire.

La Classe des Marées de dessus comprendra celles qui sont plus grandes & plus longues, la déclinaison de la Lune étant Septentrionale, ou qui sont petites & plus courtes, cette déclinaison étant Méridionale, & l'autre Classe sera réciproque.

X V.

Nous avons examiné avec toute l'attention requise les effets des différentes déclinaisons de la Lune, qui sont la source de tant de propriétés très-remarquables des Marées. Il ne nous reste donc plus qu'à considérer encore les déclinaisons du Soleil. Cet examen nous sera très-facile, après celui que nous venons de faire sur la Lune.

Nous nommerons la force du Soleil, sa déclinaison étant nulle, ζ, comme nous avons fait toujours dans le corps de ce Traité, & nous retiendrons les dénominations du V. §. Si nous appliquons donc au Soleil tout le raisonnement que nous avons fait sur la Lune, nous voyons qu'on n'a qu'à substituer dans toutes les Formules de ce Chapitre ζ à la place de δ, pour trouver les variations qui proviennent des différentes déclinaisons du Soleil dans tous les lieux de la Terre, & de cette maniere tout ce que nous avons dit sur la Lune, sera aussi vrai à l'égard du Soleil. Si donc la hauteur de la Marée, en tant qu'elle est produite sous l'Equateur par la seule action du Soleil au tems des Equinoxes, est appellée ζ, la hauteur de la Marée sera pour telle déclinaison du Soleil, & telle latitude du lieu entre les deux Cercles Polaires qu'on voudra $= (TTss + EEcc)\zeta$, en entendant par T le Sinus de la distance du Soleil au Pole, & par E son Cosinus.

X V I.

Pour tirer tout l'avantage, qui est possible, de nos Méthodes, & leur donner la derniere perfection, nous tâcherons enfin de donner une Formule générale pour tous les cas possibles. Souvenons-nous pour cet effet, que nous avons nommé au IX. Chapitre A la hauteur des Marées qui se font sous la Ligne dans les Syzygies (ou plutôt un jour & demi après) les distances des Luminaires étant moyennes, & leurs déclinaisons nulles; & que pour les mêmes circonstances nous avons nommé B la hauteur des

Marées bâtardes : voyons à préſent, comment il faut changer ces Quantités A & B, lorſque les déclinaiſons des Luminaires, & les latitudes des lieux ſont d'une grandeur quelconque.

(I.) Quant à la quantité A, comme elle a été exprimée par la ſomme des forces entieres des deux Luminaires, c'eſt-à-dire, par $\delta + \varepsilon$, on voit qu'il faut mettre ici à la place de δ ſa quantité corrigée $(SSss + CCcc)\delta$, & à la place de ε ſa quantité corrigée $(TTss + EEcc)\varepsilon$, & enſuite faire cette Analogie

$$\delta + \varepsilon : A :: (SSss + CCcc)\delta + (TTss + EEcc)\varepsilon : \frac{(SSss + CCcc)\delta + (TTss + EEcc)\varepsilon}{\delta + \varepsilon} A.$$

Cette quatriéme proportionnelle marque la hauteur des Marées dans les Syzygies, lorſque les déclinaiſons des Luminaires, & la latitude du lieu ſont quelconques, & ſi la déclinaiſon de l'un & l'autre Luminaire eſt nulle, cette quantité devient ſimplement $= ssA$. Si l'on nomme donc F la hauteur de la Marée dans les Syzygies, les déclinaiſons des Luminaires étant nulles pour un lieu quelconque, il faut ſuppoſer $ssA = F$, & de cette maniere ladite quatriéme proportionnelle devient $= \frac{(SSss + CCcc)\delta + (TTss + EEcc)\varepsilon}{ss(\delta + \varepsilon)} F.$

C'eſt cette quantité qu'il faut ſubſtituer dans les équations du §. V. Chap. IX. pour A.

(II.) La quantité qu'il faudra ſubſtituer pour B dans ces équations, que nous venons de citer, ſe trouve à-peu-près de la même façon ; il n'y a qu'à prendre au lieu de la ſomme $\delta + \varepsilon$ leur différence $\delta - \varepsilon$, qui exprimoit la hauteur des Marées bâtardes Si l'on appelle donc G la hauteur de la Marée dans les Quadratures, les déclinaiſons des Luminaires étant nulles, on trouvera la quantité à ſubſtituer pour

$$B = \frac{(SSss + CCcc)\delta - (TTss + EEcc)\varepsilon}{ss(\delta - \varepsilon)} \times G.$$

Nous ſubſtituerons encore dans l'équation générale du §. V. Chap. IX. à la place des Lettres S & s (qui y mar-

quent le rapport des diſtances du Soleil à la Terre ſous diverſes circonſtances, & qui ſe trouvent employées dans ce Chapitre dans un autre ſens) ces autres Lettres *D* & *d*.

Après ces refléxions préliminaires nous conſidérerons le Problême général des hauteurs des Marées ſous telles circonſtances, qui pourront concourir, & qui ſervira à déterminer ces hauteurs avec toute la préciſion poſſible. Je m'aſſure que tous ceux qui jetteront les yeux ſur cette Solution, verront ſans peine, combien j'ai été attentif à examiner & éplucher toutes les circonſtances qui peuvent faire varier les Marées.

PROBLEME GENERAL.

XVII.

Trouver généralement la hauteur des Marées, en ſuppoſant toutes les circonſtances qui peuvent les faire varier, connuës.

SOLUTION.

Il faut connoître d'abord par Obſervations les quantités *F* & *G*, qui marquent les hauteurs moyennes des grandes Marées, & des Marées bâtardes, qui ſe font un jour & demi après les Syzygies & les Quadratures, les déclinaiſons des Luminaires étant nulles, & leurs diſtances à la Terre étant moyennes. Dans la Théorie, deux Obſervations ſuffiſent pour cet effet; mais il vaut mieux dans l'application de nos Méthodes obſerver un grand nombre de fois, comme on a déja fait preſque dans tous les Ports de la France, la hauteur des grandes Marées, & celles des petites Marées, les Luminaires ſe trouvant à-peu-près dans l'Equateur, & prendre des unes & des autres le milieu Arithmétique, que j'appelle *F* pour les grandes Marées, & *G* pour les petites Marées.

Il faut enſuite connoître le rapport moyen, qu'il y a entre les forces de la Lune & du Soleil. Nous avons donné pluſieurs moyens pour cela dans le corps de cette Diſſertation,

& nous nous croyons bien fondés de le supposer comme 5 à 2. Quoiqu'il en soit, nous nommons ce rapport $\delta : \varepsilon$.

Il faut après cela faire attention aux Phases de la Lune, ou à l'Arc compris entre les deux Luminaires dans le moment du passage de la Lune par le Méridien : cet Arc doit être diminué de 20 dégrés (*§. VII. Chap. IX.*) Nous nommons le Sinus de l'Arc résultant m, & le Cosinus n, & le Sinus total 1.

Il faut aussi connoître les distances des Luminaires à la Terre : j'appelle d la distance moyenne du Soleil ; D sa distance au tems de la Marée cherchée ; l la distance moyenne de la Lune ; L sa distance au tems de la Marée cherchée.

Il faut sçavoir encore les déclinaisons des Luminaires à l'égard de l'Equateur : j'appelle S le Sinus de la distance de la Lune au Pole ; C son Cosinus ; T le Sinus de la distance du Soleil au Pole ; E son Cosinus.

Enfin il faut faire attention à la latitude du lieu, & à la Remarque (α) du IX. Art. que nous avons faite pour l'estimation des latitudes. Nous appellons le Sinus de la distance au Pole s & le Cosinus c. Toutes ces dénominations faites, je dis que la hauteur de la Marée sera

$$\frac{l^3 D^3 \delta + L^3 d^3 \varepsilon}{L^3 D^3 (\delta + \varepsilon)} \times \frac{nn}{ss} \times \frac{(SSss + CCcc)\delta + (TTss + EEcc)\varepsilon}{\delta + \varepsilon} \times F.$$
$$+ \frac{l^3 D^3 \delta - L^3 d^3 \varepsilon}{L^3 D^3 (\delta - \varepsilon)} \times \frac{mm}{ss} \times \frac{(SSss + CCcc)\delta - (TTss + EEcc)\varepsilon}{\delta - \varepsilon} \times G.$$

XVIII.

Je n'ai mis ici cette grande Formule, que pour faire voir toute l'étendue & toute l'exactitude de notre Théorie & de nos Calculs : car les mesures & la Table que nous avons données au Chapitre IX. ont assez de précision dans une Question aussi sujette que celle-ci aux variations accidentelles, qui n'admettent aucune détermination.

Je ne dis rien des Marées & de leurs changemens extraordinaires, qui se font dans la Zone glaciale, pour ne point

grossir trop ce Traité, & pour ne point l'embarrasser de choses fort abstraites & assez difficiles. J'ai d'ailleurs déja exposé en gros & même assez au long ce qui en est.

Quant enfin à l'heure des hautes Mers, j'ai fait voir qu'elle n'est point changée par les déclinaisons des Luminaires, ni par la latitude du lieu; nous avons donc déja donné toute la perfection possible dans les Chapitres précédens à cette autre grande Question. Pour l'heure des basses Mers, qui dépendent beaucoup des déclinaisons des Luminaires, & de la latitude du lieu, nous en avons fait voir toutes les variations & propriétés dans ce Chapitre.

CHAPITRE XI.

Qui contient l'Explication & Solution de quelques Phénomenes & Questions, dont on n'a pas eu occasion de parler dans le corps de ce Traité, sur-tout à l'égard des Mers détachées, soit en partie, soit pour le tout, de l'Océan.

I.

SUivant quelle progression les eaux montent & descendent dans une même Marée, par rapport aux tems donnés.

Cette Question dépend de toutes les circonstances que nous avons considérées dans ce Traité; mais les variations à l'égard du changement de ces circonstances, ne font pas varier beaucoup la loi, suivant laquelle les eaux montent & descendent; je ne parlerai donc que du cas le plus simple, qui est lorsque la latitude du lieu, & les déclinaisons des Luminaires sont nulles, & lorsqu'en même tems les Luminaires sont dans leurs Syzygies, ou dans leurs Quadratures. Que l'on exprime donc tout le tems depuis la haute

Mer jusqu'à la basse Mer par un quart de Cercle, dont le rayon est égal à l'unité : je dis *que les descentes verticales des eaux depuis la haute Mer doivent être exprimées par les Quarrés des Sinus des Arcs, qui représentent les tems donnés.* Si l'on considére les Marées depuis le commencement du Flot, il faudra dire *que les élévations verticales des eaux, sont en raison quarrée des Sinus, qui répondent aux tems donnés.* §. III. Chap. V. Ceux qui voudront rendre cette Proposition plus générale, pourront consulter le §. VIII. Chap. V. & si on y ajoute enfin les §. §. VI. & VII. du Chap. X. on verra facilement, ce qu'il faudroit faire pour tous les cas possibles. Mais la loi générale ne différera pas beaucoup de celle que nous venons d'exposer ; & cela d'autant moins que les deux Marées d'un même jour, qui devroient être souvent fort inégales, ne laissent pas de se composer à une égalité mutuelle par la raison exposée au long au §. X I. Chap. X. On peut donc se tenir sans peine à la Regle que nous venons d'établir.

Il s'ensuit de cette Regle, que les baissemens ou élevations des eaux, qui se font dans de petits tems égaux, sont proportionnels aux produits des Sinus par les Cosinus répondans des Arcs horaires ; de sorte que si on partage tout le tems du Flux ou du Reflux également, les variations également éloignées en deçà & en de-là de ce terme, sont égales : ces variations sont les plus sensibles au milieu du Flux ou du Reflux, & la variation totale depuis le commencement du Flux ou du Reflux jusqu'au milieu, fait précisément la moitié de toute la variation d'une Marée. On voit enfin que les variations doivent être insensibles au commencement & à la fin de chaque Flux & Reflux.

Toutes ces Propositions sont confirmées entierement par les Observations qu'on a faites sur cette matiere, rapportées par M. Cassini dans les Mémoires de l'Académie des Sciences pour l'année 1720. pag. 360. Il semble seulement qu'il y a une erreur de quelques minutes dans la détermination de l'heure de la basse Mer, erreur presque inévitable

dans

dans cette forte d'Obſervations. Mais il faut remarquer, pour voir plus parfaitement l'accord de notre Regle avec les Obſervations, que tout le tems du Flux ou Reflux eſt de ſix heures lunaires, pendant que les Obſervations ont été priſes ſur des heures ſolaires.

II

Pourquoi il n'y a point de Marées ſenſibles dans la Mer Caſpienne, ni ſelon quelques-uns dans la Mer Noire, & pourquoi elles ſont très-petites dans la Mer Méditerranée, & de quelle nature ſont ces Marées.

On ne ſçauroit bien répondre à ces queſtions, ſans conſidérer auparavant le Problême principal, qui eſt de ſçavoir les Marées, lorſque la Mer n'a qu'une certaine étendue en longitude, & c'eſt un Problême pénible pour le Calcul, & aſſez délicat pour la Méthode. Pour le rendre d'abord plus ſimple, nous ſuppoſerons les Luminaires en conjonction & dans le plan de l'Equateur, & que c'eſt auſſi ſous l'Equateur, que l'on cherche les Marées.

Reſſouvenons-nous que ſans l'action des Luminaires, l'Equateur ſeroit parfaitement circulaire, comme $bgdh$ dans la huitiéme Figure, & que les Luminaires ſe trouvant dans l'Axe DB, cette Figure eſt changée en l'Ellipſe $BGDH$, lorſque toute la Terre eſt inondée, & que les eaux peuvent couler de tous côtés. Nous avons démontré auſſi au III. §. Chap. V. que dans cette ſuppoſition, la petite hauteur yz (dont les variations par rapport à ſes différentes ſituations expriment les variations des Marées au point z) eſt $= \frac{3ss-bb}{3bb} \times \mathfrak{C}$, dans laquelle Formule on ſuppoſe $C\alpha = s$; $Cb = b$, & la différence entre la plus grande CB & la plus petite $CG = \mathfrak{C}$.

Suppoſons à préſent que la Mer n'a qu'une certaine étendue en longitude, ſçavoir celle de zx, & qu'on tire par le centre C & l'extrémité x la droite Cs. Cela poſé on voit bien que la ſurface de la Mer ne peut pas être en ys, comme elle ſeroit, ſi toute la terre étoit inondée; car l'eſpace

y Cs eſt plus grand que l'eſpace *z Cx*, & il faut que cet eſpace ſoit conſtamment le même; puiſque la quantité d'eau dans une Mer doit être ſuppoſée la même pendant les revolutions de la Terre : mais la ſurface de l'eau prendra la courbure *o r*, & voici quelle ſera la nature de cette courbure *o r*; il faut premierement, que l'eſpace *o Cr* ſoit conſtamment le même que l'eſpace *zCx*, & en ſecond lieu, que la courbe *o r* ſoit ſemblable à la courbe *y s*, ou plûtôt la même, puiſque toutes les petites lignes, telles que *s x*, ſont incomparablement plus petites que le rayon de la Terre; & ainſi la petite perpendiculaire *s r* ſera égale à la petite perpendiculaire *y o*, de même que toutes les perpendiculaires compriſes entre les termes *s* & *y*.

On voit donc déja que ce ne ſont plus les *sx* & *yz*, dont les variations marquent les variations des Marées pour les points *x* & *z*, & que ces variations ſont exprimées ici par celles des petites lignes *r x* & *o z*. De-là on peut conclure par la ſeule inſpection de la Figure, que les Marées doivent être d'autant plus petites, que la Mer eſt moins étendue en longitude; que ces Marées ne peuvent être que tout-à-fait inſenſibles dans la Mer Caſpienne & dans la Mer Noire, & fort petites dans la Mer Méditerranée, dont la communication avec l'Océan eſt preſque entiérement coupée au Détroit de Gibraltar. On en peut même tirer des propriétés très-ſingulieres de cette ſorte de Marées. 1°. Que la plus haute Mer ne ſe fait pas ici au moment du paſſage des deux Luminaires par le Méridien, comme dans l'Océan, ni 6 heures lunaires après, mais au milieu, ſi la Mer a peu d'étendue en longitude. 2°. Que les Marées ſont les plus grandes aux extrémités Orientales & Occidentales *z* & *x*, & qu'elles ſont incomparablement plus petites au milieu *t*. 3°. Que la haute Mer dans l'une des extrémités ſe fait au même moment que la baſſe Mer dans l'autre extrémité. Voilà en gros les propriétés des Marées dans ces Mers : le Calcul en fera connoître le détail.

Pour ne point ennuyer le Lecteur par une trop longue

suite de raisonnemens purement Géometriques, & dans plusieurs circonstances assez compliqués & chargés de Calcul, je ne mettrai ici que le plus précis.

Soit $Bb + Gg = \mathfrak{C}$, qui marque la variation pour la Mer libre de tous côtés : soit l'Arc zx, qui marque l'étendue de la Mer en longitude $= A$. Le rayon de la Terre que nous prendrons pour le Sinus total $= 1$; qu'on tire xn perpendiculaire à CB, & soit l'espace $z\alpha nxz = S$. Cela posé, on trouvera d'abord l'espace $yzxs = \frac{2}{3} A\mathfrak{C} - S\mathfrak{C}$. Cet espace devant être égal à l'espace $yors$, qui est égal à la petite sr multiplié par A, on en tire $sr = \frac{2}{3}\mathfrak{C} - \frac{S}{A}\mathfrak{C}$.

Si on suppose après cela $Cn = n$ & $C\alpha = s$, on aura $sx = nn\mathfrak{C} - \frac{1}{3}\mathfrak{C}$, & par conséquent $rx = nn\mathfrak{C} - \mathfrak{C} + \frac{S}{A}\mathfrak{C}$, & ce sont les différentes valeurs de rx, en considérant n & S comme variables, qui marquent les différentes hauteurs de la Mer au point x, qui est à l'extrémité occidentale de la Mer.

De cette valeur de rx on peut tirer géométriquement toutes les propriétés des Marées, quelque étendue qu'on suppose à la Mer, & tout ce que nous avons trouvé pour le point x, peut être déterminé de la même façon pour tel autre point dans l'Arc zx qu'on voudra ; mais on remarquera sur-tout une propriété générale, qui est que l'Arc horaire compris entre la haute & la basse Mer, c'est-à-dire l'Arc compris entre la plus grande & la plus petite rx, est toujours de 90 degrés. Pour le démontrer, il faut supposer la différentielle de $rx = 0$, & faire $-dS = \frac{nn - ss}{\sqrt{1 - nn}} dn$, à cause de la valeur constante de A, d'où l'on tirera cette équation $2An\sqrt{1 - nn} - nn + ss = 0$, qui marque déja la propriété générale que nous venons d'indiquer. Cette propriété donne ensuite la hauteur de la Marée, exprimée par la différence de la plus grande & de la plus petite valeur de $rx = \left(2nn - 1 + \frac{n\sqrt{1 - nn} - s\sqrt{1 - ss}}{A}\right)\mathfrak{C}$, & on

remarquera que dans toutes ces Formules, s est donnée en n & en constantes, à cause de l'Arc A donné.

Nous appliquerons ces équations générales à deux sortes de cas particuliers; premierement, lorsque A est de 90 degrés; & en second lieu, lorsque cet Arc est fort petit.

I. Si A est de 90 degrés, on aura $s = \sqrt{1 - nn}$, & le lieu de la haute ou de la basse Mer, à l'égard du point fixe B sera déterminé par cette Equation

$$-2An\sqrt{1-nn} + 2nn - 1 = 0, \text{ qui donne}$$

Cn, ou $n = \sqrt{\left(\frac{1}{2} + \frac{A}{2\sqrt{AA+1}}\right)} = 0,9602$, qui marque que l'Arc xb est d'environ 16 degrés 13 minut. & que la hauteur de la Marée sera de 0, 844 C. Nous voyons donc que si la Mer avoit 90 degrés d'étendue en longitude, la haute Mer se feroit dans les Syzygies 1 heure 5 minutes plus tard que si toute la Terre étoit inondée, & que la hauteur de la Marée seroit de 156 milliémes parties plus petite.

II. Supposons à présent que l'étendue de la Mer en longitude soit très-petite, c'est-à-dire, que A exprime un Arc circulaire fort petit, & soit la corde de cet Arc $= B$: la Géométrie commune donne

$$s = n - \tfrac{1}{2}nBB + \tfrac{1}{2}\sqrt{4BB - 4nnBB + nnB^4 - B^4}.$$

Et B étant supposée fort petite, on changera la quantité radicale ensuite, & on négligera les quantités affettées de B^3 (le Calcul fait voir àla fin, qu'il faut retenir les termes affettés de BB) & de cette maniere on trouvera

$$s = n - B\sqrt{1 - nn} - \tfrac{1}{2}nBB.$$

On remarquera après cela, que la différence entre l'Arc A & sa corde B, convertie ensuite, commence par le terme $\frac{1}{4}B^3$, lequel pouvant être négligé pour notre dessein, on mettra A à la place de B, & on aura

$$s = n - A\sqrt{1 - nn} - \tfrac{1}{2}nAA.$$

En substituant dans l'équation exposée ci-dessus

$$2An\sqrt{1 - nn} - nn + ss = 0$$

la valeur trouvée pour s, & négligeant toujours les termes affettés de A^3 & de A^4, nous aurons ſimplement $n = \sqrt{\frac{1}{2}}$.

L'Arc $x\,b$ eſt donc pour ce dernier cas de 45 degrés, & la haute Mer, ſi elle étoit ſenſible, ne ſe feroit par conſéquent que trois heures lunaires après le paſſage de la Lune par le Méridien. La hauteur de la Marée étant généralement exprimée, comme nous avons vû ci-deſſus, par $\left(2nn - 1 + \frac{n\sqrt{1-nn} - s\sqrt{1-ss}}{A}\right) \times \mathfrak{C}$, il faudra ſubſtituer dans cette expreſſion les valeurs trouvées pour n & s; ce que faiſant avec les mêmes précautions, que nous avons employées en cherchant la valeur de s, on trouvera à la fin ſimplement la hauteur de la Marée $= A\,\mathfrak{C}$.

Cette expreſſion fait voir que dans les petites Mers, les hauteurs des Marées ſont proportionelles aux étendues, que ces Mers ont en longitude, & les Marées ſe trouveront par cette Analogie. Comme le Sinus total eſt à l'Arc longitudinal, que la Mer renferme, ainſi la hauteur de Marée dans la Mer qui eſt ſuppoſée inonder toute la Terre, exprimée par $\mathfrak{C}$, ſera à la hauteur de la Marée en queſtion.

Appliquons maintenant tout ce que nous avons trouvé pour en tirer les propriétés des Marées dans la Mer Caſpienne. Suppoſons pour cet effet, que dans les conjonctions & oppoſitions des Luminaires, la hauteur des Marées grandiſſimes dans la Mer du Sud (dans laquelle les Marées ne ſçauroient manquer d'atteindre preſque toute la hauteur, qu'elles auroient, ſi toute la Terre étoit inondée) eſt ſous l'Equateur de 8 pieds: c'eſt la hauteur que les Relations de voyages m'ont fait adopter pour la Mer libre, & que je crois qu'on remarquera ſur les Côtes eſcarpées des petites Iſles ſituées près de l'Equateur dans ladite Mer du Sud: Cela étant, j'ai démontré dans la Propoſition (II.) du XII. §. du Chapitre précédent, que les grandes Marées ne feront plus que de 4 pieds à la hauteur de 45 degrés, où je ſuppoſe le milieu de la Mer Caſpienne. Si nous donnons après cela à cette Mer dix dégrés d'étendue en longitude,

cet Arc fait environ la sixiéme partie du Rayon, & la hauteur des grandissimes Marées devroit être par conséquent aux extrémités Orientale & Occidentale de la Mer Caspienne d'environ huit pouces : mais elles seront nulles au milieu de la Mer. Je suppose cette agitation de la Mer trop petite pour avoir pû être remarquée par les gens qui ont été sur les lieux, & qui sans doute n'ont pas fait un examen fort scrupuleux là-dessus, & qui n'auroient pas manqué de l'attribuer à des causes accidentelles, s'ils avoient remarqué quelque petite élévation & baissement des eaux. J'espére que des Observations plus exactes confirmeront un jour ce que je viens d'indiquer sur les Marées de la Mer Caspienne.

On doit faire le même raisonnement sur la Mer Noire, qui peut être considérée comme détachée de la Mer Méditerranée, à cause du peu de largeur du Détroit qui est entre deux. Il est à remarquer qu'on a observé dans cette Mer des Marées, quoique très-petites.

On voit aussi que les Marées dans la Mer Méditerranée doivent être beaucoup plus petites, que dans l'Océan, surtout si l'on fait attention que cette Mer n'est tout-à-fait ouverte que depuis l'Isle de Chypre jusqu'à celle de Sicile.

I I I.

Comment les Marées peuvent être beaucoup plus grandes sur les Côtes, dans les Bayes, dans les Golfes, &c. que dans la Mer libre de tous côtés.

Pour répondre à cette question, il faut encore faire refléxion à ce que j'ai déja dit, que si les Luminaires restoient à un même lieu, & que le mouvement journalier de la Terre se fît avec une lenteur infinie, les eaux qui inondent la Terre, ne pourroient point manquer d'être dans un parfait équilibre, & les Marées auroient par-tout les hauteurs qu'on leur a prescrites dans cet Ouvrage, sans que la configuration des Côtes ou autres causes semblables les pût déranger, pourvû que l'endroit en question communiquât avec l'Océan : d'ailleurs les eaux ne feroient que monter &

descendre verticalement, excepté aux Côtes, qui alternativement sont baignées, & restent à sec, & ausquelles les eaux auroient quelque mouvement horisontal, quoiqu'infiniment lent, & la direction de ce mouvement des eaux dépendroit dans ce cas, aussi-bien que dans tous les autres, de la direction de la pente des Côtes. Mais la vîtesse du mouvement journalier de la Terre, qui fait que dans le tems d'un jour tout l'Océan doit faire quatre mouvemens & agitations reciproques, rend ces mouvemens fort sensibles. Comme outre cela la Mer n'inonde pas toute la Terre, & qu'il y a de grands Golfes, Canaux, &c. qui par l'élévation & baissement des eaux, sont tantôt plus tantôt moins pleins, il faut que ceux-ci reçoivent les eaux & les renvoyent alternativement vers des endroits qui s'empliront, pendant que les autres se vuideront, & de-là doivent provenir des mouvemens horisontaux, qu'on appelle communément Flux & Reflux. Ce sont ces mouvemens horisontaux, qui se faisant vers des endroits plus serrés, peuvent produire les grandes Marées, qui vont dans de certains endroits au-delà de 60 pieds; c'est aussi cette raison qui rend les Marées plus grandes dans le Golfe de Venise, qu'elles ne sont dans la Mer Méditerranée. C'est ici qu'on peut faire un grand usage de ce que divers Auteurs ont donné sur le mouvement des eaux, & je m'assure que moyennant les connoissances qu'on a déja sur cette matiére, on pourroit rendre exactement raison de tous les différens Phénomenes, qui s'observent sur les Marées aux endroits différemment situés. Mais un tel examen demanderoit des volumes, & des années pour les faire.

IV.

Quelle est en gros la nature des Marées au Détroit de Gibraltar.

Les Marées doivent sans doute être beaucoup plus compliquées, & paroître plus irrégulieres au Détroit de Gibraltar, que dans d'autres endroits, parce qu'il s'y fait un

concours de deux ſortes de Marées, dont l'une vient de l'Océan, & l'autre de la Méditerranée; & on voit facilement, que ſi les Marées conſiſtoient ſimplement à élever & baiſſer les eaux, ſans cauſer des Courans, il y auroit ſur ces Côtes quatre Marées par jour, c'eſt-à-dire, que les eaux monteroient & deſcendroient quatre fois, parce que les Marées des deux Mers ne ſe font pas en même tems: mais comme il ſe forme des Courans reciproques, chaque Courant tâche à ſe conſerver, & de-là il ſe forme des liſieres, qui ont chacune des mouvemens différens: celles qui ſont ſur les Côtes de chaque côté, paroiſſent devoir être attribuées aux Marées de la Méditerranée, & deux autres qui les touchent, aux Marées de l'Océan: on remarque même au milieu une cinquiéme liſiere, dont le mouvement n'eſt pas ſi régulier que celui des quatre autres, & qui ne fait voir preſque aucun rapport avec la Lune: il ſemble que ce Courant ne doit ſa ſource, qu'à un défaut d'équilibre entre les deux Mers.

Je dirai à cette occaſion, qu'il peut arriver de même, que les Marées ſont formées dans un certain Port par le mouvement des eaux, qui viennent de deux différens côtés & à divers tems: il ſemble qu'il faut tirer de-là qu'il peut y avoir des endroits où le Flot dure conſtamment plus long-tems que le Juſan, & qu'il y en a d'autres où il arrive le contraire. Cette même cauſe peut encore produire pluſieurs ſortes de Phénomenes particuliers à de certains endroits.

V.

Pourquoi les petites Marées ſont beaucoup plus inégales, par rapport à leur grandeur, que les grandes Marées.

Nous avons déja vû que les petites Marées qui ſuivent les Quadratures, doivent être fort ſuſceptibles de pluſieurs irrégularités, tant par rapport au moment de la haute & baſſe Mer, que par rapport à la hauteur de la Marée.

Il me ſemble qu'on doit outre cela remarquer les grandes inégalités

inégalités qui regnent parmi les petites Marées, quoique tout-à-fait régulieres, pouvant ſous diverſes circonſtances croître juſqu'au double, pendant que les grandes Marées ne croiſſent que d'environ un quart. Pour rendre raiſon de cette Obſervation qu'on a faite, il faut ſe reſſouvenir des circonſtances eſſentielles & fondées dans la nature des Marées, qui peuvent les rendre, tantôt plus grandes, tantôt plus petites dans un même lieu, quoique l'âge de la Lune ne différe point.

Nous avons vû que ce ſont les diverſes diſtances des Luminaires à la Terre, & leurs différentes déclinaiſons, qui peuvent encore changer les hauteurs des Marées, lorſque l'âge de la Lune, & la latitude du lieu ſont les mêmes. Le Calcul nous a enſeigné auſſi, que l'effet de la diverſité des déclinaiſons des Luminaires eſt beaucoup plus petit que celui de la diverſité des diſtances : comme donc la diverſité des diſtances eſt beaucoup plus grande dans la Lune, que dans le Soleil, & que le Soleil a en même tems beaucoup moins de force que la Lune, on peut pour eſtimer en gros les variations des petites Marées, & les variations des grandes Marées, ſimplement faire attention aux diſtances de la Lune : nous avons trouvé que la diverſité des diſtances peut faire varier l'action de la Lune depuis 2 à 3, l'action du Soleil que nous conſidérons comme conſtante, étant exprimée par l'unité. Cela étant, & les hauteurs des petites Marées étant auſſi proportionnelles aux différences des actions des deux Luminaires, nous voyons que les hauteurs de ces petites Marées doivent être contenues dans les termes de 2 — 1, & 3 — 1, ou 1 & 2, pendant que les hauteurs des grandes Marées, qui ſont proportionnelles aux ſommes des actions des Luminaires, ſeront renfermées dans les termes de 2 + 1 & 3 + 1, c'eſt-à-dire, de 3 & 4.

Leſdits termes ſont confirmés par les Obſervations, comme par exemple, par celles qui ſont expoſées dans les Mémoires de l'Académie de 1713. pag. 287 & 288. Nous voyons de cette raiſon, que les variations abſoluës doivent

être à-peu-près les mêmes dans les petites Marées & dans les grandes Marées, & c'eſt ce que les Obſervations citées confirment auſſi ; & comme ces variations ſont par conſéquent plus ſenſibles dans les petites Marées que dans les grandes Marées, il faudra peut-être ſe ſervir plûtôt des premieres, que des autres, pour examiner par des Obſervations ce que les diverſes circonſtances peuvent contribuer pour faire varier les hauteurs des Marées.

V I.

Pourquoi les Marées étant montées plus haut, & ayant inondé plus de terrain pendant le Flot, deſcendent en même tems davantage, & laiſſent plus de terrain à ſec pendant le Juſan, & quelle proportion il y a entre les montées & deſcentes.

Nous voyons la premiere Queſtion indiquée, comme fort remarquable dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de 1712. pag. 94. La raiſon en eſt que les Marées ſont une eſpéce de mouvement oſcillatoire, ou de balancement ; car il y a dans ces balancemens un point d'équilibre, qui doit paſſer pour fixe, & au-deſſus duquel l'eau doit être cenſée s'élever dans la haute Mer, & ſe baiſſer dans la baſſe Mer. On pourroit croire d'abord que les élévations & deſcentes de l'eau à l'égard du point fixe, ſont conſtamment proportionnelles, & en ce cas notre Problême ſeroit réſolu dans toute ſon étendue avec beaucoup de facilité. Mais il y a une toute autre proportion bien plus variable & bien plus compliquée, que nous allons rechercher, d'autant que ce n'eſt pas proprement la hauteur des Marées dans le ſens que nous lui avons donné juſqu'ici, qu'il importe davantage de connoître dans la Navigation pour l'entrée & ſortie des Vaiſſeaux dans les Ports ou les Rades : il s'y agit plutôt de connoître la hauteur abſolue des eaux, lorſqu'elles ſont arrivées à leur plus grande ou leur plus petite hauteur ; & pour cet effet, il faut ſçavoir dans chaque Marée, tant l'élévation des eaux à l'égard du point fixe, que leur baiſ-

ſement : juſqu'ici nous n'avons déterminé que la ſomme de ces variations ſous le nom de hauteur de la Marée.

Voyons d'abord comment il faudra déterminer le point fixe : il eſt vrai qu'il eſt en quelque façon arbitraire, cependant il paroît le plus convenable de le placer-là, où atteindroit la ſurface de la Mer, ſi les Marées étoient nulles. Un tel point doit être conſidéré comme demeurant conſtamment à la même hauteur ; car les cauſes qui peuvent le hauſſer ou le baiſſer, telles que ſont les Vents, les Courans inégaux, &c. ne ſont que paſſageres & purement accidentelles. Il s'agit donc à préſent de ſçavoir, combien les eaux montent au-deſſus de ce point fixe dans la haute Mer, & combien elles deſcendent au-deſſous du même point dans la baſſe Mer. Cette Queſtion dépend de toutes les circonſtances qui concourent pour former la hauteur abſolue des Marées, & que nous avons examinées au long avec tout le ſoin poſſible. Ce ſeroit donc ſe jetter de nouveau dans les mêmes difficultés, ſi nous voulions traiter la préſente Queſtion avec la même rigueur, & auſſi ſcrupuleuſement, que nous avons fait l'autre ; c'eſt pourquoi nous ne conſidérerons que les circonſtances fondamentales & principales, qui ſont que la Terre eſt toute inondée, que les Luminaires ſont dans le plan de l'Equateur, & que la latitude du lieu eſt nulle, faiſant abſtraction de toutes les cauſes ſecondes : ceux qui voudront enſuite une Solution plus exacte, n'auront qu'à conſulter les Chapitres VIII. & IX. pour y arriver.

Soit donc encore (comme nous avons ſuppoſé au Chap. V., $b \beta s \delta b$ dans la 9e. Figure l'Equateur, & que b marque le lieu du Soleil, β celui de la Lune, & z le point de la plus grande élévation des eaux, exprimée par yz ; ſi l'on prend un Arc de 90 degrés zs, le point s marquera l'endroit du plus grand baiſſement des eaux, exprimé par sx : nous avons démontré là-deſſus au VIII. §. du Chap. V. qu'on a généralement

$$yz = \frac{2bb - 3\sigma\sigma}{3bb} \times \beta + \frac{2bb - 3\varrho\varrho}{3bb} \times \delta.$$

dans laquelle équation b marque le Sinus total, σ le Sinus de l'Angle bCz, déterminé au §. XI. Chap. V. ϱ le Sinus de l'Angle $\text{ϐ}Cz$, exprimé au §. XIII. Chap. V. ϐ la hauteur des Marées en tant qu'elles seroient produites par la seule action de la Lune. Nous avons démontré pareillement au III. §. Chap. VIII. qu'en regardant sx comme positive, de négative qu'elle est par rapport à yz, on a généralement

$$sx = \frac{bb - 3\sigma\sigma}{3bb} \times \text{ϐ} + \frac{bb - 3\varrho\varrho}{3bb} \times \delta.$$

Or comme les points z & s, qui sont de niveau, marquent le point fixe dans le sens que nous venons de lui donner, on voit que ces quantités yz & sx marquent précisément l'élévation des eaux au-dessus du point fixe, & leur baissement au-dessous du même point, tels que nous nous sommes proposés de les déterminer. Des valeurs que nous venons de trouver, on pourra tirer les Corollaires suivans.

(*a*) La différence entre chaque élévation au-dessus du point fixe, & la descente au-dessous du même point, est toujours $= \frac{1}{3}\text{ϐ} + \frac{1}{3}\delta$: d'où nous voyons déja que l'une croissant ou diminuant, l'autre doit croître ou diminuer aussi, qui est le Phénomene observé par M. Cassini. Cette différence fait *environ* le tiers de la plus grande hauteur de Marée : je dis *environ*, parce que les quantités ϐ & δ sont variables, quoique leurs variations soient beaucoup plus petites que celles qui résultent des différens âges de la Lune, & à cet égard on peut dire que la différence dont il s'agit ici, est presque constante.

(*b*) Dans les Syzygies (ou plûtôt un jour & demi après) les quantités ϱ & σ doivent être supposées $= 0$, & ainsi on a $yz = \frac{2}{3}\text{ϐ} + \frac{2}{3}\delta$, & $sx = \frac{1}{3}\text{ϐ} + \frac{1}{3}\delta$: la montée est donc dans les grandes Marées toujours double de la descente. Cette propriété servira à déterminer commodément le point fixe dans chaque Port, & elle le donne de 5 pieds 3 pouces plus haut pour Brest, qu'il n'a été choisi par les Observateurs, si on la compare avec l'Observation, qui est au milieu de la page 94. des Mém. de l'Acad. des Scienc. de 1712.

(c) Dans les Quadratures (ou un jour & demi après) il faut faire $\varrho = 0$, & $\sigma = b$, ce qui donne $yz = \frac{2}{3}\delta - \frac{1}{3}\varsigma$, & $sx = \frac{1}{3}\delta - \frac{2}{3}\varsigma$: d'où l'on voit que la montée & descente des eaux à l'égard de notre point fixe, ont une raison variable dans les petites Marées, qui dépend du rapport qui se trouve alors entre la force lunaire δ, & la force solaire ς. Nous avons supposé dans tout cet Ouvrage ce rapport moyen comme 5 à 2, & ce rapport posé, il faut dire que dans les petites Marées, l'élévation des eaux au-dessus de notre point fixe, est 8 fois plus grande que leur baissement au-dessous du même point. Dans les Marées minimes nous avons supposé $\delta = 2\varsigma$, & dans les plus grandes des petites Marées $\delta = 3\varsigma$.

(d) Nous avons fait voir, que le point z n'est jamais éloigné beaucoup du point ς, cela étant & faisant le Sinus de l'Angle $bc\varsigma$ (qui marque l'âge de la Lune) $= m$, on pourra supposer $\varrho = 0$ & $\sigma = m$, ce qui donne

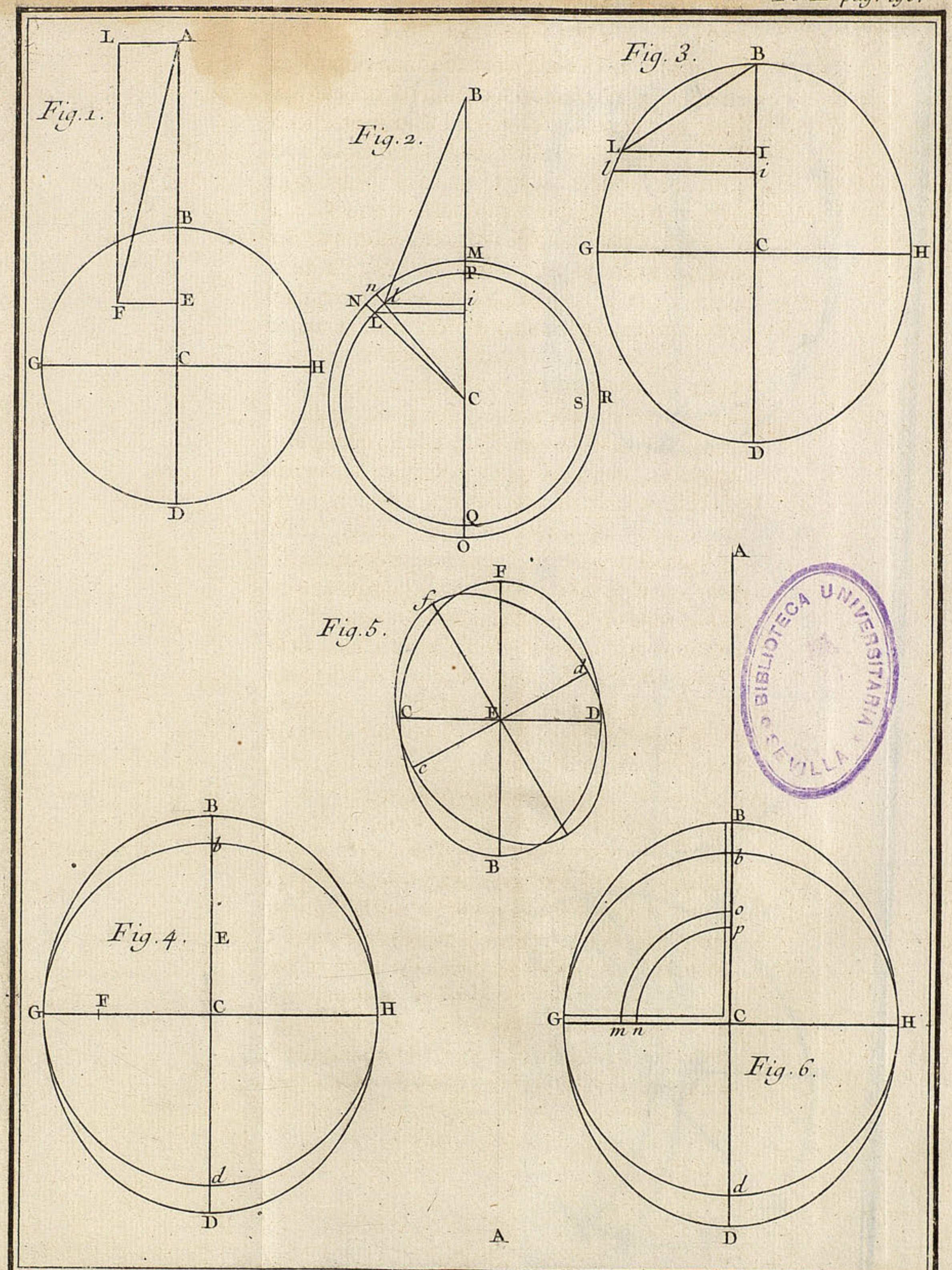
$$yz = \frac{2}{3}\varsigma + \frac{2}{3}\delta - \frac{mm}{bb}\varsigma, \text{ \& } sx = \frac{1}{3}\varsigma + \frac{1}{3}\delta - \frac{mm}{bb}\varsigma.$$

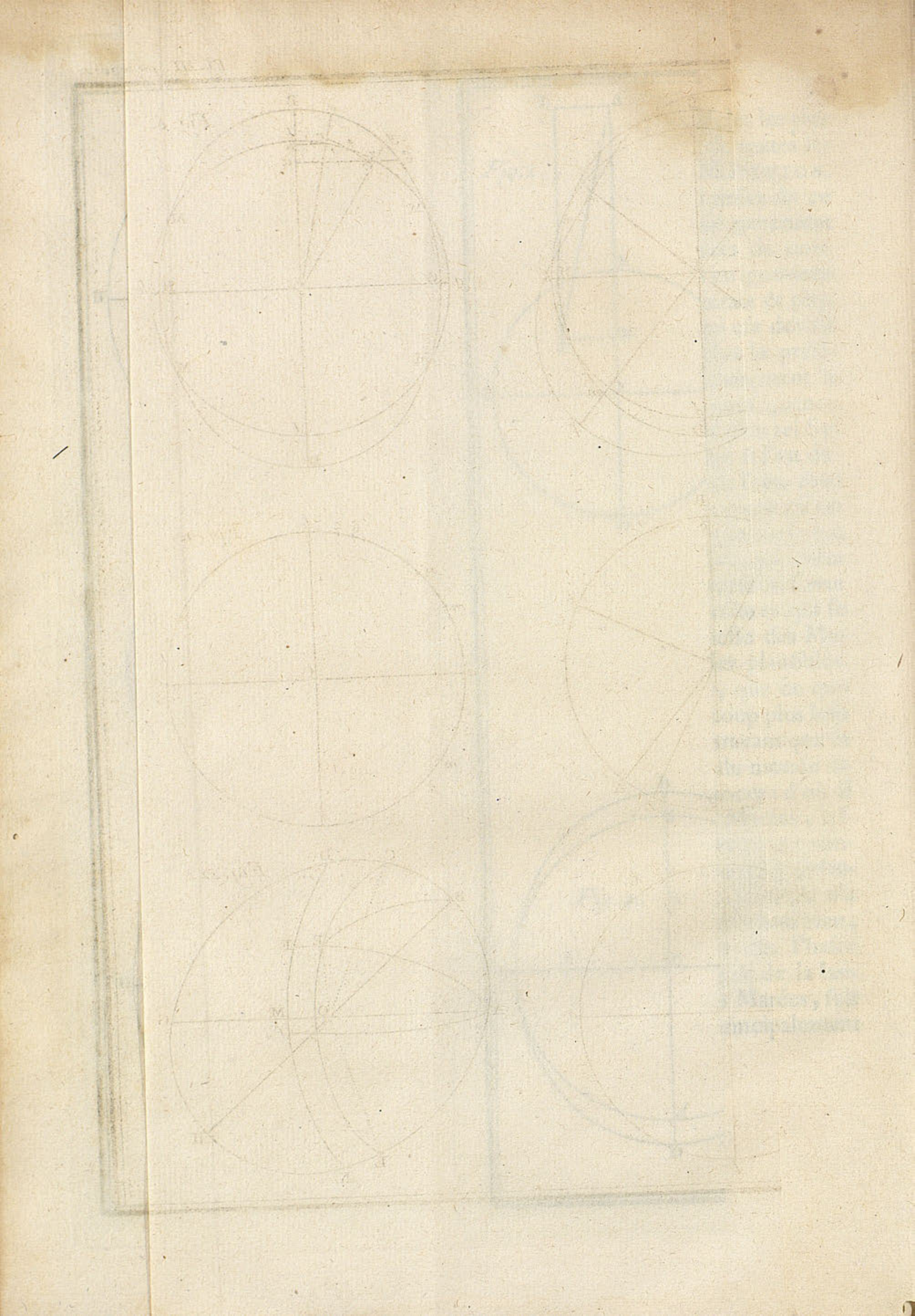
Si l'on applique toutes ces Regles aux Observations faites en différens tems & lieux, on y trouvera un grand accord, si l'on choisit bien la juste proportion entre les quantités δ & ς. Mais on remarquera dans cet examen, que les Vents & les Courans peuvent faire varier le point fixe que nous avons adopté.

CONCLUSION.

Je finirai ce discours par quelques refléxions sur notre Théorie. Elle suppose avant toutes choses une pesanteur vers les centres du Soleil & de la Lune, pareille à celle qui se fait vers le centre de la Terre, & que cette pesanteur s'étend au-delà de la région de la Terre. C'est le seul principe qui nous soit absolument nécessaire, & il n'y a personne qui le conteste. La rondeur des Luminaires prouve suffisamment la pesanteur qui se fait vers le centre; & quelle raison pourroit-on avoir pour donner des limites à cette pe-

ſanteur ? Auſſi a-t-elle été reconnue depuis les ſiécles les plus reculés ; mais on n'en a connu toute l'évidence & toutes les loix, que depuis la Philoſophie immortelle de M. Newton. Les premieres conſéquences que nous avons tirées de ce principe pour l'explication des Marées, ſont purement Géométriques. Nous pouvons donc être aſſûrés de connoître la vraie cauſe des Marées, quoique nous en ignorions encore la cauſe premiere, qui eſt la cauſe générale & phyſique de la peſanteur. S'il y avoit quelqu'un qui eût deviné cette premiere cauſe, il mériteroit d'autant plus la préférence, que ſon Syſtême renfermeroit néceſſairement la vraie cauſe univerſelle de la peſanteur : cette conſéquence ſera la pierre de touche pour prouver la vérité d'un tel Syſtême ſur les Marées. Il en eſt de ceci, comme ſi l'on demandoit, par exemple, pourquoi la ſurface de l'eau dans un reſervoir ſe met toujours horiſontalement : on voit qu'on ne ſçauroit en dire la premiere cauſe, ſans qu'elle renferme la vraie Théorie ſur la peſanteur & ſur la fluidité, qui ſeules peuvent être la vraie cauſe du Phénomene en queſtion. Cette ſeule reflèxion m'a fait quitter quelques conjectures qui ſe préſentoient à mon eſprit ſur la cauſe matérielle des Marées, quoiqu'elles me paruſſent d'ailleurs aſſez plauſibles. Je n'ai fait au reſte en employant ce principe, que ce que Kepler a déja fait. M. Newton eſt allé beaucoup plus loin ſur cette matiere, après avoir démontré auparavant que la peſanteur vers chaque corps dans le Syſtême du monde diminue en raiſon quarrée reciproque des diſtances : d'où il a tiré pluſieurs nouvelles propriétés ſur les Marées, leſquelles s'accordant avec les Obſervations, pourroient confirmer davantage ſon principe ſur la diminution de la peſanteur, s'il avoit beſoin d'autres preuves. Ce principe n'a pourtant pas beaucoup d'influence, ſi je me ſouviens bien, ſur les variations des Marées, qui dépendent des Phaſes de la Lune, des déclinaiſons des Luminaires & de la latitude des lieux, ſoit à l'égard des hauteurs des Marées, ſoit à l'égard de l'heure des Marées. Il ne ſert principalement


Fig. 1.
L
A
B
E
F
G
C
H
D
Fig. 2.
B
M
P
n
N
l
i
L
C
S
R
Q
O
Fig. 3.
B
L
I
l
i
G
C
H
D
Fig. 5.
F
f
d
C
E
D
c
B
Fig. 4.
B
b
E
G
F
C
H
d
D
A
B
b
o
p
G
m n
C
H
Fig. 6.
d
D
A



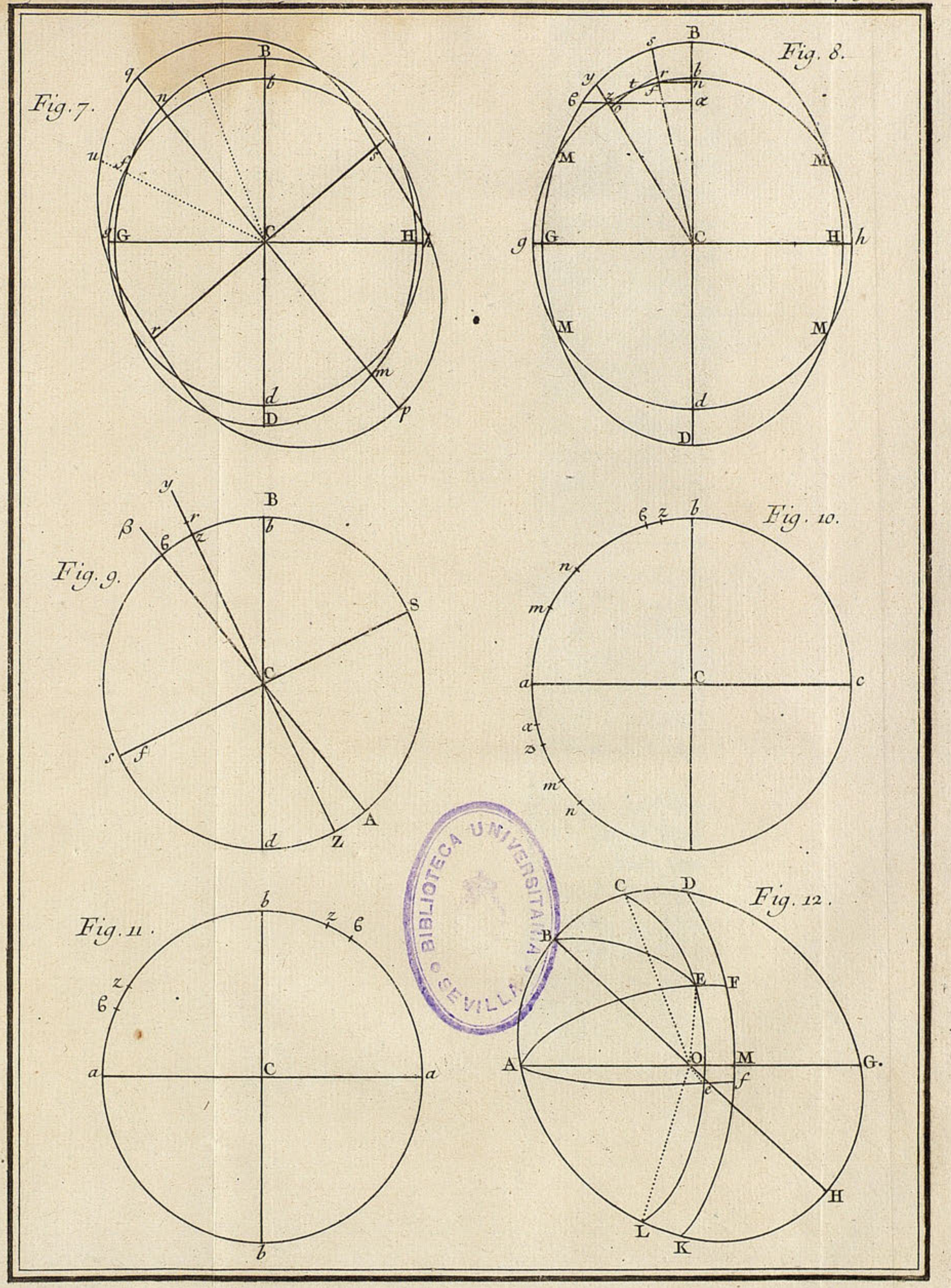
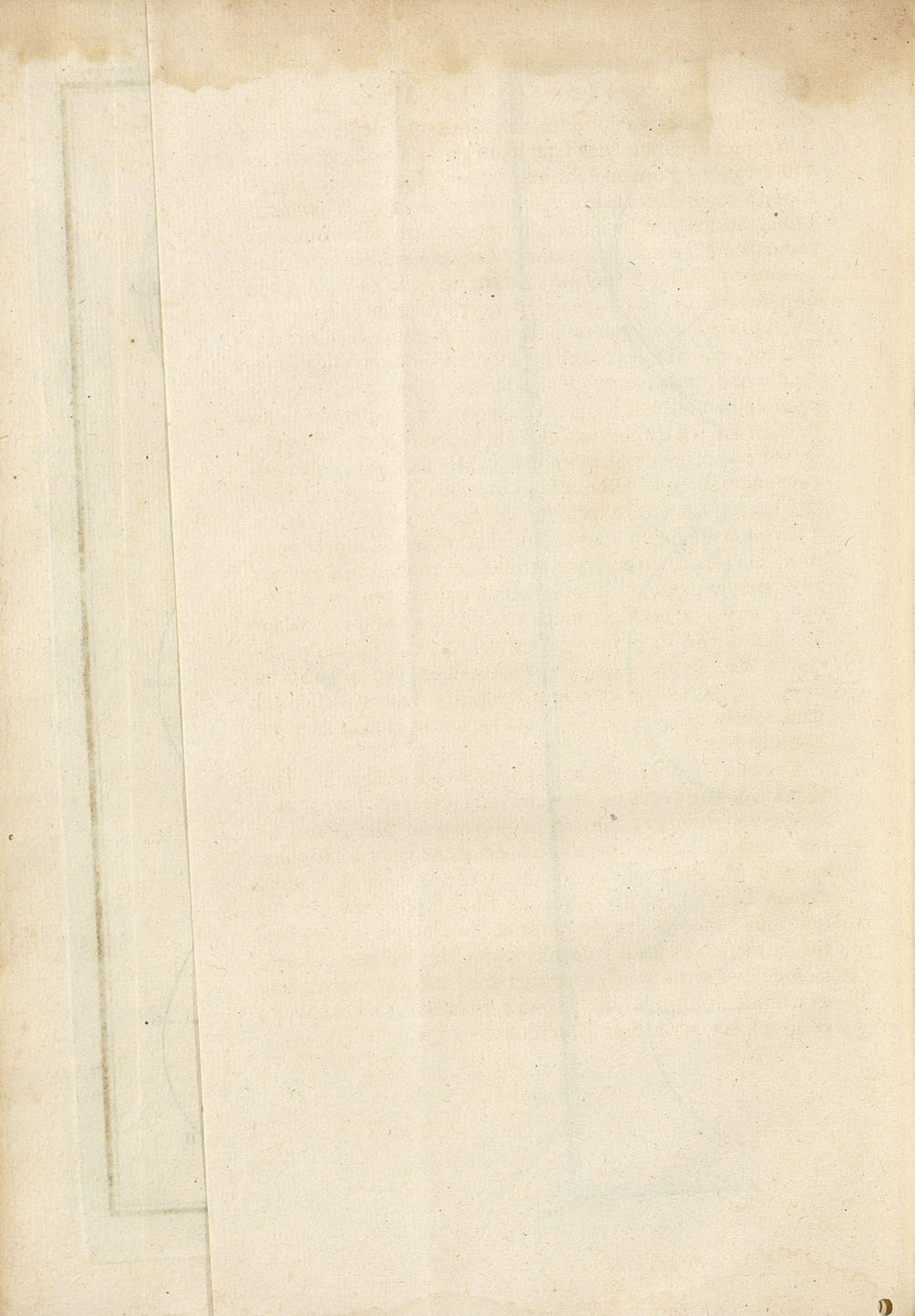


Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.



qu'à déterminer au juste les variations qui dépendent des différentes distances des Luminaires à la Terre, & que les Observations n'ont pû déterminer avec assez de précision; il n'y en a cependant aucune qui lui soit contraire, & plusieurs Observations bien détaillées, sont tout-à-fait conformes aux résultats que ce principe donne. On remarquera enfin que ce que j'ai dit sur la pesanteur terrestre, que j'ai considérée comme formée par l'attraction universelle de la matiere, n'a absolument aucun rapport avec aucune variation des Marées; ces Marées pourront subsister telles qu'elles sont, quelle que soit la nature de la pesanteur à cet égard: tout cet examen ne nous a servi que par rapport à la question, quelle devroit être la hauteur absolue de la hauteur des Marées, sans le concours d'une infinité de causes secondes, qui peuvent augmenter & diminuer ces hauteurs absolues, de sorte que quelqu'eût été le résultat de ces recherches, notre Théorie n'en eût pû souffrir aucune atteinte. J'espére avec tout cela, qu'on n'aura pas trouvé ces recherches inutiles à l'égard de plusieurs circonstances qui en ont été éclaircies, outre que nos déterminations donnent, en choisissant les hypotheses les plus vraisemblables, des nombres tels que la nature de la chose paroît exiger. Nous pouvons donc être tout-à-fait sûrs de n'avoir rien admis d'essentiel dans toutes nos recherches, qui ne soit au-dessus de toute contestation.

Quant à l'application de nos principes, à l'usage que j'en ai fait, & au succès de mon travail, ce n'est pas à moi à faire cet examen, sur-tout ne pouvant le faire, sans entrer dans un certain parallele avec un aussi grand Homme qu'étoit M. Newton. Si j'ai eu quelque succès, je dois avouer à l'honneur de ce sçavant Philosophe, que c'est lui qui nous a mis en état de raisonner solidement sur ces sortes de matieres; & si j'ose me flatter de quelque mérite, c'est celui d'avoir traité notre sujet avec une attention & une exactitude conforme aux grandes vûes de l'ACADEMIE, & au respect qu'on doit à cet illustre Corps.

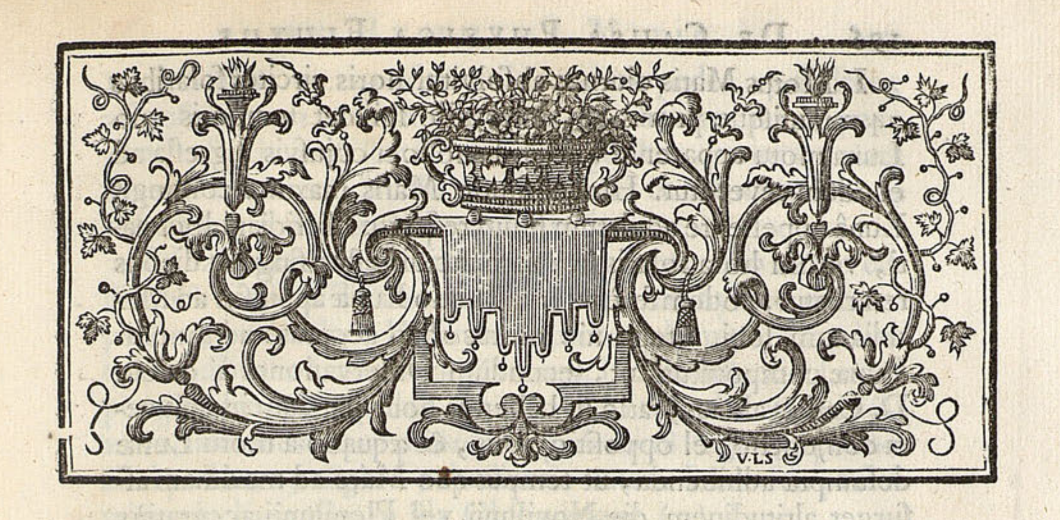
DE

DE

CAUSA PHYSICA FLUXUS ET REFLUXUS MARIS.

A D. D. MAC-LAURIN, *Matheseos Professore, è Societate Academiæ Edimburgensis.*

OPINIONUM COMMENTA DELET DIES, NATURÆ JUDICIA CONFIRMAT.



DE CAUSA PHYSICA FLUXUS ET REFLUXUS MARIS.

SECTIO I.

PHÆNOMENA.



PHILOSOPHI motum Maris triplicem olim agnoverunt*, diurnum, menſtruum & annuum; motu diurno Mare bis ſingulis diebus intumeſcit defluitque, menſtruo æſtus in Syzygiis Luminarium augentur, in Quadraturis minuuntur, annuo denique æſtus hyeme quàm æſtate fiunt majores: verùm Phænomena hæc ſunt paulò accuratiùs proponenda.

* Plin. Lib. 2. Cap. 99.

I. Motus Maris diurnus absolvitur horis circiter solaribus 24 minutisque primis 48, intervallo scilicet temporis quo Luna motu apparente à Meridiano loci cujusvis digressa ad eundem revertitur. Hinc altitudo Maris maxima contingit Lunâ appellente ad datum situm respectu Meridiani loci dati; verùm hora solaris in quam incidit æstus singulis diebus retardatur, eodem ferè intervallo quo Lunæ appulsus ad Meridianum loci. Atque hic motus adeò accuratè ad motum Lunæ componitur, ut, secundùm Observationes à celeb. D. Cassini allatas, ratio sit habenda horæ in quam incidit vera conjunctio vel oppositio Solis, & æquatio à motu Lunæ desumpta adhibenda, ut tempus quo Mare ad maximam assurget altitudinem die Novilunii vel Plenilunii accuratiùs definiatur. In æstuariis autem diversi existunt æstus tempore, ut loquitur Plinius, non ratione discordes. Duo æstus qui singulis diebus producuntur, non sunt semper æquales; matutini enim majores sunt vespertinis tempore hyberno, minores tempore æstivo, præsertim in Syzygiis Luminarium. (a)

II. De motu Maris menstruo tria præcipuè sunt observanda 1. Æstus fiunt maximi singulis mensibus paulò post Syzygias Solis & Lunæ, decrescunt in transitu Lunæ ad Quadraturas, & sunt paulò post minimi. Differentia tanta est, ut ascensus totius aquæ maximus sit ad minimum ejusdem mensis, secundùm quasdam Observationes, ut 9 ad 5, & in nonnullis casibus differentia observatur adhuc major. 2. Æstus sunt majores, cæteris paribus, quò minor est distantia Lunæ à Terra, idque in majori ratione quàm inversa duplicata distantiarum, ut ex variis Observationibus colligitur. Ex. gr. anno 1713. ascensus aquæ in Portu Bristonico, (b) referente eodem Cl. viro, 26°. Febr. fuit pedum 22 digitorum 5. & Martii 13°. pedum 18 digit. 2. Declinatio Lunæ in utroque casu ferè eadem; in priori distantia Lunæ partium 953, in posteriori partium 1032, quarum distantia mediocris est 1000. Est autem quadratum numeri 1032 ad quadratum

(a) *Mém. de l'Acad. Royale*, 1710. 1712. & 1713.
(b) *Ibid.*

numeri 953, ut 22 pedes 5 digit. ad 19 pedes $1\frac{2}{5}$ digitos; ascensus autem aquæ in posteriori casu fuit tantùm 18 ped. cum 2 digitis. 3. Æstus sunt, cæteris paribus, majores, cùm Luna versatur in Circulo æquinoctiali, & minuuntur crescente Lunæ declinatione ab hoc Circulo.

III. Æstus fiunt, cæteris paribus, majores, quò minor est distantia Solis à Terra; adeoque majores hyeme cæteris paribus, quàm æstate. Differentia verò longè, minor est quàm quæ ex diversis Lunæ distantiis oritur. Ex. gr. distantiæ Lunæ perigeæ fuerunt æquales Junii 19. 1711. & Decemb. 28. 1712. ascensus aquæ priore die pedum 18 digit. 4, posteriori pedum 19 digit. 2; declinatio autem Lunæ fuit paulò minor in hac quàm in illa Observatione. (*a*)

Porrò in diversis locis æstus sunt diversi, pro varia locorum latitudine, eorumque situ respectu Oceani unde propagantur, pro ipsius Oceani amplitudine, & littorum fretorumque indole, aliisque variis de causis.

SECTIO II.

PRINCIPIA.

Phænomenis æstus Maris insignioribus breviter recensitis, progredimur ad Principia, unde horum ratio est reddenda. Liceat tamen præfari nobilissimam quidem, sed simul difficillimam esse hanc Philosophiæ partem, quæ Phænomenorum causas investigat & explicat. Ea est Naturæ subtilitas, ut non sit mirum causas primarias, solertiam Philosophorum plerumque effugere. Qui omnium Phænomenorum rationes exponere, integramque causarum seriem nobis exhibere in se susceperunt; illi certè magnis suis ausis hucusque exciderunt. Philosophiam quidem perfectissimam viri clarissimi sibi proposuerunt exstruendam, qualem tamen humanæ sorti competere fas est dubitare. Præstat igitur tantorum virorum successu minùs felici edoctos, ipsius naturæ vestigia cautè & lentè sequi. Quòd si Phænomena ad generalia quæ-

(*a*) *Mém. de l'Acad. Royale*, 1710. 1712. & 1713.

dam Principia reducere possimus, horumque vires calculo subjicere, hisce gradibus aliquam veræ Philosophiæ partem assequemur; quæ quidem manca seu imperfecta erit, si ipsorum Principiorum causæ lateant; tanta tamen inest rerum naturæ venustas, ut ea pars longè præstet Subtilissimis virorum acutissimorum commentis.

Motus Maris cuivis vel leviter perpendenti manifestum est Luminarium, Lunæ præsertim, motibus affines esse & analogos. Eadem est periodus motûs Maris diurni ac Lunæ ad Meridianum loci, eadem motûs menstrui ac Lunæ ad Solem; utriusque Luminaris vis in motu Maris generando hinc elucet, quòd æstus sint majores quò minores utriusque distantiæ à Terra; adeò ut nullus sit dubitandi locus, motum Maris esse aliquâ ratione ad motum Lunæ & Solis compositum. Quales autem dicemus illas esse vires quæ à Luna & Sole propagatæ (aut ab his aliquo modo pendentes) aquam bis singulis diebus tollunt & deprimunt; quæ in Syzygiis Luminarium conspirant, in Quadraturis pugnant; in minoribus utriusque distantiis augentur, in majoribus minuuntur; quæ in minori Lunæ declinatione fortiores, in majori debiliores sunt; & nonnunquam majorem motum cient cùm Sol & Luna infra Horizontem deprimuntur, quàm cùm in Meridiano superiori ambo dominantur. Fuerunt Viri celeberrimi qui æstum Maris pressione quadam Lunæ cieri putarunt. Verùm causam & mensuram hujus pressionis non ostenderunt, nec quo pacto motus Maris varii hinc oriri possint satis clarè indicarunt, multò minùs motus illos (hoc principio posito) ad Calculum revocare docuerunt.

Sagacissimus Keplerus Mare versùs Lunam gravitare, æstumque Maris hinc cieri olim monuit. Newtonus, postquàm leges gravitatis detexisset, invenit æquilibrium Maris non tam turbari ipsius gravitate versùs Lunam, quàm ex inæqualitate vis quâ particulæ Maris tendunt ad Lunam & Solem pro diversis suis distantiis ab horum centris; primusque motum Maris ad certas Leges, & ad Calculum revocare docuit. Fatendum quidem est gravitatis causam ignotam esse

vel ſaltem obſcuram; Corpora tamen non ſunt ideò minùs gravia. Sint qui aſſerant Corpora nullo impulſu aut vi externâ, ſed vi quâdam innatâ ſe mutuò appetere; verùm non æquum eſt horum ſomnia veritati afficere. Alii ſtatim confugiant ad immediatum ſupremi Auctoris imperium, aſt neque horum nimia feſtinatio probanda eſt, neque illorum faſtidium qui tot naturæ teſtimoniis non attendunt quoniam cauſa gravitatis eſt obſcura. Vis gravitatis eſt nobis adeò familiaris, ejuſque menſura adeò pro comperto habetur, ut hâc ad alias vires æſtimandas ferè ſemper utamur; quam in Cœlis, non minùs quàm in Terris dominari, & ſecundùm certam legem augeri & minui demonſtravit vir eximius tanta cum evidentia ut majorem fruſtra deſideres in ardua & difficili hâc Philoſophiæ parte, quæ de rerum cauſis agit.

Newtonus argumento ſingulari oſtendit, Lunam urgeri versùs centrum Terræ vi quæ (habitâ ratione diſtantiarum) cum gravitate Corporum terreſtrium planè congruit; quali Terram versùs Lunam pariter urgeri æquo jure cenſendum eſt. Cùm Corpus aliquod versùs aliud pellitur, inde quidem haud ſequitur hoc versùs illud ſimul urgeri. Verùm quid de gravitate Corporum cœleſtium ſentiendum ſit, ex iis quæ comperta ſunt de gravitate Corporum terreſtrium (aliiſque viribus ſimilibus) optimè dignoſcitur; cùm per hanc ad illam agnoſcendam ducamur, ſintque Phænomena omninò ſimilia. Mons gravitat in Terram, & ſi Terra non urgeret montem vi æquali & contraria, Terra à monte pulſa pergeret cum motu accelerato in infinitum. Porrò ſtatus cujuſvis ſyſtematis Corporum (i. e. motus centri gravitatis) neceſſariò turbatur ab omni actione cui non æqualis & contraria eſt aliqua reactio, ita ut vix quidquam perenne aut conſtans dici poſſit in ſyſtemate ſi hæc lex locum non habeat. Cumque Terræ partes ita ſemper in ſe mutuò agant, ut motus centri gravitatis Terræ nullatenus turbetur à mutuis Corporum aut agentium quorumcunque conflictibus, ſive intra ſive extra ſuperficiem ſitorum; eademque lex obtineat in viribus magneticis, electricis aliiſque, teſte experientia, jure concludit

Newtonus Lunam non tantùm in Terram, sed hanc quoque in illam gravitare, & utramque circa commune centrum gravitatis moveri, dum hoc centrum circa totius systematis centrum gravitatis (a) continuò revolvitur.

Gravitatem, cæteris paribus, proportionalem esse quantitati materiæ solidæ Corporis, accuratissima docent experimenta, idemque, è calculo gravitatis Corporum cœlestium comprobatur; quin gravitatem quoque sequi rationem materiæ Corporis versùs quod dirigitur, ex principio memorato aliisque argumentis colligitur. Similis est ratio aliarum virium quæ in natura dominantur. Lucis radii ex. gr. magis refringuntur, cæteris paribus, quò densiora sunt Corpora quæ subintrant. Terræ partes versùs se mutuò gravitant, non versùs illud punctum fictum quod centrum Terræ appellamus; quod cùm rationi & analogiæ naturæ sit maximè consentaneum, tum pulcherrimè confirmatur accuratissimis experimentis quæ in Boreali Europæ parte nuper instituerunt viri clarissimi ex Academia Regia Parisiensi. Causa gravitatis (quæcumque demum sit) latè dominatur; cumque sit diversa in diversis distantiis, non est mirandum, ejus vim pendere quoque à magnitudine illius Corporis, versùs quod alia impellit. Fatemur vim hanc Corpori centrali impropriè tribui; expedit quidem brevitatis gratiâ sic loqui, id autem sensu vulgari non Philosophico est intelligendum.

Hæc breviter tantùm hîc attingimus. Newtonus postquàm definivisset vim Solis ad aquas turbandas ex differentia diametri Æquatoris & Axis Terræ (quam approximatione quâdam suâ investigaverat) per regulam auream quærit breviter ascensum aquæ ex vi Solis oriundum. Verùm quamvis elevatio aquæ quæ sic prodit parum à vera differat, cùm tamen Problemata hæc sint diversi generis, quorum priùs pendet à Quadratura circuli, posterius autem à Quadratura

(a) Suspicari licet aliquam obliquitatis Eclipticæ variationem, de qua sermo est apud Astronomos, ex motu Solis circa centrum systematis oriri: indicio erit hanc esse Phænomeni causam, si constiterit illam variationem analogiam servare cum motu Jovis Planetarum maximi.

dratura Hyperbolæ seu Logarithmis, ut posteà videbimus; sitque dubitandi locus an à priori ad posteriorem elevationem determinandam, transitus adeò brevis sit omni ex parte legitimus, vel etiam an Methodus quâ figuram Terræ definiverat sit satis accurata; cúmque vires subtilissimæ motum Maris producant, quæ nullos alios sensibiles edunt effectus, adeò ut levissima quæque in hac disquisitione alicujus momenti esse possint; propterea existimavi me facturum operæ prætium, si aliam aperirem viam quâ calculus in hisce Problematibus ex genuinis principiis accuratissimè institui poterit.

Repetenda imprimis sunt pauca ex Newtono, postea viam diversam sequemur. Sit *L* Luna, *T* centrum Terræ, *B b* planum rectæ, *L T* perpendiculare, *P* particula quævis Terræ; sitque *P M* perpendicularis in planum *B b*. Repræsentet *L T* gravitatem Terræ mediocrem vel particulæ in centro *T* positæ versùs Lunam, sumatur *L K* ad *L T*, ut est LT^2 ad LP^2, eritque recta *L K* mensura gravitatis particulæ *P* in Lunam. Ducatur *K G* rectæ *P T* parallela, occurratque *L T* productæ, si opus est, in *G*, & resolvetur vis *L K* in vires *K G* & *L G*, quarum prior urget particulam *P* versùs centrum Terræ estque ferè æqualis ipsi *P T*; posterioris pars *T L* omnibus particulis communis, & sibi semper parallela, motum aquæ non turbat; altera verò pars *T G* est quàm proximè æqualis ipsi 3 *P M*: * Imprimis igitur quærendum est quænam debeat esse figura Terræ fluidæ cujus particulæ versùs se mutuò gravitant viribus in inversa distantiarum ratione, duplicata decrescentibus, quæque simul agitantur duabus viribus extraneis, quarum altera versùs centrum *T* dirigitur, estque semper ut *P T* distantia particulæ à centro, altera agit in recta ipsi *T L* parallela estque ad priorem ut 3 *P M* ad *P T*. Ostendemus autem Sectione sequenti figuram hujus Fluidi esse accuratè Sphæroidem quæ gignitur revolutione Ellipseos circà Axem transversum, si Terra supponatur uniformiter densa; atque

FIG. I.

* Vis hæc paulò major est si particula *P* sit in parte Terræ Lunæ obversa, minor si in parte Lunæ aversa, unde meritò habetur æqualis ipsi 3 *P M*.

hinc calculum motûs Maris ex motibus cœleſtibus deducere conabimur.

Obſervandum autem alias cauſas conſpirare ad motus Maris producendos cum inæquali gravitate partium Terræ versùs Lunam & Solem. Motus Terræ diurnus circa Axem ſuum variis modis æſtum Maris afficere videtur, præter illum à Newtono memoratum, quo æſtus ad horam lunarem ſecundam aut tertiam retardatur. 1. Æſtus fit paulò major ob vim centrifugam & figuram ſphæroïdicam, ex motu Terræ oriundam, cùm hæc vis paulò major evadat in partibus Maris altioribus quàm in depreſſioribus. 2. Cùm Maris æſtus fertur vel à Meridie versùs Septentrionem, vel contrà à Septentrione versùs Meridiem, incidit in aquas, quæ diversâ velocitate circa Axem Terræ revolvuntur, atque hinc motus novos cieri neceſſe eſt, ut poſtea dicemus. Porrò ſecundùm Theoriam gravitatis, vis quâ particulæ Maris urgentur versùs Terram ſolidam, (quæ aquâ longè denſior eſt) ſuperat vim quâ versùs aquam urgentur. Vires illæ ſunt quidem exiguæ; cùm autem vires quibus Luna & Sol in aquas agunt, in experimentis pendulorum & ſtaticis nullos producant effectus ſenſibiles, tantos autem motus in aquis Oceani generent, ſuſpicari licet vires tantillas ad aquæ motus augendos aliqua ex parte conducere.

SECTIO III.

De Figura quam Terra fluida æqualiter denſa indueret ex inæquali particularum gravitate, versùs Lunam aut Solem.

Expoſitis Phænomenis æſtus Maris & principiis generalibus unde celeberrimi Phænomeni ratio petenda videtur, progredimur nunc ad figuram determinandam quam Terra fluida viribus Lunæ vel Solis ſuprà explicatis, agitata aſſumeret; præmittenda autem ſunt quædam Lemmata quibus hæc diſquiſitio aliàs difficillima facilè perfici poterit.

LEMMA I.

Sit $ABab$ Ellipsis, C centrum, HI diameter quævis, Mm ordinata ad diametrum HI in puncto u, ex H & M ducantur rectæ HP & mx parallelæ, duabus quibusvis diametris conjugatis; & sibi mutuò occurrentes in q; jungantur qu & PM, atque hæ rectæ erunt sibi mutuò parallelæ. FIG. II.

Occurrat recta HP, ordinatæ Mm in z, & rectæ Ma (quæ parallela sit ipsi mq) in Q. Sint Ca, CA & CB semidiametri respectivè parallelæ rectis Mm, mx & HP. Ducatur GE parallela ipsi CB & producatur donec occurrat semidiametro CI in g. Ex natura Ellipseos erit Rectangulum $Mz \times zm : Hz \times zP :: CG : CB$; & ob parallelas CG & Mm, erit $qz : zm :: GE : CG$. Unde $Mz \times qz : Hz \times zP :: CG \times GE : CB^2$. Verùm $Hz \times zP : zu \times zP :: Hz : zu :: Gg : CG$. Quare ex æquo $Mz \times zq : zu \times zP :: Gg \times GE : CB^2$. Est autem Rectangulum sub Gg & GE æquale quadrato ex semidiametro CB per notam proprietatem ellipseos, cùm CI sit conjugata semidiametro CG, & CB ipsi CA. Proinde $Mz \times zq = zu \times zP$, & $zq : zu :: zP : zM$, adeóque qu parallela rectæ PM. q. e. d.

COR. 1. Recta PQ dividitur harmonicè in q & z vel $Pa : Pq :: az : qz$. Quippe ducatur ue parallela ipsi mx, occurratque rectæ HP in e, tum erit $Pz : qz :: PM : qu$ (ob parallelas PM, qu) $:: Pa : ge$. Unde $Pq : qz :: Pe : qe :: qe : ez :: Pe \times qe :: qe \times ez ::$ (quoniam Qe, eq sunt æquales) $PQ : Qz$.

COR. 2. Occurrat recta mx Ellipsi in x, jungatur Hx quæ occurrat rectæ PM in r, juncta ur erit parallela ipsi mx. Quippe sit Ih parallela rectæ HP & occurrat ipsi mx in o; tum ox erit æqualis rectæ qm & $Io : ox :: Pq : qm :: PQ : QM$; adeóque Ix erit parallela ipsi PM. Verùm cùm IH sit diameter Ellipseos & ad x punctum in Ellipsi situm ductæ sint rectæ Ix, Hx ab extremitatibus diametri IH, erunt hæ parallelæ duabus diametris conjugatis, ex natura Ellipseos. Quare cùm ex punctis H & M eductæ sint duæ rectæ

Hx & PM respectivè parallelæ duabus diametris conjugatis, quæ sibi mutuò occurrunt in r, juncta ur erit parallela rectæ xm per hoc Lemma.

FIG. III. COR. 3. Sit recta HP nunc parallela Axi Ellipseos, eritque Angulus HPM æqualis Angulo HPm, quoniam $QM : qm :: Qz : qz :: PQ : Pq$ per Cor. 1. Ducantur porrò Hh & PI parallelæ alteri Axi Aa & occurrant Axi Bb in D & d; super Axem Dd describatur Ellipsis similis Ellipsi $ABab$ & similiter posita cui occurrat recta ur producta in N & n; occurrat ur Axi Dd in V, eritque VN vel Vn æqualis rectæ er, & si jungantur Dn, DN erunt hæ rectæ respectivè parallelæ rectis PM, Pm. Nam $Pe : er :: Pq : qm$: & $He : er :: Hq : qx$, unde $He \times Pe : er^2 :: Hq \times qP : mq \times qx :: CB^2 : CA^2$. Sed Rectangulum $DV \times Vd : VN^2 :: CB^2 : CA^2$; $dv = He$, $DV = Pe$, adeóque $DV \times Vd = He \times Pe$, unde $VN^2 = er^2$, & $VN = er$, PM parallela rectæ DN & Pm rectæ Dn.

COR. 4. Hinc sequitur conversè quòd si Nn sit ordinata ab interiori Ellipsi ad Axem Dd & Dp perpendicularis Axi Dd occurrat Ellipsi exteriori in P; jungantur DN & Dn hisque parallelæ PM, Pm occurrant Ellipsi exteriori in M & m; ducatur PH parallela Axi Dd, in quam sint perpendiculares MQ & mq, tum $PQ + Pq$ (vel $2Pe$) erit æqualis $2DV$ punctis Q & q cadentibus ad easdem partes puncti P, & $PQ - Pq = 2DV$ cum Q & q sunt ad contrarias partes puncti P.

LEMMA II.

FIG. IV. Recta PL perpendicularis Ellipsi $ABab$ in P occurrat Axi Bb in L, & ex puncto L sit LZ perpendicularis in semidiametrum CP, eritque Rectangulum CPZ contentum sub semidiametro CP & intercepta PZ æquale quadrato ex semiaxi CA.

Sit Cp semidiameter conjugata ipsi CP, ducatur PD perpendicularis in Axem Bb & producatur donec occurrat semidiametro Cp in K, jungatur KZ, sitque PT tangens

Ellipseos in puncto P. Ob Angulos rectos LDP, LZP, LPT circulus transibit per quatuor puncta L, D, P, & Z, & continget rectam PT in P, adeóque Angulus PDZ æqualis erit Angulo CPT vel PCK. Proinde circulus transibit per quatuor puncta C, K, D & Z; Angulus CZK, æqualis erit rectæ CDK, Kz transibit per punctum L & ex natura circuli $CP \times PZ = DP \times PK = CA^2$. q. e. d. (a)

LEMMA III.

Ponamus particulas corporum versùs se mutuò gravitare viribus decrescentibus in inversa duplicata ratione distantiarum à se invicem, sintque $PAEa$, $PBFb$ similes pyramides vel coni ex materia hujusmodi homogenea compositi, eritque gravitas particulæ P in solidum $PAEa$ ad gravitatem ejusdem particulæ in solidum $PBFb$ ut PA ad PB, vel ut homologa quævis latera horum solidorum. Fig. V.

Gravitas enim particulæ P in superficiem quamvis $AEaA$ puncto P concentricam est ut superficies hæc directè & quadratum radii PA inversè, adeóque est semper eadem in quavis distantia PA. Quare gravitas particulæ P versùs totum solidum $PAEa$ erit ad gravitatem ejusdem particulæ versùs totum solidum $PBFb$ ut PA ad PB.

COR. 1. Hinc gravitates quibus particulæ similiter sitæ respectu solidorum similium & homogeniorum versùs hæc solida urgentur, sunt ut distantiæ particularum à punctis similiter sitis in ipsis solidis, vel ut latera quævis solidorum homologa. Quippe hæc solida resolvi possunt in similes conos vel pyramides, vel similia horum frusta, quæ vertices habebunt in particulis gravitantibus.

COR. 2. Hinc etiam facilè sequitur quòd si annulus ellipticus, figuris similibus $ABab$, $DndN$ terminatus, circà Axem alterutrum revolvatur, gravitatem particulæ intra solidum sic genitum sitæ, vel in interiori ejus superficie positæ, versùs hoc solidum evanescere; quoniam si recta quævis

(a) Proprietates bis in hoc & præcedenti Lemmate demonstratæ analogicè facilè ad hyperbolam transferuntur.

Ellipsibus hisce similibus & similiter positis occurrat, æqualia semper erunt rectæ segmenta extrema quæ ab Ellipsibus intercipiuntur (ut facilè ostenditur ex natura harum figurarum) adeóque vires æquales & oppositæ in hoc casu se mutuò destruent. Hinc verò sequitur quòd si *AB ab* sit Sphærois genita motu Ellipseos circà alterutrum Axem, sintque *B* & *D* particulæ quævis in eodem semidiametro sitæ, gravitatem particulæ *B* versùs Sphæroidem fore ad gravitatem particulæ *D* ut distantia *CB* ad distantiam *CD*, per Corollarium præcedens.

Lemma IV.

Fig. VI. Sit *ABab* Sphærois genita motu semiellipseos *ABa* circà Axem *Aa*, *P* particula quævis in superficie solidi, sit *PK* Axi normalis in *K*; & *PD* Axi parallela occurrat plano *Bb* (quod Axi supponitur normale) in *D*. Resolvatur vis quâ particula *P* gravitat versùs Sphæroidem in duas vires, alteram Axi parallelam, alteram eidem perpendicularem, eritque prior æqualis vi quâ particula *K* in Axi sita tendit ad centrum solidi, posterior autem æqualis vi quâ particula *D* urgetur versùs idem centrum.

Producatur *PK* donec rursùs occurrat Ellipsi generatrici in *H*, ducatur *Hd* parallela Axi *Aa* quæ occurrat Axi *Bb* in *d*, concipiamus solidum *DndN* simile ipsi *BAba* & similiter positum describi super Axem *Dd*. Horum solidorum Sectiones ab eodem plano resectæ erant semper Ellipses similes & similiter positæ, uti notum est & facilè ostenditur. Sint igitur *BAba*, *DndN* hujusmodi figuræ à plano *PAbIBP*, quod semper transire ponatur per datam rectam *PDI* resectæ ex similibus hisce solidis. Contineat planum *PzZIT* cum plano priori Angulum quàm minimum & faciat Sectiones similes *PzZIT*, *DrRD* & similiter positas in prædictorum solidorum superficiebus. Hisce positis, imprimis ostendemus vim quâ particula *P* urgetur versùs duo frusta quæ planis *PbI*, *PZI* & planis *PBI*, *PTI* continentur, si reducatur ad directionem *PK*, æqualem fore vi

quâ particula D urgetur versùs frustum planis $DnND$, $DrRD$ terminatum.

Sint enim $NnN'n'$ duæ ordinatæ ex interiori Ellipsi ad Axem Dd; sint (a) PM, Pm, PM' & Pm' respectivè parallelæ rectis DN, Dn, DN' & Dn'; sint porrò plana DNR, $DN'R'$, Dnr, $Dn'r'$, PMZ, $PM'Z'$, Pmz, $Pm'z'$ plano $PbIB$ perpendicularia quæ alteri plano, $PzZIT$ occurrant in rectis DR, DR', Dr, Dr', PZ, PZ', Pz, Pz', respectivè. His positis, quoniam Anguli NDN' & MPM', nDn' & mPm' ponuntur semper æquales; & rectæ PM & DN, Pm & Dn, æqualiter semper inclinantur ad PI communem planorum Sectionem; si Angulus NDN' & inclinatio planorum $PbTB$, $PZIT$ ad se invicem continuò minui supponantur donec evanescant, erunt gravitates particulæ D, in Pyramides $DNN'R'R$, $Dnn'r'r$ & particulæ P in Pyramides $PMM'Z'Z$, $Pmm'z'z$ ultimo in ratione rectarum DN, Dn, PM & Pm respectivè per Lemma 3. Eædemque vires secundùm rectas Axi Aa, perpendiculares æstimatæ erunt ut rectæ DV, Dv, PQ, Pq respectivè. Unde cùm $PQ \mp Pq = 2DV$ per Corol. 4. Lem. 1. sequitur vim quâ particula P urgetur versùs Axem Aa, gravitate suâ in Pyramides $PMM'Z'Z$, $Pmm'z'z$ æqualem esse vi, quâ particula D urgetur gravitate suâ versùs Pyramides $DNN'R'R$, $Dnn'r'r$. Quare si plana DNR, PMZ sibi mutuò semper parallela & plano $PbIB$ perpendicularia moveantur semper circà puncta D & P (rectis scilicet DN, PM procedentibus semper in plano $PbIB$, & rectis DR, Pz in plano $PZIT$) erunt vires quibus particula P urgetur versùs Axem ex gravitate sua in frusta motu planorum PMZ, Pmz sic descripta, æquales semper viribus, quibus particula D urgetur versùs eundem Axem gravitate suâ in frusta motu planorum DNR, Dnr descripta; unde sequitur particulam P urgeri eâdem vi secundùm rectam PK, gravitate suâ in frusta planis PbI,

(a) In hac Figura describenda rectas NR, $N'R'$, &c. non duximus secundùm regulas perspectivæ, sed eâ ratione quâ facillimè dignosci possint.

$P z I$, & planis $P B I$, $P T I$ contenta, quâ particula D tendit versùs frusta planis $D n N D$, $D r R D$ terminata. Proinde cùm hæ vires secundùm rectas Axi totius solidi perpendiculares æstimatæ sint etiam æquales, & par sit ratio virium quibus particulæ P & D urgentur versùs frusta quævis alia similiter ex solidis resecta, sequitur particulam P æqualiter urgeri versùs Axem gravitate suâ in solidum exterius, & particulam D gravitate suâ in solidum similè interius, vel etiam in solidum exterius, cùm hæ vires sint eædem per Corol. 2. Lem. 3.

Simili planè ratione colligitur vim, quâ particula P urgetur secundùm rectam Axi Parallelam æqualem esse vi, quâ particula K in Axe sita urgetur versùs centrum solidi.

Cor. 1. Particulæ igitur quævis Sphæroidis æqualiter ab Axe vel Æquatore solidi distantes æqualiter versùs Axem vel Æquatorem urgentur. Viresque quibus particulæ quævis urgentur versùs Axem sunt ut illarum distantiæ ab Axe, & vires quibus urgentur versùs planum Æquatoris, sunt ad se invicem, ut illarum distantiæ ab hoc plano. Fig. VII.

Cor. 2. Repræsentet A vim quâ Sphærois urget particulam in Axis termino A sitam, B vim quâ idem solidum urget particulam B in circumferentia circuli medii inter A & a positam; sumatur $K R$ ad $K C$, ut $\frac{A}{CA}$ est ad $\frac{B}{CB}$, jungatur $P R$, & particula P tendet versùs Sphæroidem in recta $P R$, vi quâ huic rectæ semper est proportionalis. Vis enim quâ particula D urgetur versùs centrum solidi, est ad B, ut CD ad CB, per Cor. 2. Lem. 3. Similiter vis, quâ particula K urgetur versùs solidi centrum est ad A, ut CK ad CA. Quare per Lemma 4. vis quâ particula P urgetur secundùm rectam $P K$ Axi normalem est ad vim, quâ urgetur secundùm rectam $P D$ Axi parallelam, ut $\frac{PK \times B}{CB}$ ad $\frac{CK \times A}{CA}$; adeóque ut $P K \times K C$ ad $C K \times K R$. i. e. ut $P K$ ad $K R$ ex constructione. Quare particula P urgetur secundùm rectam $P R$, his viribus conjunctis, & vis composita est ad B, ut $P R$ ad $B C$. Quo, verò pacto vires A & B computari possint postea ostendemus.

PROPOSITIO

PROPOSITIO I.

Theorema fundamentale.

Constet Sphærois $ABab$ materia fluida, cujus particulæ versùs se mutuò urgeantur viribus in inversa duplicata ratione distantiarum decrescentibus; agantque simul duæ vires extraneæ in singulas Fluidi particulas, quarum altera tendat versùs centrum Sphæroidis, sitque semper proportionalis distantiis particularum ab hoc centro; altera agat secundùm rectas Axis solidi Parallelas, sitque semper proportionalis distantiis particularum à plano Bb Axi normali; & si semiaxes CA, CB Ellipseos generatricis sint inversæ proportionales viribus totis, quæ agunt in particulas æquales in extremis Axium punctis A & B sitas, erit totum Fluidum in æquilibrio.

Ut hæc Propositio nostra primaria clarissimè demonstretur, ostendemus imprimis vim compositam ex gravitate particulæ cujusvis P & duabus viribus extraneis, semper agere in recta PL, quæ est ad superficiem Sphæroidis semper normalis. 2. Fluidum in recta quavis PC à superficie ad centrum ducta, ejusdem ubique esse ponderis. 3. Fluidum in canalibus quibusvis à superficie ad datam quamvis particulam intra solidum ductis, eâdem semper vi particulam illam urgere.

1. Vires totæ quæ agunt in particulas A & B dicantur M & N, quæ ex hypothesi sunt in ratione Axium CB & CA. Resolvatur vis prior extranea quæ agit secundùm rectam PC, in vires duas, alteram Axi parallelam, alteram eidem perpendicularem; eruntque hæ vires semper ut rectæ PK & KC. Unde cùm vis quâ gravitas particulæ P urget eam secundùm rectam PK, sit etiam ut PK per Lemma superius, sequitur vim totam quâ particula P urgetur secundùm rectam PK, esse ad N, ut PK ad CB. Vires tres agunt in particulam P secundùm rectam PD Axi parallelam, particulæ scilicet gravitas & duæ vires extraneæ, quæ singulæ variantur in ratione

rectæ PD vel KC; adeóque vis ex his tribus resultans erit ad M ut CK ad CA. Vis igitur quâ particula P urgetur secundùm rectam PK est ad vim quâ urgetur secundùm rectam PD ut $\frac{N \times PK}{CB}$ ad $\frac{M \times KC}{CA}$ sive (cùm $M : N :: CB : CA$) ut $PK \times CA^2$ ad $CK \times CB^2$. i. e. (quoniam si PL Ellipsi generatrici perpendicularis occurrat Axi Aa in L, erit KC ad KL, ut CA^2 ad CB^2, ex nota Ellipsis proprietate) ut $PK \times KC$ ad $KC \times KL$, adeóque ut PK ad KL. Unde vis composita particulam urget in recta PL, quæ ad superficiem Fluidi ponitur perpendicularis; estque semper ut recta hæc PL, cùm vires secundùm rectas PK sint semper ut PK.

2. Sit LZ normalis in semidiametrum CP, & vis quâ particula P urgetur versùs centrum, erit ut recta Pz per vulgaria Mechanicæ Principia, & pondus Fluidi in recta PC, ut rectangulum $CP \times PZ$, quod semper est æquale quadrato ex semiaxi CB per Lemma II. Centrum igitur æqualiter undique urgetur, estque Fluidum in æquilibrio in C.

3. Sit p particula quævis in solido ubicunque sita, Pp recta quævis à superficie ad particulam p ducta; sint PK, pk normales in Axem Aa, & vis quâ particula p urgetur pondere Fluidi in recta quavis Pp secundùm hanc rectam, facili calculo quem brevitatis gratiâ omitto, invenietur æqualis $\frac{N}{2CB} \times \overline{PK^2 - pk^2} - \frac{M}{2CA} \times \overline{Ck^2 - CK^2} =$ (cùm $M : N :: CB : CA$) $\frac{M \times CA^2 \times PK^2 + M \times CK^2 \times CB^2 - M \times CA^2 \times pk^2}{2CB^2 \times CA} - \frac{M \times CB^2 \times Ck^2}{2CB^2 \times CA}$ $=$ (cùm $PK^2 : CA^2 - CK^2 :: CB^2 : CA^2$, & si CG sit semiaxis Ellipseos per p ductæ similis Ellipsi $ABab$, & similiter sitæ, $pk^2 : CG^2 - Ck^2 :: CB^2 : CA^2$) $\frac{M \times CA - M \times CG}{2}$ adeóque cùm hæc quantitas à situ puncti P non pendeat, vis hæc est semper eadem, si detur locus particulæ p; quæ proinde cùm undique æqualiter urgeatur, Fluidum erit ubique in æquilibrio.

COR. 1. Sit ut in Cor. 2. Lemmatis IV. A vis gravitatis

in Sphæroidem in loco A, B vis gravitatis in eandem in loco B, V vis KG (Fig. 1.) in mediocri sua quantitate in superiore Sectione exposita, quâ Luna vel Sol aquam Sphæroidis deprimit in distantia d, quæ ponitur mediocris inter CA & CB. Sit $CA = a$, $CB = b$, eritque vis N, quâ particula B versùs C urgetur, æqualis $B + \frac{bv}{d}$, & $M = A + \frac{av}{d} - \frac{3av}{d} = A - \frac{2av}{d}$. Unde per hanc Propositionem si $a : b :: B \times \frac{bv}{d} : A - \frac{2av}{d}$, erit Fluidum in æquilibrio. Atque hinc ex datis A, B & V in terminis a & b species figuræ innotescet. Est $Aa - Bb = \frac{2a^2 v}{d} + \frac{b^2 v}{d}$.

Cor. 2. Cùm vis V (sive ex inæquali gravitate particularum versùs Lunam, vel versùs Solem oriatur) sit exigua admodum respectu virium A & B, & differentia inter a & b admodum parva, ducatur $a = d \times v$ & $b = d - x$, eritque $Bd - Bx + V \times \frac{\overline{d-x}^2}{d} = Ad + Ax - 2V \times \frac{\overline{d+x}^2}{d}$, & neglectis terminis ubi xx reperitur $Bd - Bx + Vd - 2Vx = Ad + Ax - 2Vd - 4Vx$, unde $Bd - Ad + 3Vd = Ax + Bx - 2Vx$; adeóque $x : d :: B - A + 3V : B + A - 2V$; & differentia altitudinis aquæ in A & B (seu $2x$) ad semidiametrum mediocrem d ut $2B - 2A + 6V$ ad $B + A - 2V$, vel quàm proximè ut $B - A + 3V$ ad gravitatem versùs Sphæroidem mediocrem.

Cor. 3. In præcedentibus Corollariis supposuimus $d = \frac{1}{2}CA + \frac{1}{2}CB$; verùm si d denotet aliam quamvis distantiam ubi vis KG (Fig. 1.) ponatur æqualis ipsi V, sitque $e = \frac{1}{2}CA + \frac{1}{2}CB$, erit $x : e :: B - A + \frac{3eV}{d} : B + A - \frac{2eV}{d}$.

Cor. 4. Per vim V in his Corollariis intelleximus vim vel Solis vel Lunæ, & figuram consideravimus, quam Terra fluida homogenea indueret si hæ vires seorsùm in eam agerent. Sit nunc Luna Soli conjuncta vel opposita, & simul

agant in Terram. In hoc caſu vires Luminarium conſpirant ad aquam tollendam in A & a, eamque deprimendam in B & b, & eaſdem ubique ſervant leges. Unde erit etiam in hoc caſu fluidum in æquilibrio, ſi vis tota quæ agit in loco A, ſit ad vim totam quæ agit in loco B ut CB ad CA; adeóque ſi V nunc deſignet ſummam virium, quibus Sol & Luna aquam deprimit in rectis Tb, TB (Fig. 1.) ad mediocrem diſtantiam, fluidum erit in æquilibrio, ſi $b : a :: A - \frac{2aV}{d} : B + \frac{bV}{d}$, vel x ad d ut $B - A + 3V$ ad $B + A - 2V$ quàm proximè, ut priùs.

Cor. 5. Sit nunc Luna in recta Aa, Sol in recta Bb; & quoniam Lunæ vis potior eſt, Axis tranſverſus figuræ generatricis tranſeat per Lunam, conjugatus per Solem; & ſi vis tota quæ agit in loco A ſit ad vim totam quæ agit in loco B ut CB ad CA erit Sphærois fluida in æquilibrio etiam in hoc caſu. Sit S vis quâ Sol deprimit aquam in rectis TA, Ta ad mediocrem à centro C diſtantiam, L vis quâ Luna aquam deprimit in rectis TB, Tb ad æqualem diſtantiam; eritque vis tota quæ agit in loco A æqualis $A - \frac{2al}{d} + \frac{as}{d}$, vis tota quæ agit in loco B æqualis $B + \frac{bl}{d} - \frac{2bs}{d}$. Unde colligitur ut in Corol. 2. $x : d :: B - A + 3l - 3s : B + A - 2l - 2s ::$ (ſi $l - s$ nunc dicatur V) $B - A + 3V$. $B + A - 2V$, ut priùs.

Fig. I.

Fig. VII.

Schol. Eâdem planè ratione oſtenditur quòd ſi $BabA$ ſit Sphærois fluida oblata genita motu ſemiellipſis BAb circa Axem minorem Bb; & vertatur hæc Sphærois circa eundem Axem tali motu ut gravitas versùs Sphæroidem hanc in Polo A ſit ad exceſſum quo gravitas in loco B ſuperat vim centrifugam in B ex motu Sphæroidis circa Axem oriundam ut CB ad CA, Fluidum fore ubique in æquilibrio. Unde ſequitur figuram Terræ, quatenus ex vi centrifuga à motu diurno oriunda immutatur, eſſe Sphæroidem oblatam qualis gignitur motu ſemiellipſis BAb circa Axem minorem (ſi materia Terræ pro æqualiter denſa habeatur);

ſemidiametrum Æquatoris eſſe ad ſemiaxem ut gravitas ſub Polis in Terram eſt ad exceſſum gravitatis ſupra vim centrifugam ſub Æquatore, corpus in loco quovis P tendere versùs Terram vi quæ eſt ſemper ut recta PL perpendicularis Ellipſi generatrici & Axi majori occurrens in L, & menſuram denique gradus in Meridiano eſſe ſemper ut cubus ejuſdem rectæ PL. Hæc omnia accuratè demonſtrantur ex hac Propoſitione; quæ quamvis in diſquiſitione de figura Terræ eximii uſus ſint, hic obiter tantum monere convenit.

LEMMA V.

Sit figura quævis ABa: deſcribatur circulus CNH centro A, radio quovis dato AC; ex A educatur recta quævis AM occurrens figuræ ABa in M, & circulo in N; ſint MQ & NR perpendiculares in Axem datum Aa, ſit KR ſemper æqualis abciſſæ AQ, & vis quâ particula A urgetur versùs ſolidum motu figuræ ABa circa Axem Aa genitum erit ut area quam generat ordinata KR directè & radius AC inversè. FIG. VIII.

Occurrat alia recta ex A educta figuræ in m & circulo in n, ſintque mq & nr normales in Axem Aa. Sit $AZza$ alia Sectio ſolidi per Axem, cui occurrant plana AMz, Amz ipſi AMa normalia in rectis AZ, Az, quæ circulum radio AC in plano $AZza$ deſcriptum ſecent in X & x; denique arcus Mo circularis centro A deſcriptus occurrat Am in o. His poſitis, minuatur angulus contentus planis AMa, AZa, & ſimul angulus MAm donec evaneſcant, & ultima ratio vis quâ particula A tendit ad Pyramidem $AMZzm$ ad vim quâ urgetur versùs Pyramidem $ANXxn$ erit rectæ AM ad AN, vel AQ ad AR, per Lem. II. vis hujus Pyramidis eſt ut vis ſuperficiei $NXxn$ ducta in rectam AN, adeóque ut $\frac{NX \times Nn}{AN^2} \times AN = \frac{NX \times Nn}{AN}$, vel ut $\frac{NR \times Nn}{AN}$ (quoniam NX eſt ut NR) i. e. ut Rr; ejuſdemque vis ad directionem Axis reducta ut $Rr \times \frac{AR}{AN}$; quare vis

Pyramidis $AMZzm$ ad eandem directionem reducta ut $Rr \times \frac{AQ}{AC} = \frac{Rr \times KR}{AC}$. Vis igitur quâ particula A urgetur versùs frustum solidi planis AMa, Aza contenti, est ut area quam generat ordinata KR directè & radius AC inversè; cúmque solidum sit rotundum, motu scilicet figuræ circa Axem Aa genitum, par erit ratio vis quâ particula urgetur versùs integrum solidum.

COR. Vis quâ particula A urgetur in solidum est ad vim quâ urgetur versùs Sphæram super diametrum Aa descriptam ut area quam generat ordinata KR ad $\frac{2}{3}CA^2$. Quippe si AMa sit circulus, erit AQ ad Aa ut AQ^2 ad AM^2, vel AR^2 ad AN^2. Unde in hoc casu erit $KR = \frac{2AR^2}{AC}$, & area ARK (quam generat ordinata KR) $= \frac{2AR^3}{3AC}$, adeóque area tota motu ordinatæ RK genita erit $\frac{2}{3}CA^2$.

PROPOSITIO II.

PROBLEMA.

Invenire gravitatem particulæ A in extremitate Axis transversi sitæ versùs Sphæroidem oblongam.

Cæteris manentibus ut in Lemmate præcedenti sit AMa Ellipsis, Aa Axis transversus, C centrum, Bb Axis conjugatus, F focus; educatur recta quævis AM ex A Ellipsi occurrens in M, cui parallela CV occurrat Ellipsi in V; unde ducatur ordinata ad Axem VL, juncta aM rectæ CV occurrat in e, eritque $AM = 2Ce$: cúmque $AQ : CL :: AM (2Ce) : CV :: 2CL : Ca$, erunt $\frac{1}{2}AQ$, CL & CA continuè proportionales. Sit $CA = a$, $CB = b$, $CF = c$, $AR = x$, $CL = l$, cúmque $AR^2 : NR^2 :: CL^2 : VL^2$ erit $x^2 : a^2 - x^2 :: l^2 : \overline{a^2 - l^2} \times \frac{b^2}{a^2}$; adeóque $l^2 = \frac{a^2 b^2 x^2}{a^4 - c^2 x^2}$, & AQ vel $KR = \frac{2l^2}{a} = \frac{2ab^2 x^2}{a^4 - c^2 x^2}$, area $ARK =$

$\int \frac{2ab^2xdx}{a^4 - c^2x^2} =$ (si $z : x :: c : a$) $\int \frac{2a^2b^2}{c^3} \times \frac{z^2dz}{a^2 - z^2}$. Quare sit a quantitas cujus Logarithmus evanescit, sive systematis Logarithmici modulus, l Logarithmus quantitatis $a\sqrt{\frac{a+z}{a-z}}$, eritque $ARK = \frac{2a^2b^2}{c^3} \times \overline{l - z}$. Unde vis quâ particula A gravitat versùs solidum genitum motu segmenti elliptici $AUMA$ circa Axem Aa, erit ad vim quâ eadem particula gravitat versùs solidum genitum motu segmenti circularis ex circulo supra diametrum Aa descripti eadem recta AM abscissi circa eundem Axem ut $\frac{2a^2b^2}{c^3} \times \overline{l - z}$ ad $\frac{2x^3}{3a}$; & si L sit Logarithmus quantitatis $a\sqrt{\frac{a+c}{a-c}}$ (vel $\frac{a}{b} \times \overline{a+c}$) erit vis quâ particula A tendit versùs totam Sphæroidem ad vim quâ tendit versùs totam Sphæram ut $3b^2 \times \overline{L - c}$ ad c^3.

Schol. Eâdem ratione invenitur gravitas particulæ in Polo sitæ versùs Sphæroidem oblatam, quærendo aream cujus ordinata est $\frac{2b^2a^2}{c^3} \times \frac{z^2}{b^2 + z^2}$. Sit $BAba$ Sphærois oblata motu Ellipsis BAb circa Axem minorem genita, centro B, radio BC describatur Arcus circuli CS, rectæ BF occurrens in S, eritque gravitas in hanc Sphæroidem in Polo B ad gravitatem in eodem loco versùs Sphæram super diametrum Bb descriptam ut $3CA^2 \times \overline{CF - CS}$ ad CF^3. Methodus verò quâ gravitas particulæ in Æquatore sitæ versùs Sphæroidem oblongam vel oblatam computatur, est minùs obvia, facilis tamen evadit ope sequentis Lemmatis.

LEMMA VI.

Fig. IX.

Duo plana $BMbaB$, $BZgeB$ se mutuò secent in recta HBh, communi figurarum tangente, auferantque ex solido frustum $BMbaBzgeB$; sint semicirculi HCh, Hch sectiones horum planorum & superficiei Sphæræ centro B, radio BC descriptæ. Ex puncto B educatur recta quævis BM in priori plano figuræ $BMba$ occurrens in M,

& semicirculo HCh in N; sintque MQ & NR normales in Hh, & ordinata KR semper æqualis rectæ MQ. His positis, si angulus CBc planis hisce contentus minuatur in infinitum, erit gravitas particulæ B versùs frustum $BMbaBZgeB$ ultimò ad gravitatem ejusdem particulæ versùs frustum Sphæræ semicirculis HBh, Hch contentum, ut area $HKdh$ genita motu ordinatæ KR ad semicirculum HCh.

Sit m punctum in figura BMB, ipsi M quàm proximùm jungatur Bm quæ circulo HCh occurrat in n; sitque nr normalis in Hh. Ad hæc sint plana BMZ, Bmz perpendicularia plano $BMba$, secentque planum alterum $BZge$ in rectis BZ, Bz circumferentiæ Hch occurrentibus in X & x. His positis, vis quâ particula B gravitat in Pyramidem $BMZzm$ erit ad vim quâ eadem particula gravitat in Pyramidem $BNXxn$ ultimò ut recta BM ad BN, vel Ma ad NR per Lem. III. Gravitas autem in hanc Pyramidem est ut $\frac{NX \times Nn}{BN^2} \times BN$, vel (quoniam NX est ut NR) ut $\frac{NR \times Nn}{BC}$ i. e. ut Rr; atque hæc gravitas agit secundùm rectam Bb vi quæ est ut $\frac{Rr \times RN}{BC}$; unde gravitas in Pyramidem $BMZzm$ agit secundùm rectam Bb vi quæ est ut $\frac{Rr \times MQ}{BC}$, vel $\frac{Rr \times KR}{BC}$. Proinde ultima ratio virium quibus particula B urgetur versùs integra frusta solidi & Sphæræ BC, est ratio areæ $HKdh$ (quam generat ordinata KR) ad semicirculum HCh.

COR. Gravitas in frustum planis $BMba$, $BZge$ terminatum, est ad gravitatem in frustum Sphæricum contentum circulis super diametros Bb, Bg descriptis, ut area $HKdh$ ad $\frac{8}{3}CB^2$. Sit enim $BMbB$ circulus, eritque MQ ad Bb, ut RN^2 ad BC^2, & $KR = \frac{2RN^2}{CB} = 2BC - \frac{2BR^2}{CB}$, & area $HKdB = \frac{4}{3}CB^2$, adeóque area tota $HKdh = \frac{8}{3}CB^2$.

PROPOSITIO

PROPOSITIO III.

PROBLEMA.

Invenire gravitatem particulæ in Æquatore sitæ versùs Sphæroidem oblongam.

Per Æquatorem intelligimus circulum ab Axe conjugato genitum dum figura circa alterum Axem revolvitur. Repræsentet $BMba$ in figura præcedentis Lemmatis, Sectionem quamvis Sphæroidis Æquatoris plano normalem, eritque hæc figura semper similis Sectioni per Polos solidi, seu figuræ cujus revolutione solidum genitum esse supponimus. Hujus demonstrationem ut facilem & ab aliis traditam brevitatis gratiâ omitto. Sit igitur CA Sectionis hujus semiaxis transversus, CB semiaxis conjugatus, F focus; sit $CB = b$, $CA = a$, $CF = c$, $BR = x$, CV semidiameter parallela rectæ BM, VL ordinata ad Axem Bb, $Cl = l$. Tunc $CB : CL : CL : \frac{1}{2}MQ$ ut in Proposit. præcedenti, & $MQ = \frac{2l^2}{b}$. Verùm $NR^2 : BR^2 :: CL^2 : VL^2$ i. e. $b^2 - x^2 : x^2 : l^2 : \overline{b^2 - l^2} \times \frac{a^2}{b^2}$, vel $a^2 - \frac{a^2 x^2}{b^2} : x^2 :: l^2 : b^2 - l^2$, & $l^2 = \frac{a^2 b^2 \times \overline{b^2 - x^2}}{a^2 b^2 - c^2 x^2} = (\text{si } z : x :: c : b) \frac{b^2 a^2}{c^2} \times \frac{c^2 - z^2}{a^2 - z^2}$, & $KR = MQ = \frac{2l^2}{b} = \frac{2a^2 b}{c^2} \times \frac{c^2 - z^2}{a^2 - z^2}$, & area $BdKR$ æqualis $\int \frac{2a^2 b^2 dz}{c^3} \times \frac{c^2 - z^2}{a^2 - z^2} = \frac{2a^2 b^2 z}{c^3} - \int \frac{2a^2 b^2}{c^3} \times \frac{b^2 dz}{a^2 - z^2}$. Sit igitur l (ut in priore Propositione) Logarithmus quantitatis $a\sqrt{\frac{a+z}{a-z}}$, & area $BdKR$ erit $\frac{2a^2 b^2 z}{c^3} - \frac{2a^2 b^2}{c^3} \times \frac{b^2 l}{a^2} = \frac{2b^2}{c^3} \times \overline{a^2 z - b^2 l}$.

Supponantur nunc $x = b$, adeóque $z = c$; sitque L Logarithmus quantitatis $a\sqrt{\frac{a+c}{a-c}}$, ut priùs, eritque area tota $HKdh$, motu ordinatæ KR genita, æqualis $\frac{4b^2}{c^3} \times \overline{a^2 c - b^2 L}$.

Quare gravitas particulæ *B* versùs frustum planis ellipticis *BMba*, *BZge* terminatum erit ultimò ad gravitatem in frustum iisdem planis contentum à Sphæra centro *C* radio *CB* descripta resectum, ut $a^2 c - b^2 L$ ad $\frac{2}{3}c^3$ per Cor. Lem. VI. Sit circulus *BPpb* Æquator Sphæroidis, *BP* & *Bp* duæ quævis chordæ hujus circuli; Sectiones Sphæroidis circulo *BPb* perpendiculares erunt Ellipses similes Sectioni quæ per Polos solidi transit, quarum *BP* & *Bp* erunt Axes transversi; Sectiones autem Sphæræ super diametrum *Bb* descriptæ per eadem plana erunt circuli quorum diametri erunt chordæ *BP*, *Bp*. Proinde eadem semper erit ratio gravitatis particulæ *B* in frusta elliptica & sphærica his planis terminata; eritque gravitas versùs integram Sphæroidem ad gravitatem versùs Sphæram, ut $a^2 c - b^2 L$ ad $\frac{2}{3}c^3$, *a* denotante semiaxem transversum figuræ cujus motu gignitur solidum, *b* semiaxem conjugatum, *c* distantiam foci à centro, & *L* Logarithmum ipsius $a\sqrt{\frac{a+c}{a-c}}$, vel $a \times \frac{a+c}{b}$. q. e. f.

Cor. Eadem semper est ratio gravitatis versùs frustum quodvis Sphæroidis & frustum Sphæræ eodem plano ad Æquatorem normali abscissum ab eadem parte plani; vel gravitas in portionem à Sphæroide hoc plano abscissam est ad gravitatem in integram Sphæroidem, ut gravitas in frustum Sphæræ eodem Plano ex eadem parte abscissum ad gravitatem in integram Sphæram.

Schol. Eadem ratione si *BAba* sit Sphærois oblata motu figuræ *BAb* circa Axem minorem *Bb* genita, erit gravitas in Sphæroidem hanc in loco *A* ad gravitatem in eodem loco versùs Sphæram centro *C* radio *CA* descriptam, ut $CA^2 \times CS - CB^2 \times CF$ ad $\frac{2}{3}CF^3$.



PROPOSITIO IV.

PROBLEMA.

Ex datis viribus quibus Terræ particulæ gravitant versùs Solem & Lunam, invenire figuram quam Terra indueret in Syzygiis vel Quadraturis Solis & Lunæ in hypothesi quòd Terra constet ex Fluido homogeneo, & circa Axem suum non moveatur.

Gravitas in loco A versùs Sphæroidem oblongam motu figuræ ABa circa Axem transversam Aa genitam, est ad gravitatem in eodem loco versùs Sphæram centro C radio CA descriptam, ut $3b^2 \times \overline{L-c}$ ad c^3 per Prop. II. Hæc autem gravitas est ad gravitatem in B versùs Sphæram centro C radio CB descriptam, ut CA ad CB (per Cor. 1. Lem. III.) quæ est ad gravitatem in loco B versùs Sphæroidem ut $\frac{2}{3}C^3$ ad $a^2c - b^2L$ per Prop. IV. Componantur hæ rationes, eritque gravitas in loco A versùs Sphæroidem ad gravitatem in loco B versùs eandem, ut $2ab \times \overline{L-c}$ ad $a^2c - b^2L$. Designet A gravitatem in loco A, B gravitatem in loco B, V summam virium quibus Luminaria conjuncta vel opposita aquam deprimunt in rectis TB, Tb (Fig. 1.) perpendicularibus rectæ Aa quæ per Terræ & Luminarium centra transire supponitur, ut in Cor. 4. Prop. I. vel differentiam earundem virium in Lunæ Quadraturis, ut in Cor. 5. ejusdem Prop. & per ea quæ demonstrantur Cor. 1. Prop. I. erit $Aa - Bb = \frac{2a^2V + b^2V}{d}$. Adeóque $Aa - bA \times \frac{a^2c - b^2L}{2ab \times \overline{L-c}} = \frac{2a^2V + b^2V}{d}$, & $V : A :: \overline{2a^2L + b^2L - 3a^2c} : \frac{2a}{d} \times \overline{2a^2 + b^2} \times \overline{L-c}$. Atque ex data ratione V ad A vel ad B, vel $\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B$ (quæ pro G gravitate mediocri in circumferentia $ABab$ haberi potest) habebimus æquationem unde species figuræ & differentia semiaxium seu ascensus aquæ computari possunt.

FIG. VII.

Est autem L Logarithmus quantitatis $a\sqrt{\frac{a+c}{a-c}}$, adeóque æqualis $c+\frac{c^3}{3a^2}+\frac{c^5}{5a^4}+\frac{c^7}{7a^6}$, &c. per Methodos notissimas, adeóque $L-c=\frac{c^3}{3a^2}+\frac{c^5}{5a^4}+\frac{c^7}{7a^6}$, &c. Unde est V ad A, ut $\frac{2c^2}{15a^2}+\frac{4c^4}{35a^4}+\frac{6c^6}{63a^6}$, &c. ad $\frac{\overline{L-c}\times ad}{c^3\times\overline{2a^2+b^2}}$, & V ad $\frac{1}{2}A+\frac{1}{2}B$ vel G ut $\frac{2c^2}{15a^2}+\frac{4c^4}{35a^4}+\frac{6c^6}{63a^6}$, &c. ad $\frac{2a^2+b^2}{2bdc^3}$ $\times\overline{2abL-b^2L+a^2c-2abc}$.

Verùm si V sit admodum exigua respectu gravitatis G (ut in præsenti casu) erit differentia semidiametrorum CA, CB ad semidiametrum mediocrem quàm proximè ut $15\,V$ ad $8\,G$, vel paulò accuratiùs ut $15\,V$ ad $8\,G-57\frac{5}{14}\times V$. Sit enim ut in Cor. 2. Prop. I. $a=d+x$, $b=d-x$, adeóque $c^2=a^2-b^2=4dx$, eritque $A:B::2ab\times\overline{L-c}:a^2c-b^2L::\frac{b}{3}+\frac{bc^2}{5a^2}+\frac{bc^4}{7a^4}$ &c. $:\frac{a}{3}+\frac{ac^2}{15a^2}+\frac{ac^4}{35a^4}$, &c. i. e. ut $\frac{d-x}{3}+\frac{4dx\times\overline{d-x}}{5\times\overline{d+x}^2}+\frac{16d^2x^2\times\overline{d-x}}{7\times\overline{d+x}^4}$, &c. ad $\frac{d+x}{3}+\frac{4dx\times\overline{d+x}}{15\times\overline{d+x}^2}+\frac{16d^2x^2\times\overline{d+x}}{35\times\overline{d+x}^4}$, &c. adeóque (neglectis terminis, quos plures dimensiones ipsius x ingrediuntur) ut $\frac{1}{3}d+\frac{17}{15}x:\frac{1}{3}d+\frac{19}{15}x$. Proinde erit $B-A$ ad $B+A\,(=2G)::x:5d+18x$, & $B-A:G::2x:5d+18x$. Sed per Cor. 2. Prop. I. est x ad d ut $B-A+3V$ ad $B+A-2V$, adeóque substituendo valores quantitatum $B-A$ & $B+A$, erit $x:d::\frac{2Gx}{5d+18x}+3V:2G-2V$. Unde $2Gx-2Va$ $=\frac{2Gdx+15Vd+54Vx}{5d+18x}$, & $10Gdx-10dVx+36Gxx$ $-36Vxx=2Gdx+15Vd+54Vx$, & terminis omissis ubi reperitur xx, erit $8Gdx-64Vx=15Vd$ atque $x:d::15V:8G-64V$, & $2x$ ad d ut $15\,V$ ad $4G-32V$. Ascensus igitur totius aquæ i. e. differentia semidiametrorum CA, CB (vel $2x$) est ad semidiametrum mediocrem, ut $15\,V$ ad $8\,G$ quàm proximè; facile autem erit

rationem hanc exhibere magis accuratè, quoties usus id postulabit, assumendo plures terminos valoris Logarithmi L, & calculum prosequendo; prodit autem hoc pacto x ad d magis accuratè, ut $15V$ ad $8G - 57\frac{5}{14} \times V$.

Cor. $B - A$ est æqualis $\frac{3V}{4}$, & $B - G = \frac{3V}{8}$ quàm proximè. Quippe $B - A : G :: 2x : 5d :: 30V : 40G$, adeóque $B - A : V :: 3 : 4$.

Schol. Eâdem ratione patebit gravitatem versùs Sphæroidem oblatam in Polo B fore ad gravitatem in Æquatore in loco quovis A, ut $2 CB \times CA \times \overline{CF - CS}$ ad $CA^2 \times CS - CB^2 \times CF$.

PROPOSITIO V.

PROBLEMA.

Invenire vim V quæ oritur ex inæquali gravitate partium Terræ versùs Solem, & definire ascensum aquæ hinc oriundum.

Sit S Sol, T Terra, $ABab$ orbita lunaris neglecta excentricitate, B & b Quadraturæ. Designet S tempus periodicum Terræ circa Solem, L tempus periodicum Lunæ circa Terram, l tempus quo Luna circa Terram revolveretur in circulo ad distantiam mediocrem $Td (= \frac{1}{2}CA + \frac{1}{2}CB)$ si motus Lunæ gravitate suâ versùs Solem nullatenus turbaretur, & solâ gravitate versùs Terram in orbita retineretur. Designet porrò K gravitatem mediocrem Lunæ vel Terræ versùs Solem, g gravitatem Lunæ versùs Terram in mediocri sua distantia, v vim quam actio Solis huic gravitati adjiceret in Quadraturis ad eandem distantiam. His positis, erit $v : K :: dT : ST$; atque $K : g :: \frac{ST}{SS} : \frac{dT}{ll}$ ex vulgari doctrina virium centripetarum; unde $v : g :: ll : SS$: cúmque ll sit paulò minùs quàm LL, quoniam Luna nonnihil distrahitur à Terra gravitate suâ in Solem, patet vim v esse ad g in paulò minori ratione quàm LL ad SS. Hanc autem ra-

FIG. X.

tionem vis v ad g nemo hactenus (quantùm novi) accuratè definivit; ea tamen propior videtur esse rationi LL ad $SS + 2LL$ vel saltem rationi LL ad $SS + \frac{3}{2}LL$ quàm rationi LL ad SS. Argumenta verò quibus id colligitur hîc omittenda censeo, moniti Academiæ illustrissimæ memor, cùm in hac disquisitione parvi sit momenti quænam harum rationum adhibeatur. Supponamus igitur cum Newtono $v : g :: LL : SS ::$ (per computos Astronomicos periodorum Solis ac Lunæ) 1 : 178, 725. Vis V quæ in Terræ superficie vi v respondet, est ad v, ut Terræ semidiameter mediocris ad distantiam Lunæ mediocrem vel ut 1 ad $60\frac{1}{2}$. Vis autem g agit secundùm rectas, quæ in centro gravitatis Terræ ac Lunæ concurrunt, cujus ratione habitâ ex incremento gravitatis in descensu ad superficiem Terræ patebit vim V esse ad G (quâ gravitas mediocris in superficie Terræ designatur ut suprà) ut 1 ad 38604600. Unde cùm per Cor. 2. Prop. III. sit $x : d :: 15\,V : 8\,G - 57\frac{5}{14}V$ erit in hoc casu $x : d ::$ 1 : 20589116. Cùmque semidiameter Terræ mediocris sit pedum 19615800; hinc sequitur totum aquæ ascensum ex vi Solis oriundum fore pedis unius Parisiensis cum $\frac{90545}{1000000}$ partibus pedis, i. e. pedis unius cum digitis decem, & $\frac{8654}{10000}$ partibus digiti; quem suo more breviter deprehendit Newtonus esse pedis unius digitorum undecim cum $\frac{1}{30}$ parte digiti, quæ altitudo à nostra differt tantùm sexta parte unius digiti.

Verùm in hoc calculo Terra supponitur esse Sphærica, nisi quatenus à vi Solis Mare elevatur. Sed si ascensum aquæ maximum quæramus, ponendum est Solem in circulo æquinoctiali versari, figuramque $ABab$ in hoc plano constitui, & augenda est vis V in ratione semidiametri mediocris ad semidiametrum Terræ maximum, & minuenda est vis G donec evadat æqualis gravitati sub Æquatore: i. e. Si figuram Terræ eam esse supponamus quam definivit Newtonus, augenda erit vis V in ratione 459 a d 460, & minuenda est G in eadem ferè ratione, quoniam vires gravitatis in superficie Terræ sunt inversæ ut distantiæ locorum à centro; cúmque distantia d sit augenda in eadem ratione, erit ascensus

aquæ in Æquatore augendus in ratione triplicata semidiametri mediocris ad maximam, adeóque erit pedis unius digitorum undecim cum 60ma circiter parte digiti. Terra autem altior est sub Æquatore quàm prodiit calculo Newtoniano ex hypothesi quòd Terra sit uniformiter densa à superficie usque ad centrum; ut colligitur ex variis pendulorum Observationibus, & præsertim ex mensura gradus meridiani quam viri clarissimi nuper definiverunt accuratissimè sub Circulo Polari.

Schol. 1. Si gravitatem posuissemus æqualem in A & B, & ejusdem vis in tota circumferentia $ABab$, prodiisset x æqualis tantùm $\frac{3Vd}{2G}$, & ascensus aquæ (seu $2x$) pedis unius digitorum sex cum tertia circiter parte digiti. Quippe in hac hypothesi prodiisset CA ad CB, ut $G+V$ ad $G-2V$, adeóque x ad d, ut $\frac{3V}{2}$ ad G quàm proximè. Atque hinc apparet utilitas præcedentium Propositionum, cùm ascensus aquæ secundùm hanc minùs accuratam hypothesim minor sit ascensu quem in hac Propositione definivimus, differentiâ $\frac{3Vd}{4G}$, quartâ scilicet parte ascensus illius.

Schol. 2. Ex hac doctrina patet Satellites Jovis Soli & sibi mutuò conjunctos vel oppositos in Oceano Joviali (si ullus sit) ingentes motus excitare debere, modò non sint Luna nostra multò minores; cùm diameter Jovis ad distantiam cujusque Satellitis multò majorem habeat rationem quàm diameter Terræ ad distantiam Lunæ. Verisimile est mutationes macularum Jovis ab Astronomis observatas hinc aliquâ saltem ex parte ortum ducere; quòd si hæ mutationes eam analogiam servare deprehendantur cum aspectibus Satellitum, quam hæc doctrina postulat, indicio erit veram earum causam hinc esse petendam. Ex hac doctrina licet quoque conjicere non absque utilitate motus Satellitum circa Axes suos & circa primarios ita compositos esse ut idem Hemisphærium suis primariis semper ostendant, secundùm sententiam celeb. Astronomorum. Verisimile enim

est motus Maris nimios in Satellitibus cieri deberi, si cum alia quavis velocitate circa Axes suos revolverentur; aquis autem in his agitandis (si quæ sint) sufficere possunt æstus ex variis Satellitum distantiis à suis primariis oriundis.

SECTIO IV.

De motu Maris quatenus ex motu Telluris diurno aliisve de causis immutatur.

Ostendimus in Sectione præcedenti Terram fluidam versùs Solem vel Lunam inæqualiter gravem Sphæroidis oblongæ figuram induere debere; cujus Axis transversus per centrum Luminaris transiret, si Terra non revolveretur circa Axem suum motu diurno; & ascensum aquæ in hypothesi Terræ quiescentis ex vi Solis oriundum definivimus. Verùm ob motum Terræ diversa est ratio æstus Maris. Hinc enim aqua nunquam fit in æquilibrio, sed perpetuis motibus agitatur. Supponamus Solem & Lunam conjunctos vel oppositos versari in plano Æquatoris $ABab$; sit Aa diameter quæ per illorum centra transit, Bb huic perpendicularis. Dum aquæ moles revolvitur motu diurno, augentur vires quibus ascensus ejus promovetur in transitu aquæ à locis b & B ad A & a, & in his locis evadunt maximæ; ascensus tamen aquæ prorogari videtur, postquàm hæ vires minui cœperunt usque ferè ad loca ubi hæ vires æquipollent viribus quibus deprimitur infra altitudinem quam naturaliter obtineret, si nulla vi extranea motus aquæ perturbaretur; adeò ut motus aquæ considerari possit tanquam libratorius, & tantundem ferè ascendat viribus quibus elevatur decrescentibus, quèm iisdem crescentibus. Cúmque vis centrifuga ex motu diurno orta sit multò minor gravitate, situs loci F ubi prædictæ vires æquipollent sub Æquatore, dum aqua transit à loco b ad locum A, sic ferè definiri posse videtur. Ex puncto F sit Ff normalis in Bb, & fz in TF. Designet V summam viribus quibus Sol & Luna aquam deprimunt in rectis TB, Tb ut suprà

Fig. 1.

prà, & vis quâ aqua tollitur in F erit $\frac{3V \times Fz}{d} = \frac{3V \times Ff^2}{d \times TF}$. Supponamus F esse locum aquæ ubi altitudo aquæ fit minima, ut TF haberi possit pro semiaxe conjugato figuræ $ABab$, dicatur gravitas in extremitate hujus Axis B, & gravitas mediocris in hac figura G, ut suprà; & vis quâ aqua deprimitur infra situm naturalem in loco F erit $B - A + \frac{V \times TF}{d}$. Ponantur hæ vires æquales, cúmque TF sit quàm proximè æqualis distantiæ d, sitque $B - G = \frac{3V}{8}$ per Cor. Prop. IV. erit $\frac{3V}{8} + V = \frac{3V \times Ff^2}{d^2}$, seu $TF^2 : Ff^2 :: 3 : 1 + \frac{3}{8} :: 24 : 11$. unde angulus FTb erit graduum 42 minutorum 37, incidetque ferè in punctum medium inter b & A. Hunc verò calculum ut accuratum non proponimus.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Motum Maris ex vi Solis oriundum, & motum lunarem in orbita quàm proximè circulari inter se comparare, & hinc ascensum aquæ æstimare.

Astronomis notissimum est Lunæ distantiam mediocrem in Syzygiis minorem esse distantiâ mediocri in Quadraturis. Clarif. Halleyus ex Observationibus colligit distantiam priorem esse ad posteriorem ut $44\frac{1}{2}$ ad $45\frac{1}{2}$. Newtonus Methodo quadam sua harum rationem invenit esse eam 69 ad 70: Princip. Prop. 28. Lib. 3. Clarissimus Auctor Tractatûs de Motibus Lunæ secundùm Theoriam gravitatis, in hac doctrina optimè versatus, colligit eam esse numeri 69 ad 70, ratione non habitâ decrementi gravitatis dum Luna transit à Syzygiis ad Quadraturas. Ut motus Maris ex vi Solis oriundus (qualis suprà definitur Prop. V.) cum motu Lunæ conferatur, supponamus orbem Lunarem aqua compleri & quæramus ascensum hujus aquæ per Prop. IV. & V. In

Prop. V. erat vis v ad g, ut 1 ad 178, 725; quare in hoc casu foret $x : d :: 15v : 8g - 57\frac{5}{14} \times v :: 1 : 91,496$: adeóque semiaxis figuræ ad semiaxem conjugatum (vel $d + x$ ad $d - x$) ut 46. 248 ad 45, 248; quæ ferè congruit cum ratione distantiarum Lunæ in Quadraturis & Syzygiis quam Halleyus ex Observationibus deducit; adeò ut figura orbitæ Lunaris specie vix diversa sit ab ea quam Globus aqueus quiescens Lunæ orbitam complens ex vi Solis indueret; forent tamen positione diversæ, si quidem illius Axis minor Solem respiciat, hujus Axis major versùs Solem dirigeretur. Ratio numeri 59 ad 60 (quarum semidifferentia est ad semisummam ut $3\,v$ ad g quàm proximè) probè congruit cum ratione semiaxium figuræ quam aqua ex vi Solis indueret, si vis gravitatis eadem esset per totam circumferentiam $ABab$, ut ostendimus in Schol. 1. Prop. V. Ascensus autem aquæ Prop. V. definitus congruit cum ea quam ex Observationibus colligit Halleyus; unde suspicari licet differentiam diametrorum orbitæ lunaris paulò fieri majorem ex decremento gravitatis Lunæ in Terram dum transit à Syzygiis ad Quadraturas, simili ferè ratione quâ ascensus aquæ prodiit in hac propositione major propter excessum gravitatis aquæ in Terram in loco B supra ipsius gravitatem in loco A aliisque à centro distantiis. Verùm quicquid sit judicandum de ratione diametrorum orbitæ Lunaris, ex his colligere licet ascensum aquæ Prop. V. definitum majorem vix evadere propter motum Terræ diurnum circa Axem suum. Supponamus enim hunc motum augeri donec vis centrifuga ex hoc motu oriunda fiat æqualis gravitati, & particulæ Maris revolvantur ad morem Satellitum in orbitis quàm proximè circularibus Terram contingentibus. Hæ orbitæ erunt ellipticæ, quarum Axes minores productæ transibunt per Solem. Et si semiaxium differentia sit ad semidiametrum mediocrem ut $3\,V$ ad G (secundùm ea quæ de motibus lunaribus tradit vir acutissimus) erit minor ascensu aquæ suprà definito Prop. V. in qua invenimus $2x$ esse ad d ut $15\,V$ ad $4\,G$. Quòd si quæramus horum semiaxium differentiam

ex figura orbitæ lunaris quatenus ex Obſervationibus innoteſcit ſecundùm clariſ. Halleyum, parum admodum ſuperabit aſcenſum aquæ ſuprà definitum. Nec mirum ſi non accuratè conveniant, cùm gravitas Lunæ versùs Terram ſequatur rationem inverſam duplicatam diſtantiarum, gravitas aquæ major quoque ſit in minori diſtantia, ſed non in eadem ratione. Cùm hæc Phænomena ſint analoga, & ſibi mutuò aliquam lucem afferant, hæc de iis inter ſe collatis memorare videbatur operæ prætium. Supponimus tamen hîc aquæ motum in eodem circulo Æquatori parallelo perſeverare, vel latitudinem eandem in ſingulis revolutionibus ſervare, & variationem aſcenſus aquæ quæ ex figura Sphæroidica Terræ provenit non conſideramus.

PROPOSITIO VII.

Motus aquæ turbatur ex inæquali velocitate, quâ corpora circa Axem Terræ motu diurno deferuntur.

Quippe ſi aquæ moles feratur æſtu, vel alia de cauſa, ad majorem vel minorem ab Æquatore diſtantiam, incidet in aquam diverſa velocitate circa Axem Terræ latam; unde illius motum turbari neceſſe eſt. Differentia velocitatum quibus corpora, exempli gratiâ, in loco 50gr. ab Æquatore diſſito, & in loco 36 tantùm milliaria magis versùs Septentrionem vergente, major eſt quàm quâ 7 milliaria ſingulis horis deſcriberentur, ut facili calculo patebit. Cùmque motus Maris tantus nonnunquam ſit ut æſtus 6 milliaria, vel etiam plura ſingulis horis deſcribat, effectus qui hinc oriri poſſunt non ſunt contemnendi.

Si aqua deferatur à Meridie versùs Septentrionem motu generali æſtus, vel alia quavis de cauſa, curſus aquæ hinc paulatim deflectet versùs Orientem, quoniam aqua priùs ferebatur motu diurno versùs hanc plagam majore velocitate quàm eſt ea quæ convenit loco magis versùs Boream ſito. Contrà ſi aqua à Septentrione versùs Meridiem deferatur, curſus aquæ ob ſimilem cauſam versùs Occidentem

deflectet. Atque hinc varia motus Maris Phænomena oriri suspicamur. Hinc forsitan, exempli gratiâ, Montes glaciales quæ ex Oceano Boreali digrediuntur, frequentiùs conspiciuntur in Occidentali quàm Orientali Oceani Atlantici plaga. Quin & majores æstus hinc cieri posse in pluribus locis quàm qui ex calculo virium Solis & Lunæ prodeunt, habitâ ratione latitudinis, verisimile est. Eandem causam ad ventos præsertim vehementiores propagandos, & nonnunquam augendos vel minuendos, aliaque tum Aëris tum Maris Phænomena producenda conducere suspicamur. Sed hæc nunc sigillatim prosequi non licet.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Invenire variationem ascensus aquæ in Prop. V. definiti, quæ ex figura Terræ Sphæroidica provenit.

Fig. XI.

Sint $PApa$, $PBpb$ Sectiones Terræ per Polos P & p, quarum prior transeat per loca A & a, ubi altitudo aquæ in Æquatore viribus Solis & Lunæ fit maxima, posterior per loca B & b ubi fit minima; sint hæ Sectiones ellipticæ, F focus figuræ $PApa$, f focus Sectionis $PBpb$, & g focus Sectionis $ABab$. Etsi omnes Sectiones solidi per rectam Aa transeuntes supponantur ellipticæ calculo inito ope Lemmatis V. invenimus gravitatem in loco A versùs solidum hoc fore ad gravitatem in eodem loco versùs Sphæram centro C super diametrum $A\,a$ descriptam ut $1 + \frac{3\,CF^2 + 3\,Cg^2}{10\,CA^2} + \frac{9\,CF^4 + 6\,CF^2 \times Cg^2 + 9\,Cg^4}{56\,CA^4}$, &c. ad $\frac{CA^2}{CB \times CP}$; etsi gravitas in loco B, definiatur simili calculo, ope ejusdem Lemmat. & Schol. Prop. II. constabit ratio gravitatis in A ad gravitatem in B, & per Cor. 2. Prop. I. innotescet semidiametrorum CA & CB differentia sive ascensus aquæ. Verùm calculum ut potè prolixum omittimus, cùm sit exigui usus. Hâc Propositione

ostendere tantùm volui Geometriam nobis non defuturam in Problemate celeberrimo accuratissimè tractando. Verùm restat præcipuus in hac disquisitione nodus, de quo pauca sunt addenda.

PROPOSITIO IX.

PROBLEMA.

Invenire vim Lunæ ad Mare movendum.

Hæc ex motibus cœlestibus colligi nequit, si verò conferetur ascensus aquæ in Syzygiis Luminarium, qui ex summa virium Solis & Lunæ generatur, cum ejusdem ascensu in Quadraturis, qui ex earundem differentia oritur, ex vi Solis per Prop. V. data, invenietur vis Lunæ. Hanc quærit Newtonus ex Observationibus à Sam. Sturmio ante ostium Fluvii Avonæ institutis, ex quibus colligit ascensum aquæ in Syzygiis æquinoctialibus esse ad ascensum aquæ in Quadraturis iisdem, ut 9 ad 5. Dein post varios calculos concludit vim Lunæ esse ad vim Solis, ut 4. 4815 ad 1, & ascensum aquæ ex utraque vi oriundum in distantiis Luminarium mediocribus fore pedum 50 cum semisse. Harum virium rationem ex Observationibus à celeb. Cassini in loco suprà citato allatis quæsivimus. Verùm cùm præter generales causas jam memoratas quarum aliquæ ad calculum vix revocari possunt, aliæ variæ ex locorum situ, vadorum indole, ventorum vi & plaga pendentes æstus Maris nunc majores, nunc minores reddant, non est mirum si vires Lunæ quæ prodeunt ex Observationibus in locis diversis, vel in eodem loco diversis tempestatibus institutis non planè consentiant. Computis igitur quos de motu Maris ex vi Lunæ oriundo instituimus recensendis impræsentiarum non immorabimur. Postquam verò Observationes aliquæ circa æstus Maris ad littora Americæ & Indiæ Orientalis quas expectamus, ad manus pervenerint, de hisce forsan certiùs judicemus. Observamus tantùm æstus in minori ratione decrescere videri quàm dupli-

cata Sinus complementi declinationis; quin & reliquæ æstus leges generales ex motu aquæ reciproco perturbantur. Sed veremur ne tædium pariat, si repetamus quæ ab aliis jamdudum tradita sunt. Æstus anomali à locorum & Marium situ plerumque pendere videntur. Observandum tamen ex Theoria gravitatis sequi, unicum tantùm æstum spatio 24 horarum contingere nonnunquam debere in locis ultra 62 gradum latitudinis, si reciprocatio motus aquæ id permitteret. *

Quòd si analysis diversarum causarum quæ ad æstus Phænomena producenda conferunt accurata institui posset, id certè ad uberiorem scientiam virium & motuum systematis Mundi non parum conferret. Hinc enim situs centri gravitatis Lunæ & Terræ, & quæ ad æquinoctiorum præcessionem aliaque Phænomena naturæ insignia spectant, certiùs innotescerent. Quas ob causas ascensus aquæ quantitatem, quousque ex motibus cœlestibus eam assequi licet, accuratè definiendam & demonstrandam, positis legibus gravitatis quæ ex Observationibus deducuntur (de cujus causa hîc non est disserendi locus) putavimus. Cogitata autem hæc qualiacunque judicio Illustrissimæ ACADEMIÆ REGIÆ, quam omni honore & reverentia semper prosequimur, lubenter submittimus.

* Sit enim Lunæ declinatio 28 gr. & loci ultra 62 gr. versùs eandem plagam, & manifestum est Lunam semel tantùm 24 horarum spatio loci hujus horizontem attingere.



ANNOTANDA IN DISSERTATIONEM de Causa Physica Fluxus & Refluxus Maris, cui præfigitur Sententia, Opinionum commenta delet dies, Naturæ judicia confirmat.

I. IN Prop. IV. invenitur $x = \frac{15 Vd}{8 G}$ quàm proximè, qui valor ipsius x est satis accuratus, nec ulla correctione indiget præsertim in calculo Prop. V. Est autem magis accuratè x ad d ut $15 V$ ad $8 G - \frac{88}{7} V$ non ut $15 V$ ad $8 G - \frac{803}{14} V$ sive $8 G - 57\frac{5}{14} V$ ut lapsu quodam calami aut calculi scripseram ad finem Prop. IV. qui quidem est exigui momenti, & argumenta Propositionum sequentium non immutat. Calculi autem summam hîc adjiciam. Inveneram in Prop. IV. esse B ad A, ut $\frac{1}{3} + \frac{c^2}{15 a^2} + \frac{c^4}{35 a^4}$, &c. ad $\frac{b}{a} \times \overline{\frac{1}{3} + \frac{c^2}{3 a^2} + \frac{c^4}{7 a^4}}$, &c. adeóque (substituendo loco $\frac{b}{a}$ ipsius valorem $\sqrt{\frac{a^2 - c^2}{a}}$, sive $1 - \frac{c^2}{2 a^2} - \frac{c^4}{8 a^4}$, &c. ut $\frac{1}{3} + \frac{c^2}{15 a^2} + \frac{c^4}{35 a^4}$, &c. ad $\frac{1}{3} + \frac{c^2}{30 a^2} + \frac{c^4}{840 a^4}$, &c. unde $B - A$ est ad G (seu $\frac{1}{2} B + \frac{1}{2} A$) ut $\frac{c^2}{10 a^2} + \frac{23 c^4}{24 \times 35 a^4}$, &c. ad $1 + \frac{3 c^2}{20 a^2} + \frac{25 c^4}{8 \times 70 a^4}$, &c. Est autem $c^2 = 4 d x$, & $a^2 = d^2 + 2 d x + x^2$ ex iis quæ in Propositione supponuntur; unde $\frac{c^2}{4 a^2} = \frac{x}{d} - \frac{2 x^2}{d^2} + \frac{3 x^3}{d^2}$, &c. & substituendo loco $\frac{c^2}{a^2}$ ejus valorem $\frac{4 x}{d} - \frac{8 x^2}{d^2}$, &c. prodibit $B - A$ ad G, ut $14 d x + 18 x^2$ ad $35 d^2 + 21 d x + 17 x^2$ quàm proximè. Cúmque sit $\overline{B - A} \times d + 3 V d = 2 G x - 2 V x - \frac{3 V x^2}{d}$ per Corol. Prop. I. substituatur valor ipsius $\overline{B - A}$, & negligantur termini quos ingreditur $V x^2$ (quoniam V est admodum parva respectu G)

eritque $3 \times 35\, Vd^2 = 56\, G\, dx - 133\, V dx + 24\, G x^2$ & $x = \frac{3 \times 35\, Vd^2}{56\, dG - 133\, Vd + 24\, Gx}$, quòd si in denominatore pro x scribatur valor vero propinquus $\frac{15\, Vd}{8\, G}$ prodibit valor magis accuratus $\frac{3 \times 35\, Vd}{56\, G - 88\, V}$, eritque $x : d :: 15\, V : 8G - \frac{88}{7} V$ quàm proximè. Diversâ paulò ratione prodit $x = \frac{15\, Vd}{8\, G} + \frac{165\, VVd}{56\, GG}$, &c. quam seriem producere non est difficile, si operæ pretium videbitur. In Prop. VI. quæsivimus figuram aquæ orbem lunarem complentis ex actione Solis oriundam. Hâc correctione adhibitâ, & cæteris retentis ut priùs, Axis minor figuræ foret ad majorem ut 46.742 ad 47.742, quæ parùm differt à ratione quam in ea Propositione exhibuimus.

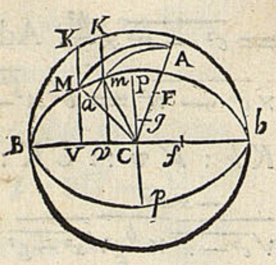
Vide Figuram in pagina 234.

II. Series quam exhibuimus in Prop. VIII. deducitur per Lem. V. & Prop. II. Sit $CA = a$. $CB = b$. $CP = e$. $CF = c$. $Cf = f$. $Cg = g$. Sint ACM, ACm Sectiones quævis solidi per rectam AC (quæ normalis est plano $BPbp$) transeuntes. Arcus mu centro C radio Cm descriptus, occurrat rectæ CM in u, & occurrant ordinatæ MV, mv Axi Bb in V & v, & circulo BKb in K & k. Sit $CA^2 - CM^2 = x^2$, seu x distantia foci à centro in figura ACM, sit L Logarithmus quantitatis $a\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$, & ultima ratio gravitatis particulæ A in frustum planis ACM, ACm terminatum ad gravitatem in frustum Sphæræ centro C radio CA descriptæ iisdem planis contentum, erit ea $3\, CM^2 \times \overline{L - x}$ ad x^3 per Prop. II. Gravitas igitur particulæ A in solidum erit ut $\int \frac{3\, CM^2 \times \overline{L-x}}{x^3} \times \frac{mu}{CM} = \int \frac{3\, CM \times mu}{x^3} \times \overline{L - x}$ $= \int \frac{3\, CK \times Kk \times CP}{CK \times x^3} \times \overline{L - x} = \int \frac{3\, e \times Kk}{x^3} \times \overline{L - x}$. Sit $CV = u$. Eritque $u^2 + \overline{b^2 - u^2} \times \frac{e^2}{b^2} = CM^2 = a^2 - x^2$. Unde $e^2 + \frac{b^2 - e^2}{b^2} u^2 = a^2 - x^2$. $u^2 = \overline{a^2 - e^2 - x^2} \times \frac{b^2}{b^2 - c^2}$

=

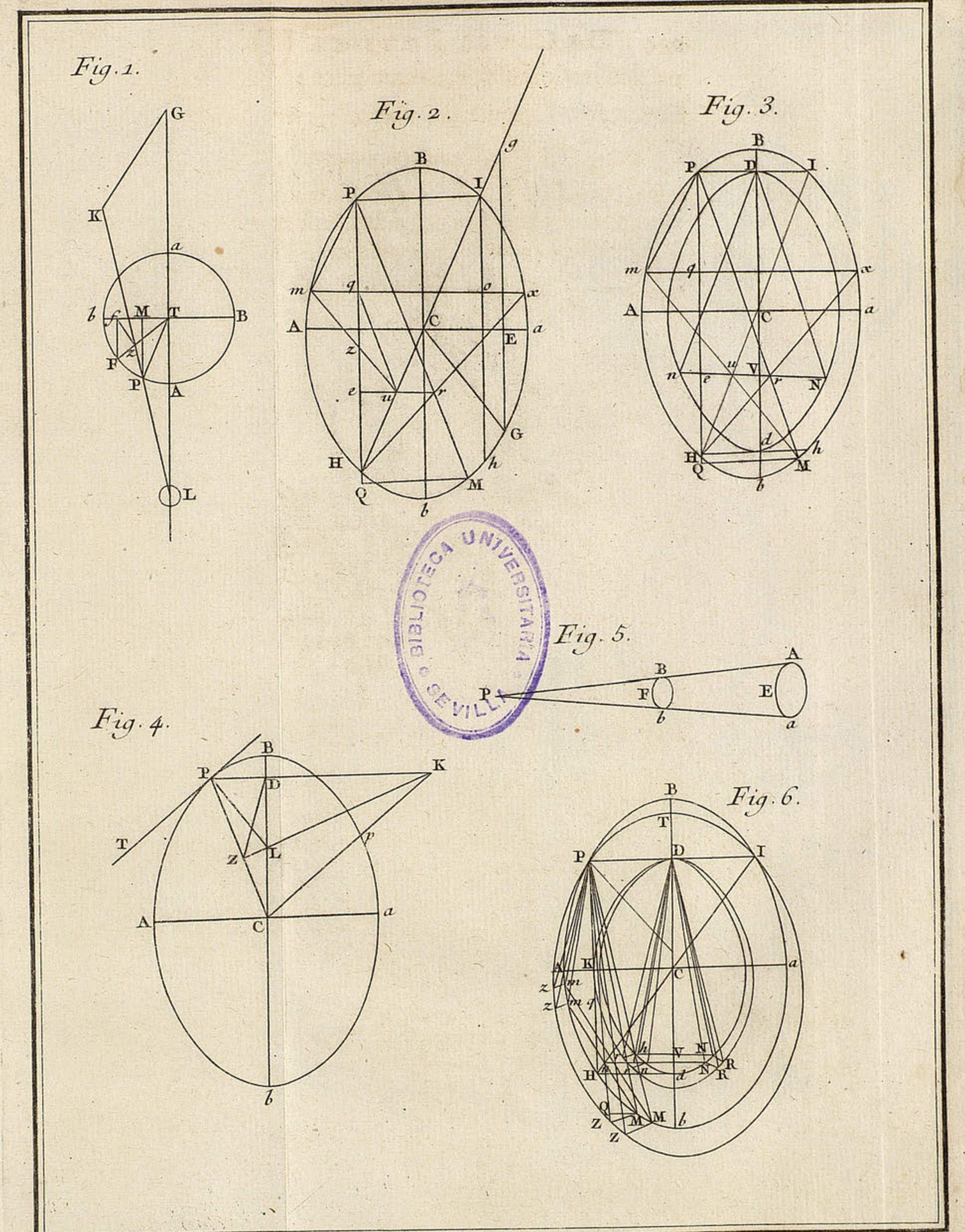
$= \overline{c^2 - x^2} \times \frac{b^2}{f^2}$. Adeóque $KV^2 = b^2 - u^2 = b^2 - \frac{b^2}{f^2} \times \overline{c^2 - x^2} = b^2 \times \frac{f^2 + x^2 - c^2}{f^2} = \frac{b^2}{f^2} \times \overline{x^2 - g^2}$. Eſt autem $Kk : Vv :: CK : KV$. Adeóque $Kk = \frac{bdv}{KV} = \frac{b^2}{f} \times \frac{-xdx}{\sqrt{c^2 - x^2} \times \frac{b}{f}\sqrt{x^2 - g^2}} = \frac{-bxdx}{\sqrt{c^2 - x^2} \times \sqrt{x^2 - g^2}}$. Quare gravitas particulæ A versùs ſolidum erit ut $\int \frac{-3ebxdx}{x^3 \sqrt{c^2 - x^2} \times \sqrt{x^2 - g^2}} \times \overline{L - x}$. Verùm $L - x = \frac{x^3}{3a^2} + \frac{x^5}{5a^4}$, &c. Quare gravitas illa erit $\int \frac{-3ebxdx}{3a^2 \sqrt{c^2 - x^2} \times \sqrt{x^2 - g^2}} + \int \frac{-3ebx^3dx}{5a^4 \sqrt{c^2 - x^2} \times \sqrt{x^2 - g^2}}$, &c. Sit $z^2 = x^2 - g^2$, & prior ſumma erit $\int \frac{-ebdz}{a^2 \sqrt{c^2 - g^2 - z^2}}$, ſecunda erit $\int \frac{-ebx^2dz}{5a^4 \sqrt{c^2 - g^2 - z^2}} = \int \frac{-ebdz \times \overline{z^2 + g^2}}{5a^4 \sqrt{c^2 - g^2 - z^2}}$. Quæ cum ſubſequentibus ſummis ad circulares Arcus facilè reducuntur. Atque hinc ratio gravitatis particulæ A versùs hoc ſolidum ad gravitatem versùs Sphæram ſuper ſemidiametrum CA conſtructam, erit qualis in Propoſitione aſſignatur, terminis ſeriei citiſſimè decreſcentibus, ſi CF, Cf & Cg ſint admodum parvæ. Si evaneſcat g, hæc ſeries dabit gravitatem versùs Sphæroidem in Æquatore; quæ tamen elegantiùs inveſtigatur in Prop. III.

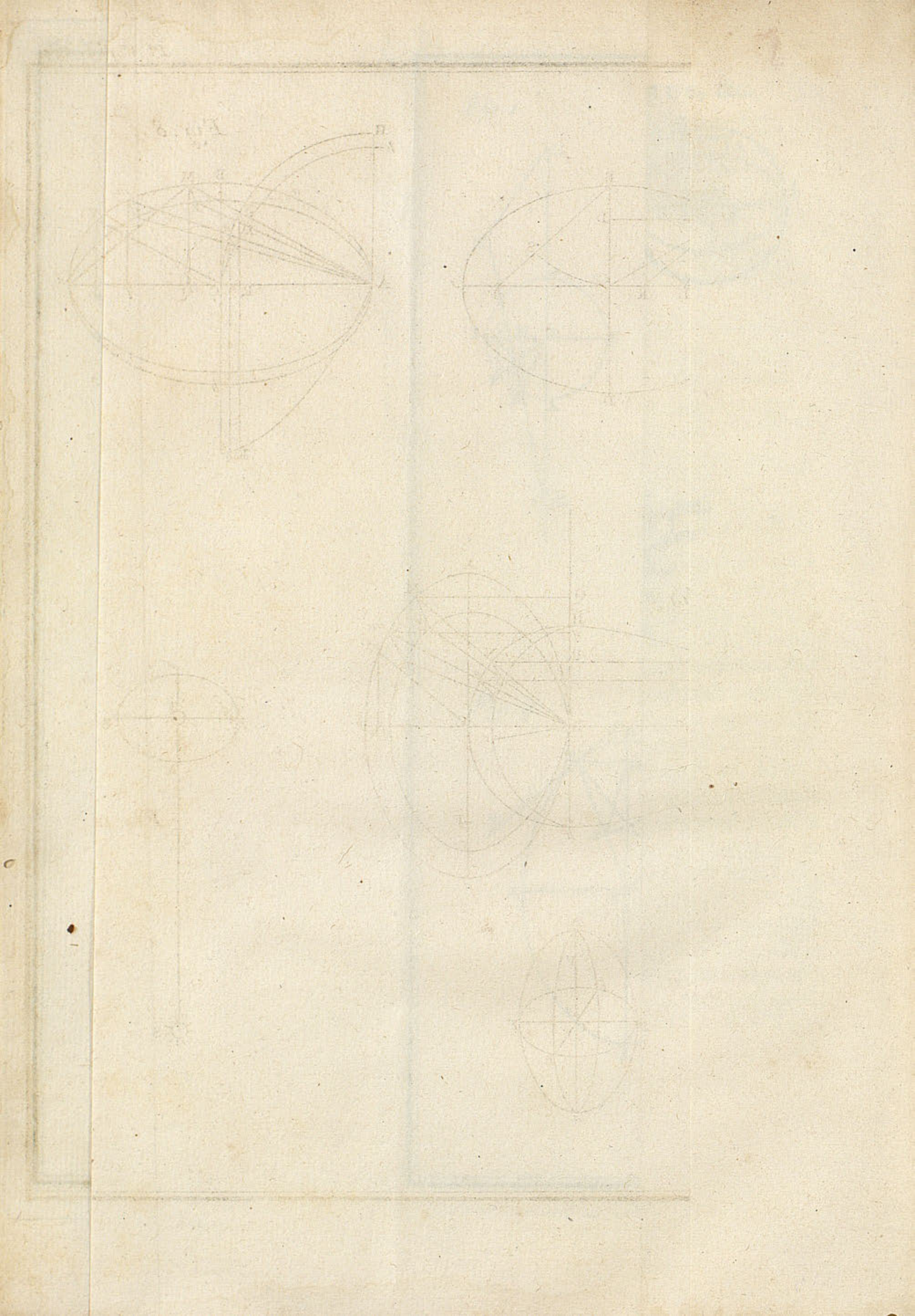
III. In Prop. IX. obſervavimus poſt Newtonum vim Lunæ ad Mare movendum cum vi Solis poſſe conferri, æſtus in Syzygiis & Quadraturis comparando; eadem ratio obtineri poſſet conferendo æſtus qui contingunt in Syzygiis Luminarium in diverſis diſtantiis Lunæ à Terra, ſi æſtus eſſent accuratè proportionales viribus quibus producuntur. Deſignet L vim Lunæ mediocrem, S vim Solis mediocrem, X & x duas diverſas diſtantias Lunæ à Terra in Syzygiis æquinoctialibus, Z & z diſtantias Solis à Terra in iiſdem Syzygiis, d & D mediocres utriuſque diſtantias; & ſi Lu-

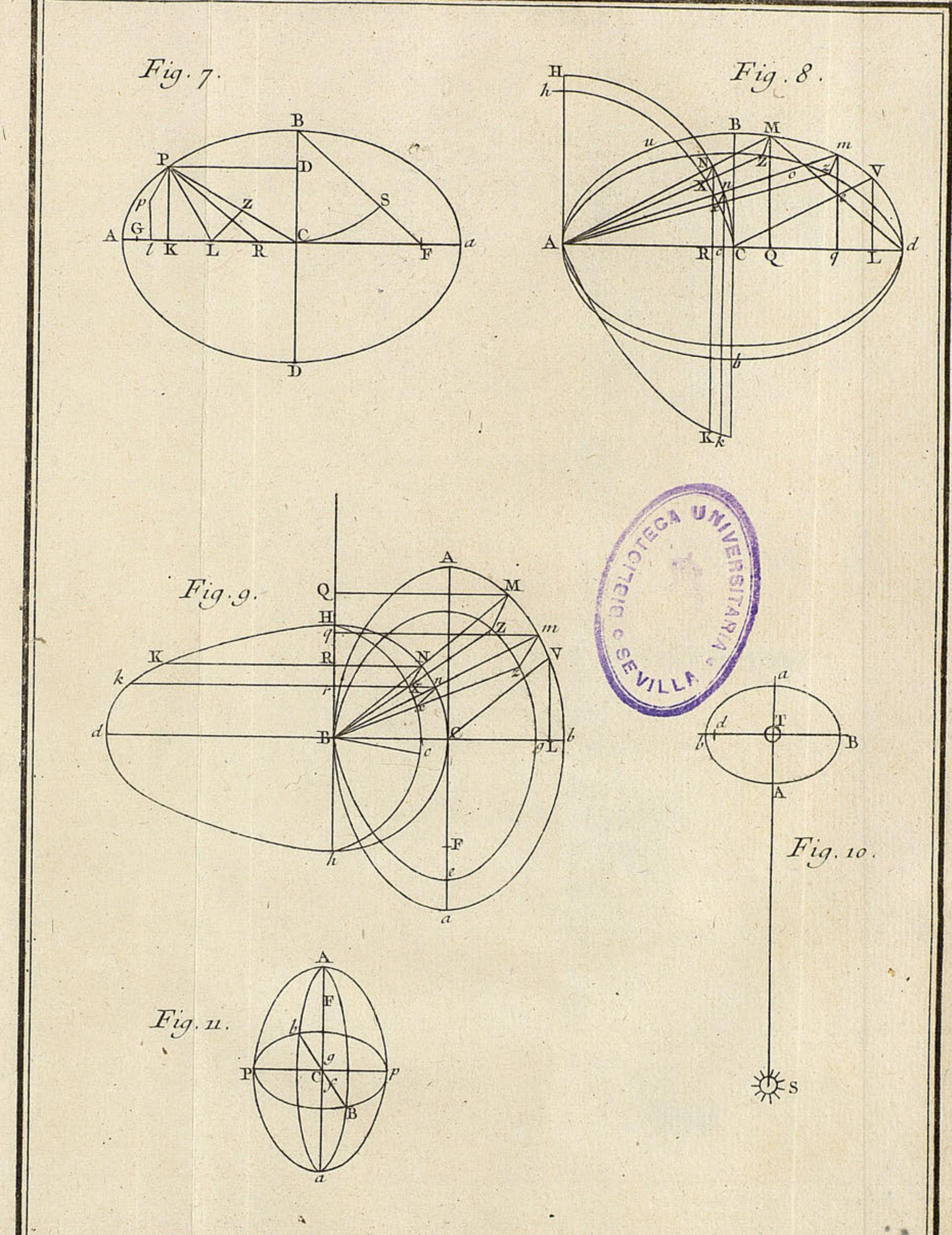


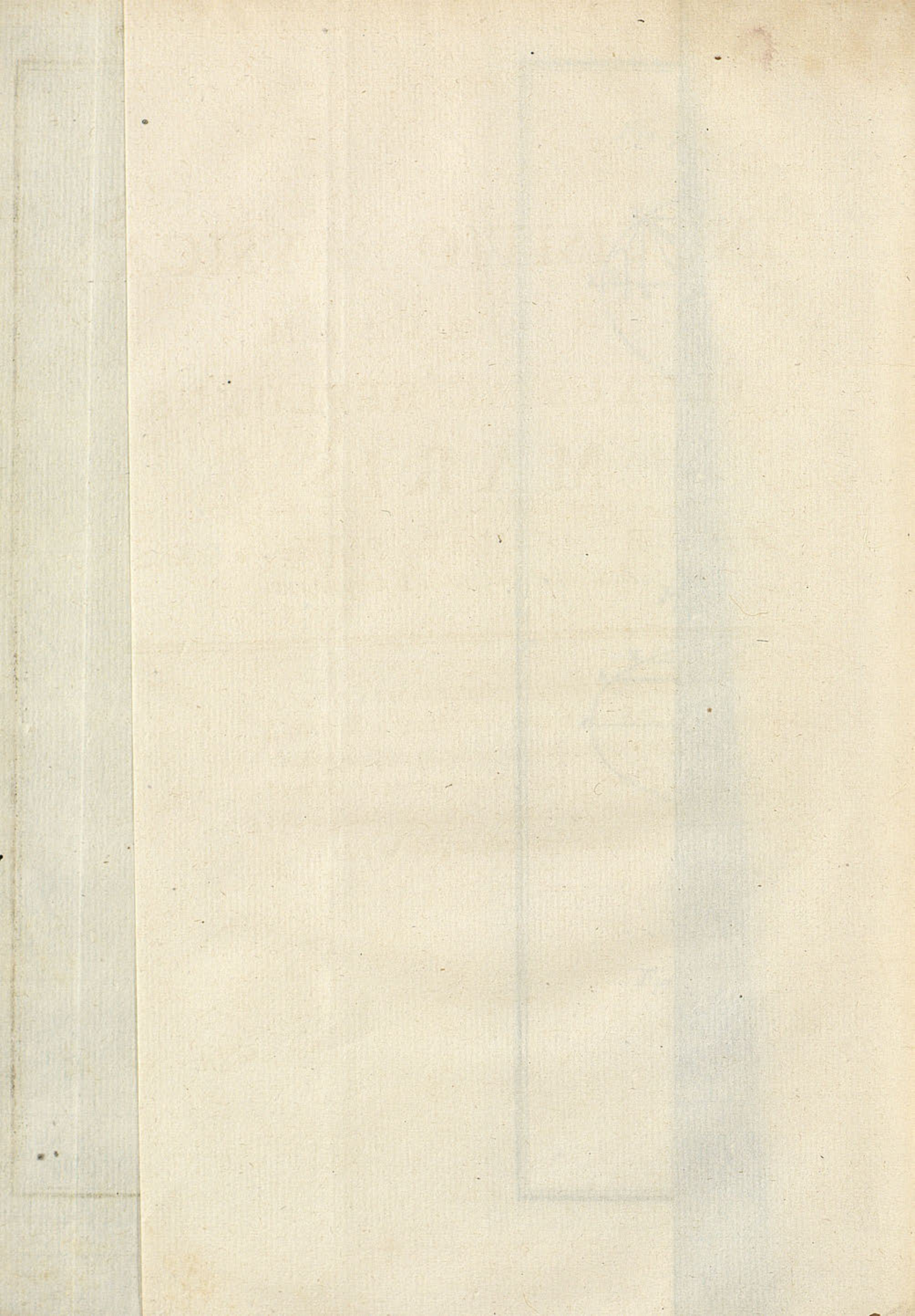
næ declinatio nulla ſit, atque æſtus eſſent ut vires Luminarium, ſeu ut $\frac{Ld^3}{X^3} + \frac{SD^3}{Z^3}$ & $\frac{{}^3}{x^3} + \frac{SD^3}{z^3}$, hinc comparando æſtus ratio L ad S detegeretur. Sit enim aſcenſus aquæ in priori caſu ad aſcenſum in poſteriori ut m ad n, eritque L ad S ut $\frac{mD^3}{z^3} - \frac{nD^3}{Z^3}$ ad $\frac{nd^3}{X^3} - \frac{md^3}{x^3}$.




Fig. 1.
G
K
a
b f M T B
F z
P A
L
Fig. 2.
g
B
P I
m q o x
A C a
E
z
e u r
G
H h
Q M
b
Fig. 3.
B
P D I
m q x
A C a
n e u V r N
d
H h
Q M
b
Fig. 4.
B
P K
D
T p
Z L
A C a
b
Fig. 5.
A
B
P F E
b a
Fig. 6.
B
T
P D I
A K C a
z m
z m q
h V N
H u d N R R
Q
Z M M b
Z




Fig. 7.
B P D A G p l K L R Z C S F a D
Fig. 8.
H h B M u m N Z X n z o V A R c C Q q L d b K k
Fig. 9.
A Q M H q Z m K R N V k r n z d B c C g L b F h e a
Fig. 10.
a d T b B A S
Fig. 11.
A F b g P C f p B a



INQUISITIO PHYSICA
IN CAUSAM
FLUXUS AC REFLUXUS
MARIS.

A D. D. EULER, *Matheseos Professore, è Societate Academiæ Imperialis Petropolitanæ.*

Cur nunc declivi nudentur littora Ponto,
Adversis tumeat nunc Maris unda fretis;
Dum vestro monitu naturam consulo rerum:
Quàm procul à Terris abdita causa latet!
In Solem Lunamque feror. Si plauditis auso;
Sidera sublimi vertice summa petans.



INQUISITIO PHYSICA IN CAUSAM FLUXUS AC REFLUXUS MARIS.

CAPUT PRIMUM.

De Causa Fluxus ac Refluxus Maris in genere.

§. 1. OMNEM mutationem, quæ in corporibus evenit, vel ab ipsa motûs conservatione proficisci, vel à viribus motum generantibus, hoc quidem tempore, quo qualitates occultæ causæque imaginariæ penitùs sunt explosæ, nulla indiget probatione. Hoc autem discrimen quovis oblato Phænomeno diligentissimè considerari oportet, ne tam motûs conservationi ejusmodi effectus tribuatur, qui sine viribus oriri nequit, quàm vires investigentur, quæ motum

ſuâ naturâ conſervandum producant. Quo quidem in negotio, ſi debita attentio adhibeatur, errori vix ullus relinquitur locus: cùm ex legibus naturæ ſatis ſuperque conſtet, cujuſmodi motus vel per ſe conſerventur, vel viribus externis debeantur. Corpus ſcilicet in motu poſitum propriâ vi hunc motum uniformiter in directum retinet: atque corpus, quod circa axem convenientem per centrum gravitatis tranſeuntem motum rotatorium ſemel eſt conſecutum, eodem motu rotari perpetuò ſuâ ſponte perget: neque hujuſmodi motuum cauſam in ulla re alia, niſi in ipſa corporum natura, quæri oportet. Quocirca ſi hujus generis Phænomenon fuerit propoſitum, alia cauſa inveſtigari non poteſt, niſi quæ à principio tales motus procreaverit.

§. 2. Hujus generis foret quæſtio, ſi quæreretur cauſa motûs vertiginis Planetarum ac Solis; hîc enim ſufficeret eam cauſam aſſignaſſe, quæ initio hos motus produxiſſet, cùm Sol æquè ac Planetæ talem motum ſemel conſecuti eundem propriâ vi perpetuò conſervare debeant, neque ad hoc Phænomenon explicandum vis ulla externa etiam nunc durans requiratur. Longè aliter ſe res habet, ſi motus proponatur neque uniformis, neque in directum procedens, cujuſmodi eſt motus Planetarum periodicus circa Solem: hoc enim caſu minimè ſufficit ea vis, quæ initio Planetas ad iſtiuſmodi motus impulerit, ſed perpetuò novæ virium actiones requiruntur, à quibus tam celeritas quàm directio continuò immutetur: quæ vires, quàm primùm ceſſarent, ſubitò Planetæ orbitas ſuas desererent, atque in directum motu æquabili avolarent. Quòd ſi igitur Phænomenon quodcunque naturæ proponatur, antè omnia ſollicitè eſt inquirendum, ad quodnam genus id pertineat, atque utrum cauſa in viribus externis ſit quærenda, an in ipſo ſubjecto corpore? Quinetiam ſæpenumerò uſu venire poteſt, ut effectus utriuſque generis in eodem Phænomeno multùm ſint inter ſe permixti; quo caſu ſummo ſtudio ii à ſe invicem diſcerni antè debebunt, quàm cauſarum inveſtigatio ſuſcipiatur.

§. 3. His ritè perpenſis explicatio Galilei, quam in ſuis

Dialogis de æſtu Maris aſſignare eſt conatus, mox concidit; putavit enim Fluxum ac Refluxum Maris tantùm à motibus Terræ rotatorio circa axem & periodico circa Solem oriri, neque aliis viribus tribui oportere, niſi quæ hos motus cùm producant, tùm conſervent. Namque ſi ponamus Terram ſolo motu diurno eſſe præditam, iſte motus Mare aliter non afficiet, niſi id ſub Æquatore attollendo, ex quo figura Terræ ſphæroidica compreſſa naſcitur, motus verò reciprocus in Mari omninò nullus hinc generari poterit. Quòd ſi autem Terræ inſuper motum æquabilem in directum tribuamus, priora Phænomena nullo modo afficientur, ſed prorsùs eadem manebunt, quemadmodum ex principiis mechanicis clariſſimè perſpici licet, quibus conſtat motum uniformem in directum omnibus partibus Syſtematis cujuſcunque corporum æqualiter impreſſum nullam omninò mutationem in motu & ſitu partium relativo inferre. Abeat nunc motus iſte æquabilis Terræ in directum impreſſus in circularem vel ellipticum per vires quibus Terra perpetuò ad Solem urgeatur; ac ne hoc quidem caſu ullus motus reciprocus in Mari produci poterit; quod cùm per ſe eſt perſpicuum, tùm etiam ab ipſo Galileo non ſtatuitur: ipſe enim non tàm ex mixtione motûs vertiginis & periodici æſtum Maris proficiſci eſt arbitratus, quàm ex motu quocunque progreſſivo ſive rectilineo ſive curvilineo, ſi is cum motu rotatorio combinetur.

§. 4. Quanquàm autem motus Terræ periodicus circa Solem cum motu rotatorio circa axem conjunctus nullum in Mari motum reciprocum generare valet, tamen Mare, quod ſi motus eſſet æquabilis in directum in quiete perſiſteret, aliquantùm turbari debebit. Quòd ſi autem ad vim quâ Terra in orbitâ ſuâ continetur attendamus, non difficulter mutationem, quam Mare ab ea patietur, colligere poterimus. Nam cùm partes Terræ à Sole remotiores minori vi, propiores verò majori ſollicitentur, illæ ad majus tempus periodicum, hæ verò ad minus abſolvendum cogentur, ex quo partibus Terræ fluidis, ut potè mobilibus, motus ab

Oriente versùs Occidentem secundùm ecclipticam inducetur, hancque veram esse causam existimo ac præcipuam cur tàm Oceanus quàm aer sub Æquatore perpetuò habeat Fluxum ab ortu versùs occasum. Possem etiam ex eodem principio clarè ostendere tàm Maris, si omnino liberum esset, quàm aeris celeritatem tantam fore, qua tempore viginti-quatuor horarum spatium circiter viginti graduum absolvatur; sed cùm hæc inquisitio ad præsentem quæstionem propriè non pertineat, atque inclyta Academia fortassè alia occasione quæstiones hùc spectantes sit propositura, uberiorem explicationem hujus insignis Phænomeni eò usquè differendam esse censemus; hoc quidem tempore tantùm indicasse contenti, motum Terræ periodicum conjunctim cum motu diurno Mari motum aliquem imprimere posse, sed neutiquam motum reciprocum, uti Galileus est arbitratus.

§. 5. Uti in omnibus omninò quæstionibus physicis multò facilius est, quæ non sit causa Phænomeni cujuspiam oblati, quàm quæ sit, ostendere; ita etiam præsens quæstio de Fluxu ac Refluxu Maris est comparata, ut non difficulter causas falsò assignatas possimus refellere. Ac primò quidem post eversam Galilei sententiam, explicatio æstûs Maris Cartesiana pressioni Lunæ innixa tot tantisque laborat difficultatibus, ut omninò subsistere nequeat. Præterquàm enim quòd istiusmodi pressio aliundè probari nequeat, atque ad hoc solum Phænomenon explicandum gratuitò assumatur, observationibus etiam minimè satisfacit. In aperto enim ac libero Oceano aquam mox post transitum Lunæ per Meridianum elevari observamus, cùm secundùm Cartesii sententiam eodem tempore deprimi deberet; neque præterea hoc modo satis distinctè explicatur, cur Luna sub Terra latens eundem ferè effectum exerat, ac si super Horizonte versatur. Deinde hoc idem negotium non feliciori successu aggressus est Wallisius causam in communi centro gravitatis Terræ & Lunæ quærens, cujus explicatio mox satis dilucidè est subversa. Superest denique Newtoni theoria, quæ nemine contradicente

contradicente Phænomenis multò magis est consentanea: at in ea id ipsum quod hoc loco quæritur, causa scilicet physica, non assignatur, sed potiùs ad qualitates occultas referri videtur; interim tamen ne hæc quidem theoria satis est evoluta, ut de ejus sive consensu sive dissensu cum observationibus judicium satis tutum ferri queat.

§. 6. Cùm igitur dubium sit nullum, quin Fluxûs ac Refluxûs Maris causa in viribus externis & realibus sit posita, quæ si cessarent, simul æstus Maris mox evanesceret, ubi lateant hæ vires & quomodo sint comparatæ potissimùm nobis erit explicandum, hoc enim est id ipsum, quod celeberrima Academia Scientiarum Regia in quæstione proposita requirit. Neque verò vires tantummodò indicasse sufficiet, verùm prætereà id maximè erit monstrandum, quomodo istæ vires agant, atque hos ipsos effectus, quos observamus, non verò alios producant; in hoc enim totius quæstionis cardo, explicationis scilicet confirmatio, vertitur. Quoniam autem plerumque pluribus viribus excogitandis idem Phænomenon explicari potest, studium adhibendum est summum in hac indagatione, ne ad vires inanes atque imaginarias delabamur, quæ in mundo neque sunt neque locum habere possunt. Parum enim scientiæ naturali consulunt, qui quovis Phænomeno oblato sibi pro arbitrio mundi structuram peculiarem effingunt, neque sunt solliciti, utrùm ea compages cum aliis Phænomenis consistere queat, an verò secùs. Quòd si enim jam aliundè constet existere in mundo ejusmodi vires, quæ oblato effectui producendo sint pares, frustrà omne studium in conquisitione virium novarum collocabitur.

§. 7. Quoniam autem ad causam cujusque Phænomeni detegendam, ad singulas circumstantias sedulò attendere necesse est, ante omnia mirificum consensum æstûs Maris cum motu Lunæ contemplari conveniet. Non solùm enim insignis harmonia inter æstum Maris ac Lunæ motum diurnum deprehenditur, sed etiam revolutio synodica respectu Solis ingentem affert varietatem. Omnes denique observa-

tiones abundè declarant rationem Fluxûs & Refluxûs Maris à ſitu cùm Lunæ tùm etiam Solis conjunctim pendere : ex quo ſtatim prono ratiocinio conſequitur, vires illas æſtum Maris producentes, quæcunque etiam ſint, cùm Lunam potiſſimùm, tùm verò etiam Solem reſpicere debere. Quamobrem imprimis nobis erit inquirendum, utrum ejuſmodi vires Solem & Lunam reſpicientes, quæ in aquis talem effectum, qualis eſt æſtus Maris, producere queant, jure ac ratione ſtatui poſſint, an secùs. Ac ſi pluribus modis iſtiuſmodi vires animo concipere liceat, diligenter erit diſpiciendum, quænam cum aliis Phænomenis conſiſtere poſſint nec ne. Quantumvis enim explicatio quæpiam cum Phænomenis conſpiret, niſi virium, quæ aſſumuntur, exiſtentia aliundè comprobetur, labili ea omninò innititur fundamento. Quòd ſi autem contrà effectus ejuſmodi viribus tribuatur, quas in mundo reverà exiſtere alia Phænomena clarè docuerunt, atque ſummus explicationis cum experientiâ conſenſus deprehendatur, dubium erit nullum, quin iſta explicatio ſit genuina & ſola vera.

§. 8. Quamvis autem certis viribus Lunæ ac Soli tribuendis Phænomenon æſtûs Maris commodè explicari poſſet, tamen ob hanc ſolam cauſam iſtiuſmodi vires ſtatuere nimis audax videtur: quamobrem imprimis erit diſpiciendum, num aliæ rationes ejuſmodi vires non ſolùm admittant, ſed etiam actu exiſtere manifeſtò indicent. Perluſtremus igitur vires, quas jam aliundè in mundo vigere novimus, ſciſcitemurque paucis an ad motum reciprocum Oceano inducendum ſint idoneæ: tales enim vires ſi in mundo jam extent, omnis labor in aliis inquirendis impenſus irritus foret ac ridiculus. Ac primò quidem ſi Solem ſpectamus, motus Terræ annuus omninò declarat Terram perpetuò versùs Solem urgeri & quaſi attrahi, idque fortiùs in minori diſtantia, debiliùs verò in majori; atque adeò hanc Solis vim in Terram rationem tenere reciprocam duplicatam diſtantiarum : ex quo ſponte ſequitur non ſolùm univerſam Terram, ſed etiam ſingulas ejus partes perpetuò versùs Solem urgeri. Tota

quidem Terra æquè fortiter ad Solem sollicitatur, ac si omnis materia in ejus centro esset congesta; interim tamen partes circa superficiem sitæ vel magis vel minùs ad Solem allicientur, quàm totum Terræ corpus, prouti vel minùs vel magis sint remotæ à Sole, quàm centrum Terræ. Hinc igitur fit, ut hæc eadem vis ad Solem tendens aquam modò magis modò minus trahat, ex quâ alternâ actione motus reciprocus in Fluidis necessariò oriri debet. Quocircà ista Solis vis in præsenti negotio neutiquam negligi poterit, cùm ea, si fortè sola causam æstûs Maris non constituit, certè effectum aliarum virium necessariò afficere ac turbare debeat.

§ 9. Quemadmodùm autem Terra cum omnibus suis partibus versùs Solem sollicitatur, ita eorum sententia non multùm à veritate abhorrere videtur, qui in Lunâ similem vim collocant. Observationes quidem hujusmodi vim in Lunâ non demonstrant sicuti in Sole; cùm motus Terræ in orbitâ suâ à Luna omninò non affici deprehendatur: sed si docuerimus eandem vim ad Lunam respicientem, quæ æstui Maris producendo sit par, in motu Terræ nullam sensibilem anomaliam producere valere, audacia, quæ fortè in talis vis admissione consistere videatur, multùm mitigabitur. Hujusmodi autem vis existentia aliis rationibus, nullo ad æstum Maris habito respectu, satis clarè evinci potest; quia enim nullum est dubium, quin Luna ad Terram constanter feratur, ob æqualitatem actionis & reactionis, Terram quoque versùs Lunam pelli necesse est. Namque si ponamus Sole penitùs sublato, Terræ ac Lunæ omnem motum subitò adimi, Luna utique ad Terram accedet; nemo autem non concedet, probè perpensis principiis mechanicis, Terram intereà non prorsùs esse quieturam, sed Lunæ obviam ituram, concursumque in communi gravitatis centro contingere: hoc autem evenire non poterit, nisi Terra actu ad Lunam sollicitetur. Deindè in ipsâ Lunâ gravitatem dari similem huic, quam in Terrâ sentimus, negari non potest; nisi enim talis vis in Lunâ vigeret, partes Lunæ fluidæ, cùm ob gravitatem in Terram, tùm ob motum Lunæ

circa proprium axem, etsi sit admodùm lentus, & tempori periodico æqualis, jam dudùm avolassent, partesque solidæ consistentiam suam amisissent. Pluribus denique aliis rationibus ex natura vorticum petitis, magis confirmari posset tale corpus mundanum, cujusmodi est Luna, subsistere non posse, nisi vortice sit cinctum, quo gravitas in id generetur. Quòd si autem gravitationem versùs Lunam concedamus, cur ejus actionem non ad nos usquè admittamus, nulla omninò ratio suadet: quin potiùs ejusmodi vim similem statui conveniet, reliquis in mundo deprehensis, quæ quasi in infinitum porriguntur, atque inversam duplicatam tenent distantiarum rationem.

§. 10. His expositis manifestum est, & quasi experientia convictum, Terram cum singulis suis partibus tàm versùs Lunam quàm versùs Solem perpetuò sollicitari, atque utramque vim proportionalem esse reciprocè quadratis distantiarum. Hæ igitur vires, cùm actu existant, constanterque effectum suum exerant, in præsenti negotio, quo in causam æstûs Maris inquirimus, præteriri omninò nequeunt; nisi dilucidè antè sit probatum, eas non solùm Fluxum ac Refluxum non generare, sed ne quidem quicquam afficere. Si enim istæ vires ullum duntaxat motum reciprocum Mari inducere valeant, quantumvis is etiam sit exiguus, atque adeò æstui Maris fortassè contrarius, earum tamen ratio necessariò erit habenda, cùm sine illis vera causa, quæcumque sit, neque investigari neque cognosci possit. Neque præterea sanæ rationis præcepta permittunt alias vires excogitare, in iisque causam æstûs Maris collocare, antequam evidenter sit demonstratum, binas istas vires Solem Lunamque spectantes, quas non gratuitò assumsimus, sed ex certissimis Phænomenis in mundo existere novimus, ad Fluxum ac Refluxum Maris producendum non esse sufficientes. In sequentibus autem capitibus clarissimè sumus ostensuri, ab his duabus viribus non solùm in Oceano motum reciprocum generari debere, sed etiam eum ipsum, qui æstûs marini nomine insigniri solet: atque hanc ob rem

firmiter jam affirmamus veram Fluxûs ac Refluxûs causam in solis illis duabus viribus, quarum altera ad Solem est directa, altera ad Lunam, esse positam; hocque simul omnium eorum sententias funditùs evertimus, qui vel aliis omninò viribus idem Phænomenon adscribere, vel cum his ipsis alias vires conjungere conantur.

§. 11. Quæstio igitur de causa Fluxûs ac Refluxûs Maris, prouti ea ab Illustrissimâ Academiâ Regiâ est proposita, ad hanc deducitur quæstionem, ut binarum illarum virium, quibus singulæ Terræ partes cùm ad Solem tùm ad Lunam perpetuò urgentur, idque in distantiarum ratione reciprocâ duplicatâ, causa assignetur Physica. Ex quo tractationem nostram bipartitam esse oportebit. Primò scilicet ex principiis Mechanicis dilucidè erit ostendendum, à binis illis viribus Solem Lunamque respicientibus cùm Fluxum ac Refluxum Maris generatim oriri debere, tùm etiam hoc modo singula Phænomena distinctè explicari posse: hac enim parte absolutâ nullum supererit dubium, quin origo æstûs Maris his ipsis viribus, quas actu jam in mundo existere docuimus, debeatur. Deinde verò harum virium causa Physica indicari debet, cùm id sit præcipuum, quod Inclyta Academia requirit. Quod quidem ad illam partem attinet, in ejus explicatione minimè hæsitamus; & clarissimis certissimisque demonstrationibus evincere pollicemur, per istas vires omnia omninò æstûs Maris Phænomena absolutissimè explicari posse; quâ in re nulli dubitationi ullus relinquetur locus, cùm tota ad Geometriam & Mechanicam sublimiorem pertineat, calculoque analytico sit subjecta. Altera verò pars, in scientiam naturalem imprimis incurrens, majori difficultati videtur obnoxia, nec tantæ evidentiæ capax; verùm cùm ista res occasione plurium quæstionum ab Academiâ Celeberrimâ antehac propositarum jam tanto studio sit investigata atque absoluta, eam non minori certitudine expedire confidimus.

§. 12. Explosis hoc saltem tempore qualitatibus occultis, missâque Anglorum quorumdam renovatâ attractione,

quæ cum saniori philosophandi modo nullatenùs consistere potest, omnium virium quæ quidem in mundo observantur, duplex statuendus est fons atque origo. Nempe cùm viribus tribuatur vel motûs generatio vel immutatio, iste effectus semper vel ab allisione corporum, vel à vi centrifugâ proficiscitur, quarum actionum utraque facultati, quâ omnia corpora sunt prædita in statu suo sive quietis sive motûs æquabilis in directum perseverandi, debetur. Ob hanc enim ipsam facultatem corpus in motu positum alia corpora, quæ vel ipsius motui directè sunt opposita, vel ejus directionem mutare cogunt, ad motum sollicitat; atque priori casu regulæ collisionis corporum, posteriori verò vis centrifugæ indoles & proprietates oriuntur ac demonstrantur. Cùm igitur omnia corpora terrestria tam versùs Solem, quàm versùs Lunam perpetuò sollicitentur, causa hujus sollicitationis vel continuo appulsui materiæ cujusdam subtilis, vel vi centrifugæ similis materiæ tribui debebit. Priori igitur casu materiam subtilem statui oporteret, quæ constanter summâ rapiditate cùm ad Solem tùm ad Lunam ferretur: hujusmodi verò hypothesis ob maximas difficultates, quibus est involuta, admitti minimè potest. Primò enim perpetuò novis viribus esset opus, quæ materiam subtilem indesinenter versùs Solem Lunamque pellerent, quâ quidem re quæstio non majorem lucem assequeretur. Deinde talis motus per se diu consistere non posset, propter perpetuum materiæ subtilis ad eadem loca affluxum nullumque refluxum, ut taceamus alia maxima incommoda cum istiusmodi positione permixta.

§. 13. Exclusâ igitur materiæ subtilis continuâ allisione, tanquam ad vires cùm ad Solem tùm Lunam tendentes producendas minimè idonea, alia harum virium causa non relinquitur, nisi quæ in vi centrifuga consistat. Quemadmodum autem materia subtilis in gyrum acta ac vorticem formans non solùm animo concipi, sed etiam in mundo persistere queat, jam satis superque est expositum, cùm in dissertationibus, quæ cùm quæstio de causa gravitationis agitaretur,

laudes Illustrissimæ Academiæ merebantur, tùm etiam in aliis operibus; quibus in locis simul dilucidè est ostensum, quomodo ejusmodi vortices comparatos esse oporteat, ut vires centrifugæ fiant quadratis distantiarum à centro vorticis reciprocè proportionales. Quæ res cùm meo quidem judicio jam tam plana sit facta, ut vix quicquam ad præsens institutum attinens adjici queat, vorticum ulteriori examini sine ulla hæsitatione supersedemus; idque eò magis, quòd Celeberrima Academia ejusmodi amplam atque adeò jam confectam digressionem postulare haud videatur. Quoniam enim quæstio de causa gravitatis cùm versùs Terram tùm etiam versùs Solem & Planetas jam satis est investigata ac diremta; nunc quidem, si cujuscunque Phænomeni causa eò fuerit perducta, ibidem acquiescendum videtur, neque actum agendo denuò in causâ gravitatis investigandâ nimiùm immorari conveniret. Denique in præsenti negotio sufficere posset, si æstûs Maris causa adhuc tantis tenebris obvoluta ad alia maximè aperta Phænomena reducatur, quorum causa non solùm habetur probabilis, sed etiam quæ sola sit veritati consentanea, cujusmodi est gravitatio tàm versùs Solem quàm Lunam.

§. 14. Causam igitur Fluxûs ac Refluxûs Maris proximam in binis vorticibus materiæ cujusdam subtilis collocamus, quorum alter circa Solem alter verò circa Lunam ita circumagatur, ut in utroque vires centrifugæ decrescant in duplicatâ ratione distantiarum à centro vorticis; quæ lex vis centrifugæ obtinebitur, si materiæ subtilis vorticem constituentis celeritas statuatur tenere rationem reciprocam sub duplicatam distantiarum à centro vorticis. Quæcunque igitur corpora in istiusmodi vortice posita ad ejus centrum pellentur vi acceleratice, quæ pariter ac vis centrifuga quadratis distantiarum reciprocè est proportionalis. Vis absoluta autem quâ corpus quodpiam in datâ distantiâ à centro vorticis collocatum eò urgetur, pendet à celeritate materiæ subtilis absolutâ. Ac primò quidem quod ad

vorticem circa Solem rotatum attinet, ejus vis absoluta ex tempore Terræ periodico cum distantia ejusdem à Sole comparato tanta colligitur, ut corpus, cujus distantia à centro Solis æqualis est semidiametro Terræ, eò sollicitetur vi, quæ sit 227512 vicibus major, quàm est gravitas naturalis in superficie Terræ. Metiemur autem hanc ipsam vim absolutam cujusque vorticis, per vim, quam idem vortex exerit in distantiâ à suo centro semidiametro Terræ æquali: ex quo si vis gravitatis terrestris designetur per 1. erit vis absoluta Solis = 227512, cujus numeri loco brevitatis gratiâ utemur litterâ S. Simili modo vim vorticis Lunam cingentis absolutam indicabimus litterâ L, cujus valorem Newtonus rectè cùm ex ipso Fluxu ac Refluxu Maris, tùm etiam ex præcessione Æquinoctiorum constituisse videtur circiter $\frac{1}{40}$. Quare si, positâ Terræ semidiametro = 1, corporis cujusdam à centro Solis vel Lunæ distantia fuerit X, erit vis, quâ id corpus vel ad Solem sollicitatur vel ad Lunam, vel $= \frac{S}{xx}$ vel $= \frac{L}{xx}$, uti ex indole horum vorticum prona consequentia fluit. In his quidem litterarum S & L determinationibus assumsimus mediam Solis à Terra distantiam 20620 semidiametrorum Terræ, quæ ex parallaxi horizontali 10″ sequitur, Lunæ verò à Terra distantiam mediam 60 semid. Terræ; interim tamen vires ad Mare movendum hinc ortæ ab his hypothesibus non pendent, uti ex sequentibus patebit.

§. 15. Quoniam igitur æstum Maris per binas vires, quarum altera Solem respicit, altera Lunam, sumus expositturi, facilè videri possemus eandem omninò explicationem suscipere, quam Newtonus dedit in suis Principiis Mathematicis Philosophiæ Naturalis. Primùm autem notandum est, quòd si Newtonus veram causam hujus Phænomeni assignasset, summoperè absurdum atque absonum foret, novitatis studio aliam causam, quæ certò falsa futura esset, excogitare. Deinde verò Newtonus ne vestigium quidem reliquit, ex quo causa harum virium attractivarum,

varum, quas Soli Lunæque tribuit, colligi posset, sed potiùs de causæ Physicæ inventione, qualem Academia Regia potissimum requirit, desperasse videtur; id quod ejus asseclæ apertè testantur, qui attractionem omnibus corporibus propriam esse, neque ulli causæ externæ deberi firmiter asserunt, atque adeò ad qualitates occultas confugiunt. Denique Newtonus deductionem & expositionem omnium Phænomenorum ad æstum Maris pertinentium minimè perfecit, sed quasi tantum adumbravit; plena enim explicatio tot tamque difficilium Problematum solutionem postulat, quæ Newtonus non est aggressus: cùm enim hujus quæstionis enodatio amplissimos calculos requirat, ipse analysin vitans pleraque tantum obiter indicasse contentus fuit; ob quem defectum plurimis adhuc dubiis circa ipsius explicationem locus est relictus. Neque enim in his viribus veram æstûs Maris causam contineri antè certum esse potest, quàm absoluto calculo perfectus consensus Phænomenorum cum Theoriâ fuerit declaratus.

CAPUT SECUNDUM.

De viribus Solis & Lunæ ad Mare movendum.

§ 16. Effectus, quos vires cùm Solis tùm Lunæ antè stabilitæ in Terram exerunt, ad duo genera sunt referendi: quorum alterum eos complectitur effectus quos Sol ac Luna in universam Terram tamquam unum corpus consideratam exercet; alterum verò eos, quos singulæ Terræ partes à viribus Solis ac Lunæ patiuntur. Ad effectus prioris generis investigandos, omnis Terræ materia tanquam in unico puncto, centro scilicet gravitatis, collecta consideratur, ac tàm ex motu insito quàm viribus sollicitantibus motus Terræ progressivus in sua orbita determinari solet. Ex hocque principio innotuit vim hanc Solis efficere, ut Terra circa Solem in orbita elliptica

circumferatur, vim Lunæ autem tam esse debilem, ut vix ac ne vix quidem ullam sensibilem perturbationem in motu Terræ annuo producere valeat. Contrà autem docebitur, vim Lunæ ad partes Terræ inter se commovendas ac Mare agitandum multò esse fortiorem vi Solis; ex quo plerisque primo intuitu summè paradoxon videatur, quòd vis Lunæ in priori casu respectu vis Solis evanescat, cùm tamen eadem casu posteriori multum excedat vim Solis. Sed mox, cùm effectus utriusque generis diligentiùs evolvemus & perpendemus, satis dilucidè patebit, eos inter se maximè discrepare, atque à vi, quæ in universam Terram minimum exerat effectum, maximam tamen agitationem partium Terræ inter se oriri posse & vicissim.

§. 17. Ad illum autem harum virium effectum, qui in commotione partium Terræ inter se consistit, dijudicandum, ante omnia probè notari oportet, si singulæ Terræ partes viribus æqualibus & in directionibus inter se parallelis sollicitentur, eo casu nullam omnino commotionem partium oriri, etiamsi sint maximè fluidæ nulloque vinculo invicem connexæ, sed totum virium effectum in integro tantum corpore movendo consumtum iri; perindè ac si totum Terræ corpus vel in unico puncto esset conflatum, vel ex materiâ firmissimè inter se connexâ constaret. Ex quo manifestum est partes Terræ saltem fluidas, quæ viribus cedere queant, inter se commoveri non posse, nisi à viribus dissimilibus urgeantur: atque hanc ob rem non magnitudo virium partes Terræ sollicitantium, sed potiùs dissimilitudo, quâ cùm quantitatis tùm directionis ratione inter se discrepant, eum effectum, quo situs partium mutuus perturbetur, producit. Ita vis Solis, etsi est maxima, tamen ob insignem distantiam partes Terræ ferè æqualiter afficit, contrà verò vis Lunæ ob propinquitatem admodùm inæqualiter: unde à Luna multò major agitatio Oceani resultat, quàm à Sole, quamvis ea vis, quæ ad Solem tendit, insigniter major sit alterâ Lunam respiciente. Atque hoc pacto dubium antè allatum funditùs tollitur,

hocque adhuc planius fiet, si utriusque vis effectus ad calculum revocabimus.

§. 18. Ad inæqualitatem igitur virium quibus singulæ Terræ partes vel à Sole vel à Luna sollicitantur, definiendam, ante omnia vim, quâ universa Terra, si in suo centro gravitatis esset concentrata, afficeretur, determinari oportet, hæcque est ea ipsa vis, quæ Terræ motum progressivum in sua orbita respicit & turbat; deinde dispiciendum est, quantùm vires, quibus singulæ Terræ partes urgentur, tàm ratione quantitatis quàm directionis ab illâ vi totali discrepent. Quòd si enim nulla deprehendatur differentia, partes quoque singulæ situm suum relativum inter se retinebunt; at quò major erit differentia inter vires illas singulas partes sollicitantes, eò magis eæ inter se commovebuntur, situmque relativum permutabunt. In hac autem investigatione, simul gravitatis naturalis, quâ omnia corpora versùs centrum Terræ tendunt, ratio est habenda; hæc enim vis in causa est, quòd quantumvis vires Solis & Lunæ in diversis Terræ regionibus sint inæquales, æquilibrii tamen status detur, in quo partes tandem singulæ conquiescant, neque perpetuò inter se agitari pergant. Atque hanc ob rem singulæ Terræ partes à tribus viribus sollicitatæ considerari debebunt, primò scilicet à propriâ gravitate, quâ directè deorsum nituntur; tùm verò à vi, quâ ad Solem urgentur, ac tertiò à vi versùs Lunam directâ; hæque tres vires, cujusmodi Phænomena quovis tempore in partibus Terræ fluidis gignant, erit investigandum.

§. 19. Quò igitur vim totalem, quâ Terra vel à Sole vel à Luna urgetur, definiamus, consideremus primùm peripheriam circuli MN tanquam ex materiâ homogeneâ conflatam, cujus centro P verticaliter immineat Sol vel Luna in S, ita ut recta PS ad planum circuli MN sit perpendicularis. Sit circuli hujus radius $PM = y$, & distantia $SP = x$, ac vis sive Solis sive Lunæ absoluta $= S$. His positis elementum peripheriæ Mm pelletur ad S in

FIG. I.

directione MS vi acceleratrice $= \frac{S}{MS^2} = \frac{S}{xx+yy}$, positâ cùm vi gravitatis naturalis in superficie Terræ $= 1$, tùm etiam semidiametro Terræ $= 1$: atque hanc ob rem elementum Mm versùs S nitetur vi $= \frac{S.Mm}{xx+yy}$. Resolvatur hæc vis in binas laterales, quarum alterius directio cadat in MP, alterius verò sit parallela directioni PS; atque evidens erit vires omnes MP per totam peripheriam se mutuò destruere, alterarum verò mediam directionem cadere in PS, ac vim his omnibus æquivalentem iisdem conjunctim sumtis fore æqualem. Trahetur autem elementum Mm in directione ipsi PS parallela vi $= \frac{Sx.Mm}{(xx+yy)^{\frac{3}{2}}}$, unde positâ ratione radii ad peripheriam $= 1:\pi$ tota circuli MN peripheria, quæ erit $= \pi y$, urgebitur seu quasi gravitabit versùs S in ipsâ directione PS vi $= \frac{\pi Sxy}{(xx+yy)^{\frac{3}{2}}}$. Vis autem acceleratrix quâ hæc peripheria circuli versùs S sollicitabitur, prodibit, si vis motrix inventa dividatur per massam movendam, quæ est $= \pi y$, eritque $= \frac{Sx}{(xx+yy)^{\frac{3}{2}}}$.

FIG. II. §. 20. Hoc præmisso, contemplemur superficiem sphæricam genitam conversione circuli AMB circa diametrum AB; sitque semidiameter $AC = BC = r$; erit ipsa superficies $= 2\pi rr$. Jam attrahatur hæc superficies ad Solem Lunamve in S, existente distantiâ $SC = a$; atque ad vim totalem seu conatum quo integra superficies ad S tendet, inveniendum, concipiatur annulus genitus conversione elementi Mm circa diametrum AB, quæ protensa per S transeat. Positis igitur $SP = x$, $PM = y$, erit per §. præc. conatus hujus annuli in directione $PS = \frac{\pi Sxy.Mm}{(xx+yy)^{\frac{3}{2}}}$. At posito $Pp = dx$, erit $Mm = \frac{rdx}{y}$, & $xx+yy = 2ax - aa + rr$, unde annuli conatus versùs S erit $= \frac{\pi Srxdx}{(2ax-aa+rr)^{\frac{3}{2}}}$, cujus integrale est $= C + \frac{\pi Sr(ax-aa+rr)}{\sqrt{(2ax-aa+rr)}}$, ex quo conatus portionis superficiei sphæricæ conversione arcus AM

ortæ prodibit $= \frac{\pi Srr}{aa} + \frac{\pi Sr(ax-aa+rr)}{\sqrt{(2ax-aa+rr)}}$. Quare si ponatur $SP=SB$ seu $x=a+r$, emerget conatus totius superficiei sphæricæ $= \frac{2\pi Srr}{aa}$: hincque cùm ipsa superficies sit $= 2\pi rr$, erit vis acceleratrix quâ superficies sphærica actu versùs S tendet $= \frac{S}{aa}$, ideoque tanta, quanta foret, si tota superficies in centro C esset collecta.

§. 21. Cùm igitur superficies sphærica perinde ad Solem sive Lunam in S sollicitetur, ac si tota in ipso centro esset conflata, hæc proprietas ad omnes superficies sphæricas, ex quibus integra Sphæra composita concipi potest, patebit, dummodo singulæ hæ superficies ex materiâ homogeneâ constent, sive quod eodem redit, ipsa Sphæra in iisdem à centro distantiis sit æquè densa. Hanc ob rem ejusmodi Sphæra quoque perinde ad S in directione PS urgebitur, ac si tota ipsius materia in centro C esset concentrata; hæcque proprietas non solùm in ejusmodi Sphæras competit, quæ totæ ex materiâ uniformi sunt confectæ, sed etiam ut jam indicavimus, in tales, quæ ex materiâ constant difformi, dummodo in æqualibus à centro distantiis, materia circumquaque sit homogenea seu saltem ejusdem densitatis. Cùm igitur Terram sibi repræsentare liceat tanquam Sphæram, si non ex uniformi materiâ conflatam, tamen sine ullo errore ita comparatam, ut in æqualibus circa centrum intervallis materiam æquè densam includat, Terra quoque universa tàm à Sole quàm à Luna æquè sollicitabitur, ac si omnis ejus materia in centro esset collecta. Quanquam enim nunc quidem accuratissimis ab Illustrissimâ Academiâ Regiâ institutis passim mensuris satis est demonstratum, Terræ figuram ad polos esse compressam, tamen tantilla à perfectâ Sphærâ aberratio, in aliis quidem negotiis maximi momenti, in hoc instituto tutò negligi potest. Parique ratione, etiamsi Terra in æqualibus à centro distantiis non sit æquè densa, tamen differentia certè non est tanta, ut error sensibilis inde sit metuendus.

§. 22. Ut igitur vires inveniantur, quæ tendant ad ſitum partium Terræ relativum immutandum, definienda eſt vis acceleratrix, quâ centrum Terræ ſive ad Solem ſive ad Lunam urgeatur: quâ cognitâ, ſi comperiantur omnes Terræ partes æqualibus viribus acceleratricibus & in directionibus parallelis urgeri, nulla omnino ſitûs mutatio, nullaque proinde Maris agitatio orietur. Sed Terra in ſe ſpectata omnium partium ſitum mutuum invariatum conſervabit. At ſi vires, quibus ſingulæ partes à Sole aut Luna urgentur, diſcrepent à vi centrum Terræ afficiente, tàm ratione quantitatis quàm directionis, tum niſi firmiſſimè inter ſe ſint connexæ in ſitu ſuo mutuo perturbari debebunt. Hocque caſu aquæ, quæ ob fluiditatem vi etiam minimæ cedunt, ſenſibiliter agitabuntur, atque affluendo defluendoque aliis locis elevabuntur, aliis deprimentur. Cùm autem iſte motus, qui in ſingulis Terræ partibus generatur, à differentiâ inter vires centrum Terræ & ipſas partes ſollicitantes proficiſcatur, propria vis, quâ quæque particula agitabitur, innoteſcet, ſi à vi acceleratrice illam particulam ſollicitante auferatur vis acceleratrix, quam centrum Terræ patitur: hæcque ſubtractio ita inſtituitur, ut cuique particulæ præter vim actu eam ſollicitantem alia vis æqualis illi, quam centrum perpetitur, in directione contrariâ applicata concipiatur: tum enim vis quæ ex compoſitione harum duarum oritur, erit vera vis particulam illam de loco ſuo deflectens.

§. 23. Conſentanea eſt hæc reductio principiis Mechanicis, quibus ſtatuitur motum relativum in ſyſtemate quotcunque corporum & à quibuſcunque viribus ſollicitatorum manere invariatum, ſi non ſolùm toti ſyſtemati motus æquabilis in directum ſimul imprimatur, ſed etiam ſingulis partibus vires æquales, quarum directiones ſint inter ſe parallelæ, applicentur. Noſtro igitur caſu motus inteſtinus partium Terræ non turbabitur, ſi ſingulis particulis vires æquales in directionibus parallelis applicemus ut fecimus: quòd ſi autem iſtæ vires æquales ſint illi, quâ tota Terra ſeu centrum ſollicitatur, & contrariæ, hoc ipſo Terræ motum curvilineum & in-

æquabilem, quippe qui ab iisdem viribus oritur, adimemus. Quare si insuper toti Terræ motum æqualem & contrarium illi, quo actu fertur, impressum concipiamus, obtinebimus totam Terram quiescentem, atque etiamnunc partes perinde agitabuntur & inter se commovebuntur, ac si nullas istiusmodi mutationes intulissemus. Quilibet autem facilè percipiet, quantum ex hac reductione subsidium assequamur; multò enim facilius erit mutationes, quæ in ipsâ Terrâ accidunt, percipere atque explicare, si centrum Terræ constituatur immotum, quàm si totalis motus singularum partium motibus esset permixtus. Hanc ob rem istâ reductione quâ centrum Terræ in quietem redigitur, perpetuò utemur, quò Phænomena æstûs Maris, prouti in Terrâ immotâ sentiri debent, eliciamus; quippe qui est casus naturalis, ad quem omnes observationes sunt accommodatæ, omnes verò theoriæ accommodari debent.

§. 24. Concipiatur nunc Terra tota tanquam globus $ADBE$ urgeri ad Solem Lunamve in S existentem cujus vis absoluta seu ea, quam in distantia à centro suo S semidiametro Terræ æquali exerit, sit $= S$, distantia verò centri Terræ C ab S seu CS ponatur $= a$; eritque vis acceleratrix, quâ tota Terra tanquam in C collecta sollicitabitur in directione CS, $= \frac{S}{aa}$. Contemplemur jam particulam Terræ quamcunque M cujus situs ita sit definitus, ut sit $CP = x$ & $PM = y$, existente MP normali ad CS; hinc igitur habebitur $SP = a - x$ & $SM = \sqrt{((a-x)^2 + y^2)}$. Vis igitur acceleratrix, quâ particula M versùs S pelletur, erit $= \frac{S}{(a-x)^2 + y^2}$; à quâ cùm auferri debeat vis, quâ tota Terra versùs S nititur, concipienda est particulæ M applicata vis $= \frac{S}{aa}$ in directione MN ipsi CS parallela & opposita; quæ duæ vires particulam M æquè afficient ac si universa Terra quiesceret vel uniformiter in directum moveretur, qui casus ab illo non differt. Ex his igitur ambabus viribus conatus innotescet, quo particula M à vi ad S

FIG. III.

directa de loco suo recedere annitetur : ad ipsum autem motum definiendum insuper vis gravitatis erit respicienda : & quia hæc particula non est libera, sed quaquaversùs materiâ terrestri circumdata, investigari oportet, quantum ista materia effectum viribus sollicitantibus concedat.

§. 25. Quoniam autem in hoc capite nobis nondum est propositum in ipsum effectum ab his viribus oriundum inquirere, sed tantum conatum evolvere atque explorare; diligentiùs perpendemus, cujusmodi vires ex combinatione harum potentiarum particulam M sollicitantium resultent. Hunc in finem resolvatur vis MS in duas laterales, quarum alterius directio parallela sit ipsi CS, altera verò in MP cadat : ex quo reperietur vis illa particulam M in directione MQ urgens $= \frac{S(a-x)}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$; altera verò vis in directione MP trahens $= \frac{Sy}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$. Cùm autem particula M insuper trahatur in directione MN vi $= \frac{S}{aa}$, tres istæ vires à Sole Lunave in S existente reducentur ad duas, quarum altera in directione MQ urgens erit $= \frac{S(a-x)}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{S}{a^2}$, altera verò directionem habens MP $= \frac{Sy}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$. Quare si rectæ MQ & MP his viribus proportionales capiantur, & rectangulum $MQOP$ compleatur exprimet diagonalis MO tàm directionem quàm quantitatem vis ex tribus præcedentibus ortæ : erit autem anguli OMP tangens $= \frac{a-x}{y} - \frac{((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}{a^2 y}$; quo cognito, si fiat ut MP ad MO ita $\frac{Sy}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$ ad quartam, hæc ipsa quarta proportionalis erit vis particulam M in directione MO sollicitans, quæ oritur à vi ad S tendente.

§. 26. Ut autem istæ vires faciliùs cum gravitate naturali, cujus directio est MC, conjungi queant, resolvantur eæ in

in binas, quarum altera in ipsam directionem MC cadat, alteriùs verò directio sit MR normalis ad MC. Ad hoc commodissimè præstandum, resolvatur vis MS primùm in duas, quarum altera ut antè directionem habeat ipsi CS parallelam, alteriùs verò directio in ipsam MC incidat. Cùm igitur sit $MC = \surd(x^2 + y^2)$, erit prior vis $= \frac{Sa}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$, posterior verò $= \frac{S\surd(x^2+y^2)}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$, quâ vis gravitatis augebitur. At si à priori auferatur vis $= \frac{S}{aa}$, remanebit vis particulam M in directione MQ sollicitans $= \frac{Sa}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{S}{a^2}$. Jam ex Q in CM productam demittatur perpendiculum QV, eritque ob similitudinem triangulorum QVM & MPC vis gravitati contraria secundùm directionem MV agens ex vi MQ orta $= \frac{Sax}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}\surd(x^2+y^2)} - \frac{Sx}{a^2\surd(x^2+y^2)}$; unde omninò particula M à vi ad S tendente versùs C urgebitur vi $= \frac{Sx}{a^2\surd(x^2+y^2)} - \frac{S(ax-xx-yy)}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}\surd(x^2+y^2)}$. Præterea verò eadem particula M in directione MR ad MC normali sollicitabitur vi $= \frac{Say}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}\surd(x^2+y^2)} - \frac{Sy}{a^2\surd(x^2+y^2)}$.

§. 27. Tametsi istæ expressiones tantoperè sint compositæ, ut parum ex iis ad usum deduci posse videatur, tamen si consideremus distantiam Lunæ à Terra, multò magis autem distantiam Solis, vehementer excedere quantitatem Terræ, ac propterea quantitates x & y; per approximationem satis commodas formulas ex iis derivare licebit. Cùm enim sit proximè $\frac{1}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = (a^2 - 2ax + x^2 + y^2)^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{a^3} + \frac{3(2ax-xx-yy)}{2a^5} + \frac{15(2ax-xx-yy)^2}{8a^7}$, loco $\frac{1}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$

ſatis tutò ſubſtitui poterit $\frac{1}{a^3} + \frac{3x}{a^4} + \frac{3(4xx-yy)}{2a^5}$. Ex his autem obtinebitur vis, quâ particula *M* præter gravitatem à vi Solis ſive Lunæ in *S* exiſtentis ad centrum Terræ *C* in directione *MC* urgetur, $= \frac{S(yy-2xx)}{a^3\sqrt{(x^2+y^2)}} + \frac{3Sx(3yy-2xx)}{2a^4\sqrt{(x^2+y^2)}}$ Præterea autem eadem particula *M* ſollicitabitur in directione *MR* ad *MC* normali, vi $= \frac{3Sxy}{a^3\sqrt{(x^2+y^2)}} + \frac{3Sy(4xx+yy)}{2a^4\sqrt{(x^2+y^2)}}$ $= \frac{3Sy}{a^3\sqrt{(x^2+y^2)}}\left(x + \frac{4xx-yy}{2a}\right)$. Atque cùm in his formulis termini primi poſteriores multis vicibus excedant, rem craſſiùs inſpiciendo, particula *M* à vi Solis Lunæve ſecundùm *MC* urgebitur vi $= \frac{S(yy-2xx)}{a^3\sqrt{(x^2+y^2)}}$, in directione verò *MR* vi $= \frac{3Sxy}{a^3\sqrt{(x^2+y^2)}}$.

§. 28. Ex his igitur poſtremis formulis intelligitur ab actione Solis ſive Lunæ in *S* exiſtentis gravitatem particulæ *M* augeri, ſi ejus ſitus reſpectu rectæ *SC* ita fuerit comparatus, ut ſit $yy > 2xx$ hoc eſt tangens anguli $MCP > \sqrt{2}$ poſito ſinu toto $= 1$, contrà verò gravitatem diminui, ſi fuerit $yy < 2xx$. Quare cùm angulus cujus tangens eſt $= \sqrt{2}$ contineat 54°, 45′ circiter, ſi concipiatur circulus Terræ maximus quicunque *ADBE*, cujus planum per punctum *S* tranſeat, in eoque ducantur rectæ *FCI* & *GCH*, quæ cum rectâ *SAB* angulos conſtituant 54° 45′; tùm omnes Terræ particulæ in ſpatiis *FCH* & *GCI* ſitæ gravitatis naturalis augmentum accipient, reliquæ verò particulæ in ſpatiis *FCG* & *HCI* poſitæ decrementum gravitatis patientur. Atque hinc, quâcumque Terræ particulâ propoſitâ, definiri poterit, quantùm ejus gravitas à Sole Lunâve in *S* exiſtente vel augeatur vel diminuatur. Altera verò vis, quâ particula *M* in directione horizontali *MR* urgetur, affirmativa erit, in eamque plagam, quæ in figura repræſentatur, verget, ſi quantitates *x* & *y* ambæ fuerint vel affirmativæ vel negativæ: contrariumque eveniet, ſi earum altera ſit affirmativa, altera negativa. Quare ſi parti-

FIG. IV.

FIG. III.

cula M ſita fuerit vel in quadrante ACD vel ACE, tum vis horizontalis ad rectam CA tendet; contrà verò hæc vis ad radium CB dirigetur, ſi particula M ſit vel in quadrante BCD vel BCE conſtituta. Ex quibus perſpicitur effectus vel Solis vel Lunæ in ambo hemiſphæria, ſuperius ſcilicet DAE & inferius DBE, inter ſe eſſe ferè ſimiles; quæ ſimilitudo quoque in ipſo æſtu Maris obſervatur. FIG. IV.

§. 29. Ponamus nunc particulam M in ipsâ Terræ ſuperficie eſſe conſtitutam, eritque $\sqrt{(x^2+y^2)} = 1$ ob Terræ ſemidiametrum $= 1$. Quare ſi particula M fuerit poſita in M, exiſtente anguli ACM ſinu $= y$ & coſinu $= x$, ejus gravitas naturalis acceleratrix à Sole Lunâve in S augebitur vi $= \frac{S(yy-2xx)}{a^3}$, ſecùndum horizontem autem in directione MR urgebitur vi $= \frac{3Sxy}{a^3}$. Gravitas igitur maximè augebitur, ſi particula M poſita fuerit in D vel E, quibus in locis punctum S in horizonte apparet; ibi verò gravitatis augmentum erit $= \frac{S}{a^3}$. In punctis autem A & B, quæ punctum S vel in ſuo zenith vel nadir poſitum habent, maximum deprehendetur gravitatis decrementum, quod ſcilicet erit $= \frac{2S}{a^3}$: ita ut maximum gravitatis decrementum duplò majus ſit quàm maximum incrementum. Vis autem horizontalis $\frac{3Sxy}{a^3}$ maxima evadet, ſi angulus ACM fuerit ſemirectus, id quod accidit in iis Terræ regionibus, in quibus punctum S conſpicitur vel 45° gradibus ſupra horizontem elevatum, vel tantundem ſub horizonte depreſſum latet: his igitur caſibus ob $xy = \frac{1}{2}$ fiet vis horizontalis $= \frac{3S}{2a^3}$. Hujus ergo vis effectus in hoc conſiſtet, ut directio gravitatis mutetur, atque versùs rectam SC inclinetur angulo cujus tangens eſt $= \frac{3S}{2a^3}$, exiſtente ſinu toto $= 1$, quia gravitatem unitate deſignamus.

§. 30. Hæ itaque vires ſi ſatis eſſent magnæ, in ponderibus utique ſentiri deberent, ac prior quidem gravitatem natu-

ralem vel augens vel diminuens in oſcillationibus pendulorum animadverti deberet, eorum motum vel accelerando vel retardando; poſterior verò vis ſitum pendulorum quieſcentium verticalem de hoc ſitu deflecteret, atque ad horizontem inclinatum efficeret. Quoniam autem hujuſmodi perturbationes non obſervamus, operæ pretium erit dilucidè monſtrare vires illas tam eſſe exiguas, ut hi effectus ſenſus noſtros omninò effugiant. Primùm igitur cùm pro Sole ſit $S = 227512$ atque $a = 20620$, erit $\frac{S}{a^3} = \frac{1}{38535570}$; pro Luna autem quia eſt $S = \frac{1}{40}$ & $a = 60$, erit $\frac{S}{a^3} = \frac{1}{8640000}$; ex quo vis Lunæ plus quàm quater major eſt vi Solis, ceteris paribus; atque ſi Solis & Lunæ vires prorsùs conſpirent, erit ex iis conjunctim $\frac{S}{a^3} = \frac{1}{7057700}$ ſeu proximè $= \frac{1}{7000000}$. Hinc maxima gravitatis diminutio, quæ quidem oriri poterit, erit $= \frac{1}{3500000}$, maximum verò incrementum $= \frac{1}{7000000}$: unde numerus oſcillationum ejuſdem penduli eodem tempore editarum, illo caſu erit ut $\sqrt{(1 - \frac{1}{3500000})}$ ſeu $1 - \frac{1}{7000000}$, hoc verò caſu ut $\sqrt{(1 + \frac{1}{7000000})}$ ſeu $1 + \frac{1}{14000000}$. Numeri ergo oſcillationum ab eodem pendulo eodem tempore abſolutarum, cùm gravitas maximè eſt diminuta, & cùm maximè eſt aucta, tenebunt rationem ut 13999998 ad 14000001, hoc eſt ut 4666666 ad 4666667; ex quo ſatis perſpicitur differentiam hanc minimè percipi poſſe. Similis autem omninò eſt ratio alterius Phænomeni declinationis ſcilicet à ſitu verticali comparata, quæ numquam ad $5'''$ exſurgere poteſt.



CAPUT TERTIUM.

De Figura, quam vires cùm Solis tùm Lunæ Terræ inducere conantur.

§. 31. CUm igitur in capite præcedente vires tàm à Sole quàm à Luna oriundas determinaverimus, quibus singulæ Terræ particulæ ad situm relativum cùm inter se tùm respectu centri, quod in hoc negotio tanquam quiescens consideratur, immutandum sollicitantur; ordo requireret, ut jam in ipsum motum, quo singulæ particulæ inter se commoveri debeant, inquireremus. Verùm cùm hæc investigatio sit altioris indaginis, atque opus habeat principiis mechanicis ad motum partium inter se respicientibus, qualia vix usquam adhuc reperiuntur; in hoc capite rem secundùm principia statica ulteriùs persequi pergamus, ac figuram determinemus, quam vires Solis & Lunæ cùm seorsim tùm etiam conjunctim inducere conantur. Hunc in finem Terram undequaque materiâ fluidâ seu aquâ cinctam contemplabimur, quò sollicitationibus obedire ac figuram iis convenientem actu induere queat. In hoc scilicet negotio Solem & Lunam pariter ac ipsam Terram quiescentes concipimus, ita ut inter se perpetuò eundem situm relativum conservent, quo pacto Terræ ab actionibus Solis ac Lunæ figura permanens mox induetur, quam tandiu retinebit, quoad idem situs relativus duret. Perspicuum autem est cognitionem hujus figuræ magno futuram esse adjumento ad ejusdem figuræ transmutationem definiendam, si tàm Soli quàm Lunæ motus tribuatur.

§. 32. Consideremus igitur primùm Terram in statu suo naturali, in quem se sola vi gravitatis composuit; in quo, cùm habitura sit figuram sphæricam, repræsentet circulus *ADBE* seu potiùs globus ejus rotatione ortus Terram, quam præterea undique aquâ circumfusam ponimus. Ver- FIG. V.

ſetur jam Sol vel Luna in *S*, à cujus vi cùm gravitas naturalis tam in *A* quàm in *B* diminuatur, in *D* verò & *E* augeatur, manifeſtum eſt Terram ſeu potiùs aquam illi circumfuſam elevatum iri in *A* & *B*, contrà verò in *D* & *E* deprimi, idque eouſque, quoad ſollicitationes à Sole Lunâve in *S* oriundæ cum vi gravitatis ad æquilibrium fuerint redactæ. Sit itaque curva *adbe* ea figura, quæ circa axem *ab* rotata generet Terræ formam, quam à vi ad *S* directâ tandem recipiet, atque cùm aquæ nunc ponantur in æquilibrio conſtitutæ, neceſſe eſt ut directio media omnium ſollicitationum, quibus ſingulæ Terræ particulæ in ſupremâ ſuperficie ſitæ urgentur, ad ipſam ſuperficiem ſit normalis. Quare ſi particulam quamcunque *M* ſpectemus; ea primùm à gravitate naturali in directione *MC* urgetur deorsùm, idque vi, quam conſtanter ponimus $= 1$; quippe quæ eſt ipſa gravitas in ſuperficie Terræ, eò quòd elevatio vel depreſſio hujus particulæ diſtantiam ejus à centro Terræ, à quâ variatio gravitatis pendet, ſenſibiliter non immutet. Deinde verò eadem particula *M* à vi in *S* exiſtente ſollicitatur duplici vi, quarum alterius directio in ipſam *MC* incidit, alterius verò in *MR* normalem ad *MC*. Quocirca trium harum virium mediam directionem incidere oportet in rectam *MN* normalem ad curvam *aMd*, quo ipſo natura hujus curvæ determinabitur.

§. 33. Dubium hîc ſubnaſci poſſet, quod cùm ad præſens inſtitutum omnium virium, quibus ſingulæ particulæ ſollicitantur, ratio haberi debeat, eam hîc negligamus, quæ à vi centrifugâ motûs Terræ diurni oritur, quippe quæ non ſolùm non eſt infinitè parva, ſed multis vicibus major, quàm vires quæ vel à Sole vel Lunâ reſultant: ſed quia hæc vis conſtantem producit effectum, Terræ ſcilicet figuram ſphæroidicam ad polos compreſſam, mutationem, quæ in Fluxu ac Refluxu Maris obſervatur, ſenſibiliter afficere nequit. Deinde quamvis hîc figuram Terræ ſphæricam ponamus, tamen in aberrationem præcipuè ab hac figurâ tam à Sole quàm Lunâ oriundam inquirimus: manifeſtum autem eſt,

quantum figura aquæ ob vires Solis Lunæve à sphæricâ recedat, tantundem aquæ figuram admisso motu diurno Terræ à figurâ sphæroidicâ esse discrepaturam. Quapropter in hoc negotio sufficere potest, si, Terrâ instar sphæræ perfectæ consideratâ, definiamus quantam differentiam in aquæ figurâ vires cùm Solis tùm Lunæ producant : hac enim determinatâ, si Terræ motus vertiginis restituatur, perspicuum erit totam figuram sub æquatore intumescere, sub polis autem subsidere ; ita tamen ut ubique eadem vel elevatio vel depressio aquæ à viribus Solis Lunæve maneat. Namque si ulla etiam varietas in æstu Maris à motu vertiginis Terræ proficiscatur, ea calculo monstrante nusquam major esse potest parte $\frac{1}{289}$ æstûs totalis; tantilla autem differentia notari non meretur, neque ob eam causam operæ prætium est tam complicatos & abstrusos calculos inire, ad quos perveniretur, si Terræ figura naturalis à sphæricâ diversa poneretur, atque insuper vis centrifuga à motu vertiginis Terræ in computum duceretur.

§. 34. Ad curvam igitur $aMdb$, cui ea quæ ex altera parte axis ab similis est & æqualis, determinandam, ponatur vis absoluta sive Solis sive Lunæ in S existentis $= S$, distantia $CS = a$, ac ducta semiordinata MP vocetur $CP = x$, & $PM = y$. Ex præcedenti igitur capite habebitur vis, quâ punctum M vel à Sole vel Lunâ versùs C urgebitur $= \frac{S(yy-2xx)}{a^3\sqrt{(xx+yy)}}$, insuper autem idem punctum M sollicitabitur in directione MR normali ad MC vi $=$ $\frac{3Syx}{a^3\sqrt{(xx-yy)}} + \frac{3Sy(4xx-yy)}{2a^4\sqrt{(xx+yy)}}$. Præter has verò vires punctum M gravitate naturali deorsum pellitur vi $= 1$ secundùm directionem MC, ita ut punctum M ab omnibus his viribus conjunctim in directione MC deorsum urgeatur vi $=$ $1 + \frac{S(yy-2xx)}{a^3\sqrt{(xx+yy)}}$ ubi ob 1 sequens terminus tutò negligi potest, & in directione MR vi $= \frac{3Syx}{a^3\sqrt{(xx+yy)}} = \frac{3Sy(4xx-yy)}{2a^4\sqrt{(xx+yy)}}$; quarum duarum virium si MN ponatur media directio,

prodibit per regulas compositionis motus anguli CMN tangens $= \frac{3Sy(2ax+4xx-yy)}{2a^4\sqrt{(xx+yy)}+2S(yy-2xx)}$, quæ divisione actu institutâ, iisque terminis neglectis in quorum denominatoribus a plures quàm quatuor obtinet dimensiones, abit in hanc expressionem $\frac{3Sxy}{a^3\sqrt{(xx+yy)}} + \frac{3Sy(4xx-yy)}{2a^4\sqrt{(xx+yy)}}$, quæ est ea ipsa formula, quâ vis MR exprimebatur. Quocirca angulus CMN prorsùs non pendet ab auctâ minutâve gravitate, sed tantùm à vi horizontali singulis particulis in Terræ superficie sitis impressâ.

§. 35. Quoniam verò hæc ipsa media directio MN debet esse ad curvam aMd in puncto M normalis, erit subnormalis $PN = \frac{-ydy}{dx}$ & $CN = \frac{xdx+ydy}{dx}$. Cùm igitur sit anguli MNP tangens $= \frac{-dx}{dy}$ & anguli MCP tangens $= \frac{y}{x}$, erit horum angulorum differentiæ, hoc est anguli CMN tangens $= \frac{ydy+xdx}{ydx-xdy}$, quæ superiori expressioni, quâ hæc eadem tangens designabatur, æqualis posita pro curvâ quæsitâ $aMdb$ sequentem præbebit æquationem $\frac{ydy+xdx}{ydx-xdy} = \frac{3Sxy}{a^3\sqrt{(xx+yy)}} + \frac{3Sy(4xx-yy)}{2a^4\sqrt{(xx+yy)}}$, ad quam integrandam ponimus $\sqrt{(xx+yy)} = z = MC$, & anguli MCA cosinum $\frac{x}{\sqrt{(xx+yy)}} = u$, unde fiet $x = uz$ & $y = z\sqrt{(1-uu)}$, atque $ydx - xdy = \frac{zzdu}{\sqrt{(1-uu)}}$, itemque $xdx + ydy = zdz$. Hac autem factâ substitutione, æquatio inventa abit in hanc $\frac{dz}{zz} = \frac{3Sudu}{a^3} + \frac{3Szdu(5uu-1)}{2a^4}$, cujus postremus terminus, qui ob parvitatem præ reliquis ferè evanescit, si abesset, foret integrale $\frac{1}{c} - \frac{1}{z} = \frac{3Suu}{2a^3}$ seu $z = c + \frac{3Sccuu}{2a^3}$ proximè. Ponamus itaque completum integrale esse $z = c + \frac{3Sc^2u^2}{2a^3} + \frac{3Sc^3V}{2a^4}$, ac factâ applicatione reperietur $V = \frac{5u^3-3u}{3}$, ita ut habeatur $z = c + \frac{3Sccuu}{2a^3} + \frac{Sc^3u(5uu-3)}{2a^4}$,

quod

quod autem integrale proximè tantum satisfacit; at mox alia via aperietur verum ipsius z valorem per u commodiùs & propiùs definiendi.

§. 36. Cùm autem soliditas sphæroidis, quod generatur ex conversione curvæ adb circa axem ab, æqualis esse debeat soliditati Sphæræ radio $CA = 1$ descriptæ, hinc constans quantitas c quæ per integrationem est ingressa, definietur: id quod commodissimè præstabitur, si utraque sphæroidis semissis, superior scilicet versùs S directa, atque inferior seorsim investigetur. Quoniam igitur pro semissi superiori est $CP = x = zu = cu + \frac{3Sccu^3}{2a^3} + \frac{Sc^3u^2(5uu-3)}{2a^4}$, & $MP^2 = y^2 = z^2(1-uu) = (1-uu)\left(cc + \frac{3Sc^3u^2}{a^3} + \frac{Sc^4u(5uu-3)}{a^4}\right)$, erit $\int yy\,dx$, cui soliditas genita conversione spatii $dCPM$ est proportionalis, $= c^3u - \frac{c^3u^3}{3} + \frac{5Sc^4u^3}{2a^3} - \frac{3Sc^4u^5}{2a^3} - \frac{3Sc^5u^2}{a^4} + \frac{21Sc^5u^4}{4a^4} - \frac{5Sc^5u^6}{2a^4}$. Posito igitur $u = 1$, prodibit superioris semissis ut $\frac{2}{3}c^3 + \frac{Sc^4}{a^3} - \frac{Sc^5}{4a^4}$. Simili modo cùm pro inferiori semissi sit $Cac = z = c + \frac{3Sc^2u^2}{2a^3} - \frac{Sc^3u(5u^2-3)}{2a^4}$, erit ejus soliditas ut $\frac{2}{3}c^3 + \frac{Sc^4}{a^3} + \frac{Sc^5}{4a^4}$; ex quibus totius sphæroidis soliditas erit ut $\frac{4}{3}c^3 + \frac{2Sc^4}{a^3}$. Quare cùm Sphæræ radio $= 1$ descriptæ soliditas pari modo definita, sit ut $\frac{4}{3}$, fiet $1 = c^3 + \frac{3Sc^4}{2a^3}$; hincque $c = 1 - \frac{S}{2a^3}$. Quamobrem pro curvâ quæsitâ habebitur, hoc valore loco c substituto, ista æquatio $z = 1 + \frac{S(3u^2-1)}{2a^3} + \frac{Su(5uu-3)}{2a^4}$; ex quâ natura istius curvæ luculenter cognoscitur.

§. 37. Hinc igitur perspicitur à Sole vel Lunâ in S existente aquam, cujus superficies antè erat in A, attolli in a, ita ut sit elevatio $Aa = \frac{S}{a^3} + \frac{S}{a^4}$; atque in regione oppositâ B, aquam pariter elevari per spatium $Bb = \frac{S}{a^3} - \frac{S}{a^4}$: unde patet aquas in A & B, ad eandem ferè altitudinem

elevari, cùm exceſſus ſuperioris elevationis ſuper inferiorem ſit tantum $\frac{2S}{a^4}$, quod diſcrimen reſpectu totius elevationis vix eſt ſenſibile. Contrà verò in regionibus lateralibus *D* & *E*, aqua circumquaque æqualiter deprimetur, & quidem per intervallum $Dd = Ee = \frac{S}{2a^3}$; ex quo iſta depreſſio duplo minor eſt, quàm elevatio quæ in *A* & *B* accidit. In punctis præterea *F*, *G*, *H* & *I*, quæ à cardinalibus *A* & *B* diſtant angulo 54° 45′, quippe pro quo eſt $3uu - 1 = 0$, neque elevabitur aqua neque deprimetur, ſed naturalem tenebit altitudinem. In loco autem Terræ quocumque *M* cognoſcetur aquæ vel elevatio vel depreſſio ex angulo *ACM*, cujus coſinus u eſt ſinus altitudinis ſub quâ Sol vel Luna in *S* exiſtens ſuper horizonte conſpicitur ab obſervatore in *M* conſtituto; hoc enim in loco aqua elevata erit ſupra naturalem altitudinem intervallo $= \frac{S(3uu-1)}{2a^3} + \frac{Su(5uu-3)}{2a^4}$: quæ expreſſio, ſi ſit negativa, Maris depreſſionem indicat. Hîc autem annotare non eſt opus, quòd ſi punctum *S* ſub horizonte lateat, tum ſinus depreſſionis maneat quidem u, ſed negativè accipi debeat.

§. 38. Definiamus igitur primùm cùm elevationem tùm depreſſionem, quæ à ſolâ vi Solis ubique terrarum produci deberet, ſi, uti ponimus, omnia in ſtatu æquilibrii eſſent conſtituta. Quoniam itaque eſt $S = 227512$ atque $a = 20620$ ſemid. Terræ, ſi una Terræ ſemidiameter aſſumatur 19695539 pedum Pariſ. erit $\frac{S}{a^3} = 0,5072$ ped. ſeu pauxillum excedet ſemipedem: valor autem $\frac{S}{a^4}$ omnino erit quantitas evaneſcens & imperceptibilis. Hanc ob rem in regionibus ſub Sole verticaliter ſitis, quæ habeant Solem vel in Zenith vel Nadir, aqua ultra altitudinem naturalem attolletur ad ſemipedem cum pollicis parte decimâ circiter; depreſſio autem maxima cadet in loca, quæ Solem in horizonte conſpicient, ubi aqua ad quadrantem

pedis tantum deprimetur; ex quo totum discrimen, quod à Sole in altitudine aquæ naturali oritur, ad tres quartas pedis partes circiter assurget. Iste Solis effectus autem distantiæ tantum mediocri Solis à Terra est tribuendus: quòd si enim Sol versetur vel in apogæo vel perigæo, ejus effectus vel diminui vel augeri debebit in ratione reciprocâ triplicatâ distantiarum Solis à Terra, quia pendet à valore $\frac{S}{a^3}$. Cùm igitur orbitæ Terræ excentricitas sit $= \frac{163}{10000}$, erit intervallum Aa vel Bb, dum Sol in perigæo versatur, $= 0, 5332$ ped. sin autem Sol in apogæo sit constitutus, $= 0, 4825$ pedum; quorum differentia ad vicesimam pedis partem ascendit: valor autem medius est $= 0, 5072$, quem pro mediocri distantiâ Solis à Terra invenimus.

§. 39. Problema hoc, quod hucusque dedimus solutum, quodque maximi est momenti ad effectus cùm Solis tùm Lunæ in Mari elevando & deprimendo definiendos, Newtonus ne attigit quidem, sed aliam viam secutus, non solùm indirectam sed etiam erroneam, invenit Mare à solâ vi Solis ad altitudinem duorum ferè pedum elevari debere; cùm tamen tam eandem vim Soli absolutam quàm eandem distantiam à Terra assumsisset, quibus nos sumus usi. Conclusit autem hunc enormem effectum ex comparatione vis Solis seu valoris $\frac{S}{a^3}$ cum vi Terræ centrifugâ à motu diurno ortâ, quâ Terra sub æquatore extenditur ac crassior redditur quàm sub polis; atque assumit elevationem aquæ à vi Solis ortam eandem tenere debere rationem ad incrementum Terræ sub æquatore à vi centrifuga factum, quàm teneat vis Solis ad vim centrifugam. Sed præterquam quòd hoc ratiocinium nimis infirmo superstructum sit fundamento, nostrâ viâ directâ, quâ sumus usi, statim evertitur: ex ipsâ enim rei naturâ, nullis precariis assumtis principiis, elevationem aquarum à vi Solis oriundam directè & luculenter determinavimus; ac si ullum etiam dubium ob integrationem per approximationes tantum institutum restaret, id mox tolletur, cùm infrà idem problema

aliâ methodo prorsus diversâ sumus resoluturi, congruentemque solutionem exhibituri.

§. 40. Quamvis autem iste Solis effectus in Mari tam elevando quàm deprimendo non adeò certus & planus esse videatur ob parallaxin Solis, quam 10″ assumsimus, nondum accuratissimè definitam; à quâ tam distantia Solis à Terra a, quàm æstimatio vis absolutæ S, pendet: tamen si rem attentiùs perpendamus, comperiemus expressionem $\frac{S}{a^3}$ perpetuò eundem retinere valorem, quæcumque Soli parallaxis tribuatur: mutatâ enim parallaxi, valor litteræ S præcisè in eadem ratione, in quâ cubus distantiæ a^3, mutabitur. Per leges enim motûs firmissimè stabilitas patebit quantitatem $\frac{S}{a^3}$ à solo tempore periodico Terræ circa Solem determinari, cujus quantitas accuratissimè est definita. Quod ut clariùs appareat, consideremus planetam quemcunque circa Solem in orbitâ ellipticâ revolventem, cujus semiaxis transversus seu distantia à Sole media sit $=a$, vis autem Solis absoluta $=S$, erit tempus periodicum semper ut $\frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{S}}$; quòd si igitur tempus periodicum sit $=t$, erit t ut $\frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{S}}$ & $\frac{S}{a^3}$ uti $\frac{1}{tt}$. Ad valorem autem fractionis $\frac{S}{a^3}$ absolutè inveniendum, exprimatur a in semidiametris Terræ, atque in minutis secundis dato tempore periodico t, erit semper $t=\frac{5064\frac{1}{2}.a\sqrt{a}}{\sqrt{S}}$; ex quo prodit $\frac{S}{a^3}=\frac{5064\frac{1}{2}.\,5064\frac{1}{2}}{tt}$, positâ unitate cùm pro gravitate naturali, tùm pro una Terræ semidiametro. At si tempus Terræ periodicum seu annus sidereus in minutis secundis exponatur, fiet $t=31558164$, atque $\frac{S}{a^3}=0,50723$ ped. positâ semidiametro Terræ per observationes exactissimas 19695539 ped. Paris. Reg. omnino uti antè invenimus.

§. 41. Simili modo ex superiori æquatione elevatio aquæ à vi Lunæ oriunda determinabitur; positâ enim vi Lunæ absolutâ $=L$, poni oportet $S=L$, ejusque valor proximè

erit $= \frac{1}{40}$, quem à Newtono repertum tantisper retinebimus, quoad verus valor per alia Phænomena accuratiùs definiatur. Quoniam itaque Lunæ à Terrâ mediocris distantia est $= 60\frac{1}{2}$ semid. Terræ, erit $\frac{S}{a^3} = L. 88, 94$ ped. $= 2, 223$ ped. & $\frac{S}{a^4} = L. 1, 47 = 0, 037$ ped. Cùm autem Lunæ excentricitas sit quasi $\frac{550}{10000}$, erit dum Luna in perigæo versatur $\frac{S}{a^3} = L. 104, 44$ ped. $= 2, 611$ ped. & $\frac{S}{a^4} = L. 1, 82 = 0, 045$ pedum. At si Luna fuerit in apogæo, prodibit $\frac{S}{a^3} = L. 75, 74$ ped. $= 1, 893$ ped. & $\frac{S}{a^4} = L. 1, 19 = 0, 030$ pedum. Ex his igitur si Luna à Terrâ mediocriter distet, erit aquæ elevatio $Aa = L. 90, 41$ ped. $= 2, 260$ ped. elevatio autem $Bb = L. 87, 47$ ped. $= 2, 187$ pedum: ac depressio ad latera $Dd = Ee = L. 44, 47$ pedum $= 1, 112$ ped. Pro perigæo verò Lunæ fiet $Aa = L. 106, 26$ ped. $= 2, 656$ pedum; $Bb = L. 102, 62$ ped. $= 2, 565$ pedum; atque $Dd = Ee = L. 52, 22 = 1, 305$ pedum. Pro apogæo denique Lunæ habebitur $Aa = L. 76, 93$ ped. $= 1, 923$ pedum, & $Bb = L. 74, 55$ ped. $= 1, 864$ pedum, atque $Dd = Ee = L. 37, 87$ ped. $= 0, 947$ pedum.

§. 42. Tametsi autem hac methodo non difficulter tam elevatio Maris quàm depressio quæ vel à Sole vel Lunâ seorsum gignitur, sit determinata, si quidem omnia ad statum quietis redacta concipiantur; tamen nimiùm foret difficile ejusdem methodi ope easdem res definire, si Sol & Luna conjunctim agant. Quamobrem aliam methodum exponamus, cujus usus pro utroque casu æquè pateat; quæ cùm à priori penitùs sit diversa, simul ea, quæ jam sunt eruta atque à Newtonianis diversa deprehensa, maximè confirmabit. Petita verò est hæc altera methodus ex eâ æquilibrii proprietate, quâ requiritur, ut omnes columnæ aqueæ à superficie Terræ ad centrum pertingentes sint inter se æquiponderantes. Existente igitur vel Sole vel Lunâ in S, cujus vis absoluta ponatur $= S$, & distantia $SC = a$, sit AC FIG. VII.

columna aquea à ſuperficie Terræ A ad centrum C uſque pertingens, quæ altitudo AC ſit $= h$. Ponatur anguli ACS coſinus $= u$, qui ſimul erit ſinus altitudinis ſub qua punctum S à ſpectatore in A conſtituto ſuper horizonte elevatum conſpicitur; ſumaturque intervallum quodcunque $CM = z$, & conſideretur totius columnæ elementum $Mm = dz$. Hoc igitur elementum primò à gravitate deorſum versùs C urgebitur, cujus effectus, cùm intra Terram pro variis diſtantiis non ſatis conſtet, ponatur dignitati cuicunque diſtantiarum à centro putà ipſi z^n proportionalis: mox enim planum fiet exponentem n nil omnino determinationes eſſe turbaturum. Urgebitur ergo elementum Mm versùs centrum C vi $= z^n dz$; ex quo totius columnæ AC niſus deorſum à gravitate oriundus, erit $= \frac{h^{n+1}}{n+1}$.

§. 43. Præterea autem elementum $Mm = dz$ à vi S ſollicitabitur duplici modo, altero deorſum in directione MC, altero in directione ad illam MC normali, quæ poſterior vis, cùm pondus columnæ nequaquam afficiat, tutò negligetur, ſolaque prior conſiderabitur. Demiſſo autem ex M in CS perpendiculo MP, poſitiſque $CP = x$ & $PM = y$, erit $\sqrt{(x^2 + y^2)} = z$, & $x = uz$ atque $y = z\sqrt{(1 - uu)}$. At ex §.27. vis, quâ particula Mm deorſum ſollicitatur, eſt $=$ $\frac{S(yy - 2xx)}{a^3\sqrt{(xx+yy)}} + \frac{3Sx(3yy - 2xx)}{2a^4\sqrt{(xx+yy)}} = \frac{Sz(1-3uu)}{a^3} + \frac{3Suz^2(3-5uu)}{2a^4}$. Quæ expreſſio per dz multiplicata, tumque integrata facto $z = h$, præbebit totius columnæ AC niſum à vi S oriundum $= \frac{Sh^2(1-3uu)}{2a^3}$ $+ \frac{Sh^3u(3-5uu)}{2a^4}$. Quocirca totus columnæ AC niſus deorſum tendens erit $= \frac{h^{n+1}}{n+1} + \frac{Sh^2(1-3uu)}{2a^3} + \frac{Sh^3u(3-5uu)}{2a^4}$; qui cùm in omnibus columnis debeat eſſe idem, æquabitur conatui, quo columna æqualis ſemidiametro Terræ 1 in ſtatu naturali à ſolâ gravitate deorſum nititur, quæ vis eſt $= \frac{1}{n+1}$. Hinc igitur ſequens emergit æquatio, $1 = h^{n+1}$

$+\frac{(n+1)Sh^2(1-3uu)}{2a^3}+\frac{(n+1)Sh^3u(3-5uu)}{2a^4}$; ex quâ elicitur $h=1+\frac{S(3uu-1)}{2a^3}+\frac{Su(5uu-3)}{2a^4}$, quæ est ea ipsa expressio, quam suprà §. 36. alterâ methodo invenimus.

§. 44. Agant nunc vires ambæ ad Solem Lunamque directæ conjunctim; ac primò quidem designet S Solis vim absolutam, a ejus distantiam à Terra, & u sinum anguli, quo Sol suprà horizontem est elevatus. Deinde sit simili modo pro Luna L ejus vis absoluta, b ejus distantia à Terrâ, atque v sinus altitudinis Lunæ super horizonte. Ex his igitur columna aquea $AC=h$ tam vi propriæ gravitatis quàm à viribus Solis ac Lunæ conjunctim in centrum C urgebitur vi $=\frac{h^{n+1}}{n+1}+\frac{Sh^2(1-3uu)}{2a^3}+\frac{Lh^2(1-3vv)}{2b^3}+\frac{Sh^3u(3-5uu)}{2a^4}+\frac{Lh^3v(3-5vv)}{2b^4}$, quæ æqualis esse debebit vi $\frac{1}{n+1}$. Ex hac autem æquatione resultat $h=1+\frac{S(3uu-1)}{2a^3}+\frac{L(3vv-1)}{2b^3}+\frac{Su(5uu-3)}{2a^4}+\frac{Lv(5vv-3)}{2b^4}$. Quocirca aqua in A supra situm naturalem, quem à solâ gravitate sollicitata obtineret, à viribus Solis ac Lunæ conjunctim sollicitantibus, elevabitur per intervallum $=\frac{S(3uu-1)}{2a^3}+\frac{L(3vv-1)}{2b^3}+\frac{Su(5uu-3)}{2a^4}+\frac{Lv(5vv-3)}{2b^4}$, ex qua expressione status aquæ vel elevationis vel depressionis ubique terrarum cognoscetur.

§. 45. Hanc posteriorem viam secuti, non solùm actiones Solis ac Lunæ commodè conjungere potuimus, sed etiam nunc nobis licebit motûs vertiginis Terræ, & vis centrifugæ inde ortæ, rationem habere; id quod methodo priore opus fuisset insuperabile. Ponamus enim altitudinem columnæ naturalem AC, quam habitura esset à vi gravitatis & vi centrifugâ simul, seu quod eodem redit, in figurâ Terræ sphæroidicâ compressâ, esse $=f$, altitudinem autem quam habebit accedentibus viribus Solis ac Lunæ esse $=h$; atque manifestum est quantitates f & h quàm mini-

mè ab 1 diſcrepare. Cùm igitur utriuſque columnæ f & h idem debeat eſſe niſus deorsùm, columnæ autem f in quam ſola gravitas & vis centrifuga agunt niſus ſit $= \frac{f^{n+1}}{n+1} - \alpha ff$, denotante α quantitatem à vi centrifugâ in A pendentem, columnæ verò h niſus ſit $= \frac{h^{n+1}}{n+1} - \alpha h^2 + \frac{Sh^2(1-3uu)}{2a^3} + \frac{Lh^2(1-3vv)}{2b^3} + \frac{Sh^3u(3-5uu)}{2a^4} + \frac{Lh^3v(3-5v^2)}{2b^4}$; erit æqualitate factâ $f^{n+1} - (n+1)\alpha ff = h^{n+1} - (n+1)\alpha h^2 + \frac{(n+1)Sh^2(1-3uu)}{2a^3} + \frac{(n+1)Lh^2(1-3vv)}{2b^3} + \frac{(n+1)Sh^3u(3-5uu)}{2a^4} + \frac{Lh^3v(3-5vv)}{2b^4}$. Ponatur $h = f + s$, erit ob α quantitatem vehementer parvam, a verò & b maximas, $0 = f^n s + \frac{Sf^2(1-3uu)}{2a^3} + \frac{Lf^2(1-3vv)}{2b^3} - 2\alpha fs + \frac{Sfs(1-3uu)}{a^3} + \frac{Lfs(1-3vv)}{b^3} + \frac{Sf^3u(3-5uu)}{2a^4} + \frac{Lf^3v(3-5vv)}{2b^4}$, neglectis terminis in quibus s plures obtinet dimenſiones, ob ſummam ipſius s parvitatem reſpectu ipſius f. Hinc itaque fiet

$$s = \frac{\frac{S(3uu-1)}{2a^3} + \frac{L(3vv-1)}{2b^3} + \frac{Sfu(5uu-3)}{2a^4} + \frac{Lfv(5vv-3)}{2b^4}}{f^{n-2} - \frac{2\alpha}{f} + \frac{S(1-3uu)}{a^3 f} + \frac{L(1-3vv)}{b^3 f}}.$$

Quòd ſi porrò ponatur ſemiaxis Terræ per polos tranſiens $= 1$, erit ob æquilibrium $\frac{f^{n+1}}{n+1} - \alpha ff = \frac{1}{n+1}$ & $f = 1 + \alpha$, ex quo denominator præcedentis fractionis ab unitate quàm minimè diſcrepabit; ſub ipſo enim æquatore eſt $\alpha = \frac{1}{578}$, ubi quidem eſt maximum: unde erit omnino ut antè elevatio aquæ à viribus Solis ac Lunæ orta ſupra altitudinem naturalem $s = \frac{S(3uu-1)}{2a^3} + \frac{L(3vv-1)}{2b^3} + \frac{Su(5uu-3)}{2a^4} + \frac{Lv(5vv-3)}{2b^4}$; diſcrimen enim quod revera aderit, ſenſus omnino effugiet, pendebitque ſimul à valore exponentis n.

CAPUT

CAPUT QUARTUM.

De Fluxu ac Refluxu Maris si aqua omni inertiâ careret.

§. 46. QUÆ in capite præcedente sunt tradita respiciunt hypothesin assumtam, quâ Solem ac Lunam respectu Terræ perpetuò eundem situm tenere posuimus; ibique præcipuè statum æquilibrii, ad quem oceanus à viribus Solis & Lunæ perducatur, determinavimus. Longè aliter autem se res habet, si tam Luna & Sol quàm Terra in motum collocentur, quo casu ob perpetuam sitûs relativi mutationem nunquam æquilibrium adesse poterit; cùm enim tempore opus sit, quo data vis datum corpus ad motum perducat, duplici modo status oceani assignatus à vero discrepabit. Namque primò aqua quovis momento in eum æquilibrii situm, quem vires sollicitantes intendunt, pervenire non poterit, sed tantum ad eum appropinquabit continuò; deinde etiamsi in ipsum æquilibrii situm perveniat, in eo tamen non acquiescet, sed motu jam concepto ulteriùs feretur, uti ex naturâ motûs abundè constat. Hujus autem utriusque aberrationis ratio in inertiâ aquæ est posita, quâ fit ut aqua nec subitò in eum situm se conferat, in quo cum viribus datur æquilibrium, nec cùm hunc æquilibrii situm attigerit, ibi quiescat. Quocirca ne difficultatum multitudine obruamur, aquam omni inertiâ carentem assumamus, hoc est istius indolis, ut non solùm quovis momento se in statum æquilibrii subitò recipiat, sed ibi etiam omnem motum insitum deponendo permaneat, quamdiu iste situs viribus sollicitantibus conveniat. Hac itaque factâ hypothesi, perspicuum est aquam quovis temporis momento in eo ipso statu fore constitutam, qui secundùm præcepta capitis præcedentis positioni cùm Solis tùm Lunæ respondeat.

§. 47. Ut igitur in hac hypothesi, quâ Mare vis inertiæ expers ponimus, pro quovis loco ad quodvis tempus statum Maris quàm commodissimè definiamus, primùm so-

lam Lunam conſiderabimus, cùm in eâ præcipua æſtûs Maris cauſa contineatur, atque tam Fluxus quàm Refluxus Maris à tranſitu Lunæ per meridianum computari ſoleat: quòd ſi enim Lunæ effectus innotuerit, non ſolùm Solis effectus quoque mutatis mutandis colligetur, ſed etiam effectus, qui ab ambobus luminaribus ſimul agentibus proficiſcitur. Propoſitus igitur ſit Terræ locus quicunque, cujus in cœlo Zenith ſit Z, horizon HQO & P polus borealis, ita ut arcus PO ſit hujus loci elevatio poli, & circulus $PZHNO$ meridianus. Sit porrò MLK parallelus æquatori, in quo Luna jam motu diurno circumferatur, atque hoc momento reperiatur Luna in L; eritque tempus, quo Luna vel ex L ad meridianum M appellet, vel viciſſim à meridiano ad L pertigit, ut angulus MPL, ſive hoc tempus ſe habebit ad tempus unius revolutionis Lunæ, quod eſt 24 horarum 48′, uti ſe habet angulus MPL ad quatuor rectos. Sit igitur anguli MPL coſinus $= t$, ſinus elevationis poli PO ſeu ſinus arcûs $PZ = p$, coſinus $= P$, ac ſinus declinationis Lunæ borealis $= Q$, qui idem eſt ſinus diſtantiæ Lunæ à polo PL, hujus verò ipſius arcûs ſinus ſit $= q$, cui ſimul coſinus declinationis Lunæ æquatur, atque ob ſinum totum conſtanter poſitum $= 1$, erit $Q^2 + q^2 = 1$. Cùm jam in triangulo ſphærico ZPL dentur arcus PZ & PL cum angulo ZPL, reperietur per Trigonometriam ſphæricam arcûs ZL coſinus $= tpq + PQ$, qui ſimul eſt ſinus altitudinis Lunæ ſupra horizontem, quem antè poſuimus $= v$. Ex quibus erit $v = tpq + PQ$, & $3vv - 1 = 3(tpq + PQ)^2 - 1$, atque $5vv - 3 = 5(tpq + PQ)^2 - 3$; qui valores in formulis præcedentis capitis ſubſtituti præbebunt ſtatum Maris, hoc eſt vel elevationem vel depreſſionem, pro loco propoſito ad tempus aſſignatum.

§. 48. Quòd ſi ergo Lunæ vis abſoluta ponatur $= L$, ejuſque à Terra diſtantia $= b$, erit intervallum, quo aqua ſupra ſtatum naturalem elevabitur, $= \frac{L(3(tpq + PQ)^2 - 1)}{2b^3} + \frac{L(tpq + PQ)(5(tpq + PQ)^2 - 3)}{2b^4}$, quæ expreſſio ſi fit ne-

gativa, indicat aquam infra ſtatum naturalem eſſe depreſſam. Ponamus Lunam ſuper horizonte ſeu versùs auſtrum per meridianum tranſire, quo caſu erit $t = 1$; hoc igitur tempore aqua ſupra ſtatum naturalem erit elevata intervallo $= \frac{L(3(pq+PQ)^2-1)}{2b^3} + \frac{L(pq+PQ)(5(pq+PQ)^2-3)}{2b^4}$. Contrà verò dum Luna ſub horizonte vel versùs boream ad meridianum appellit, fiet elevatio aquæ ſupra ſtatum naturalem per intervallum $= \frac{L(3(PQ-pq)^2-1)}{2b^3} + \frac{L(PQ-pq)(5(PQ-pq)^2-3)}{2b^4}$, quoniam hoc caſu ſit $t = -1$. Tempore autem intermedio inter binos hos appulſus ad meridianum loci propoſiti, ſeu eo tempore quo angulus ZPL fit rectus, hoc eſt 6 horis 12′ vel ante vel poſt tranſitum per meridianum ob $t = 0$, erit intervallum, quo aqua elevabitur, $= \frac{L(3P^2Q^2-1)}{2b^3} + \frac{LPQ(5P^2Q^2-3)}{2b^4}$; quæ expreſſio ſemper eſt negativa, ideoque indicat aquam infra ſtatum naturalem conſiſtere. Namque cùm P ubique ſit minor unitate niſi ſub ipſis polis, ac declinatio Lunæ nunquam ad 30° aſſurgere poſſit, ex quo $Q < \frac{1}{2}$ & $QQ < \frac{1}{4}$, erit $3P^2Q^2$ perpetuò unitate minor; ideoque illa expreſſio negativa.

§. 49. De ratione autem elevationis aquæ in genere judicari licebit ex formulâ $\frac{L(3vv-1)}{2b^3} + \frac{Lv(5vv-3)}{2b^4}$, ſeu cùm poſterior terminus vix ſit ſenſibilis, ex ſolo priore $\frac{L(3vv-1)}{2b^3}$. Ex hac autem expreſſione intelligitur aquæ elevationem à ſola elongatione Lunæ ab horizonte pendere, ſive Luna ſit ſuper ſive ſub horizonte, retinet enim $3vv-1$ eundem valorem ſive v ſit affirmativum ſive negativum. Deinde quia fit $3vv-1=0$ ſi Luna ab horizonte diſtet arcu 35° 16′, tum aqua in ipſo ſtatu naturali erit conſtituta, neque elevata neque depreſſa. Elevabitur ergo aqua, cùm Luna ultra 35° 16′ vel ſupra vel infra

horizontem verſetur, è contrario autem deprimetur quando Lunæ ab horizonte diſtantia minor eſt quàm $35^{\circ}\ 16'$. Omnino autem aqua maximè erit depreſſa dum Luna ipſum horizontem occupat, hocque tempore infra ſitum naturalem ſubſidet intervallo $\frac{L}{2b^3} = 1,111$ pedum (§. 41.); atque de hoc ſitu elevabitur recedente Lunâ ab horizonte ſive ſuper ſive ſub Terra. Hinc iis in regionibus, in quibus Luna oritur & occidit, tempore 24 hor. 48′ Mare bis maximè erit depreſſa, biſque elevata; ſtatus ſcilicet depreſſionis incidet in appulſus Lunæ ad horizontem, ſtatus autem elevationis in appulſus Lunæ ad meridianum. At quibus in regionibus Luna nec oritur nec occidit, quoniam ibi Luna altero appulſu ad meridianum maximè, altero minimè ab horizonte diſtat, ſpatio 24 h. 48′ aqua ſemel tantum elevabitur, ſemelque deprimetur: ſub ipſis autem polis æſtus Maris omnino erit nullus, diurnus ſcilicet; nam variatio declinationis ſola ſtatum Maris turbabit.

§. 50. Cùm igitur ſub polis Terræ nullus ſit Fluxus ac Refluxus Maris, ſed aqua tantum aliquantulum aſcendat deſcendatque, prout Luna vel magis ab æquatore recedit vel ad eum accedit; videamus etiam quomodo æſtus Maris in aliis Terræ regionibus ſecundùm noſtram hypotheſin debeat eſſe comparatus. Conſiderabimus autem præcipuè tres regiones, quarum prima poſita ſit ſub ipſo æquatore, ſecunda habeat elevationem poli 30 graduum, tertia verò 60 graduum. Quia igitur in his omnibus regionibus Luna oritur atque occidit, maxima depreſſio aquæ ubique erit eadem, ſcilicet per intervallum $\frac{L}{2b^3}$ infra ſitum naturalem, eaque continget bis, quando nimirum Luna in ipſo horizonte verſatur. Ab hoc itaque ſtatu maximæ depreſſionis elevationes Maris indicabimus & computabimus, ſpatiis aſſignandis, per quæ aqua attolletur dum Luna vel ſupra horizontem in M vel infra in K ad meridianum appellit, itemque dum ab utroque meridiano æqualiter diſtat, qui

locus sit L existente angulo MPL recto. Præterea tres quoque Lunæ situs in sua orbita contemplabimur, quorum primus sit, cùm Luna in ipso æquatore versatur, secundus cùm Luna habet declinationem borealem 20 graduum, tertius verò cùm Luna declinationem habet australem pariter 20 graduum. Denique in tabella sequente adscripsimus quantitatem anguli MPQ, ex quo tempus tam ortûs quàm occasûs Lunæ, quo aqua maximè est depressa, atque elevatio existit nulla, innotescit.

In locis sub Æquatore sitis, est elevatio Maris, dum Luna versatur in

	M	*L*	*K*	*ang. MPQ.*
☽ *Declinatio* 0°	$\frac{3L}{2b^3} + \frac{2L}{2b^4}$	0	$\frac{3L}{2b^3} - \frac{2L}{2b^4}$	90°, 0′
☽ *Decl. boreal.* 20°	$\frac{2,649L}{2b^3} + \frac{1,549L}{2b^4}$	0	$\frac{2,649L}{2b^3} - \frac{1,549L}{2b^4}$	90°, 0′
☽ *Decl. austr.* 20°	$\frac{2,649L}{2b^3} + \frac{1,549L}{2b^4}$	0	$\frac{2,649L}{2b^3} - \frac{1,549L}{2b^4}$	90°, 0′

Sub elevatione Poli 30°, erit Maris elevatio

	M	*L*	*K*	*ang. MPQ.*
☽ *Declinatio* 0°	$\frac{2,250L}{2b^3} + \frac{1,082L}{2b^4}$	0	$\frac{2,250L}{2b^3} - \frac{1,082L}{2b^4}$	90°, 0′
☽ *Decl. boreal.* 20°	$\frac{2,909L}{2b^3} + \frac{1,880L}{2b^4}$	$\frac{0,087L}{2b^3} - \frac{0,156L}{2b^4}$	$\frac{1,239L}{2b^3} - \frac{0,154L}{2b^4}$	102°, 8′
☽ *Decl. austr.* 20°	$\frac{1,239L}{2b^3} + \frac{0,154L}{2b^4}$	$\frac{0,087L}{2b^3} + \frac{0,156L}{2b^4}$	$\frac{2,909L}{2b^3} - \frac{1,880L}{2b4}$	77°, 52′

Sub elevatione Poli 60°, erit Maris elevatio

	M	*L*	*K*	*ang. MPQ.*
☽ *Declinatio* 0°	$\frac{0,740L}{2b^3} - \frac{0,125L}{2b^4}$	0	$\frac{0,740L}{2b^3} + \frac{0,125L}{2b^4}$	90°, 0′
☽ *Decl. boreal.* 20°	$\frac{1,760L}{2b^3} + \frac{0,582L}{2b^4}$	$\frac{0,263L}{2b^3} - \frac{0,514L}{2b^4}$	$\frac{0,092L}{2b^3} + \frac{0,158L}{2b^4}$	129°, 5′
☽ *Decl. austr.* 20°	$\frac{0,092L}{2b^3} - \frac{0,158L}{2b^4}$	$\frac{0,263L}{2b^3} + \frac{0,514L}{2b^4}$	$\frac{1,760L}{2b^3} - \frac{0,582L}{2b^4}$	50°, 55′

§. 51. Si quis jam ex hac tabulâ elevationem Maris supra statum maximæ depressionis in mensuris cognitis defi-

nire voluerit, is loco fractionum $\frac{L}{b^3}$ & $\frac{L}{b^4}$ earum valores in pedibus Parisinis ex §. 41. substituat, habitâ ratione distantiæ Lunæ à Terrâ, prout ibidem est expositum. Consequuntur autem ex hac tabulâ multa egregia consectaria, quæ verò nondum summo cum rigore ad experientiam examinari possunt, etiamsi jam insignis convenientia deprehendatur. Aquam enim adhuc omnis inertiæ expertem ponimus, perspicuum autem est, si aquæ inertia tribuatur, tum diversa omnino Phænomena oriri oportere. Quòd si igitur hi assignati effectus jam cum observationibus planè consentirent, id potiùs theoriam everteret quàm confirmaret, cùm aquam extra statum suum naturalem simus contemplati. Interim tamen satis tutò jam status Maris sub ipsis polis poterit definiri, qui etsi ad experientiam examinari non potest, tamen ipsâ ratione confirmabitur. Ac primò quidem sub polis nulla erit Maris mutatio diurna, cùm Luna per totum diem eandem teneat ab horizonte distantiam, id quod ipsa quoque ratio dictat, quia ibi non datur meridianus, à cujus appulsu æstus Maris alibi æstimari solet. Dabitur tamen his locis mutatio menstrua, atque aqua maximè erit humilis cùm Luna in ipso æquatore versatur, quo quippe tempore perpetuò horizontem occupabit. Hinc porrò aqua sensim elevabitur prout Lunæ declinatio sive versùs boream sive versùs austrum augetur, donec tandem si declinatio sit maxima, per spatium 10 pollicum tantum elevetur; quæ mutatio cùm sit perquàm lenta, ab inertia aquæ vix turbabitur.

§. 52. Ex his verò iisdem formulis effectus à Sole oriundus non difficulter colligetur; tantum enim quantitates S & a, loco L & b substitui oportet, quo facto effectus Solis circiter quater minor reperietur quàm is qui à Lunâ oritur. Seorsim autem cùm Solis tùm Lunæ effectibus definitis, per conjunctionem simplicem effectus, quem ambo luminaria conjunctim producunt, determinabitur. Ponamus itaque primùm Solem Lunamque in conjunctione versari,

ad quod fit tempore novilunii ; tum igitur neglectâ Lunæ latitudine, Sol & Luna in eodem eclipticæ loco versabuntur, atque simul ad meridianum æquè ac ad horizontem appellent. Quocirca manentibus superioribus denominationibus, erit quoque Solis declinationis sinus $= Q$, cosinus $= q$, ac pro angulo MPL cujus cosinus est $= t$, erit sinus altitudinis Solis pariter uti Lunæ $= tpq + PQ$. Ex quo dum ambo luminaria per meridianum versùs austrum transeunt, aquæ elevatio, quæ tum erit maxima, altitudinem naturalem superabit intervallo $= \left(\frac{S}{2a^3} + \frac{L}{2b^3}\right)$ $\left(3(pq+PQ)^2 - 1\right) + \frac{L(pq+PQ)}{2b^4}\left(5(pq+PQ)^2 - 3\right)$, neglecto altero termino à vi Solis oriundo, cùm sensus omnino effugiat. At dum ambo luminaria infra horizontem ad meridianum pertingunt, erit elevatio aquæ $=$ $\left(\frac{S}{2a^3} + \frac{L}{2b^3}\right)\left(3(PQ - pq)^2 - 1\right) + \frac{L(PQ - pq)}{2b^4}$ $\left(5(PQ - pq)^2 - 3\right)$. Maxima denique aquæ depressio incidet, quando luminaria vel oriuntur vel occidunt, eaque minor erit quàm altitudo aquæ naturalis intervallo $=$ $\frac{S}{2a^3} + \frac{L}{2b^3}$. Cùm igitur $\frac{S}{2a^3}$ sit circiter subquadruplum ipsius $\frac{L}{2b^3}$, in novilunio omnes effectus Lunæ suprà recensiti quartâ sui parte augebuntur.

§. 53. In plenilunio omnia eodem se habere modo deprehenduntur, quo in novilunio, quia enim tum Sol & Luna in oppositione versantur, erit declinatio Solis æqualis & contraria declinationi Lunæ, unde quidem pro Sole fit $-Q$, quod in novilunio erat $+Q$; at cùm Sol secundùm ascensionem rectam à Lunâ distet 180°, erit hoc casu $-t$, quod antè erat $+t$, ex quo pro plenilunio habetur sinus altitudinis Solis $= -tpq - PQ$, qui pro novilunio erat $= tpq + PQ$, ex quo quadratum hujus sinûs utroque casu est idem, ideoque etiam eadem Phænomena in novilunio atque plenilunio. Deinde etiam hoc tempore

aqua maximè deprimetur, cùm luminaria ambo in horizonte versantur, tumque aqua humilior erit quàm in statu naturali intervallo $= \frac{S}{2a^3} + \frac{L}{2b^3}$. Ex hoc itaque situ donec Luna ad meridianum supra Terram appellit, aqua elevabitur per intervallum $= 3(PQ + pq)^2\left(\frac{S}{2a^3} + \frac{L}{2b^3}\right)$, tantoque iterum subsidet usque ad Lunæ obitum; tum verò rursus elevabitur usque ad appulsum Lunæ ad meridianum infra horizontem, idque per spatium $3(PQ - pq)^2\left(\frac{S}{2a^3} + \frac{L}{2b^3}\right)$, neglecto termino sequente quippe ferè insensibili. Cùm igitur sint $PQ + pq$ & $PQ - pq$ sinus distantiæ Lunæ ab horizonte dum in meridiano versatur, erunt spatia per quæ aqua tempore pleniluniorum ac noviluniorum supra statum maximè depressum elevatur, in ratione duplicata sinuum distantiarum Lunæ ab horizonte, dum per meridianum transit. Nisi ergo vel Luna in ipso æquatore existat, vel Terræ locus sub æquatore sit situs, Fluxus Maris diurni ac nocturni erunt inæquales; luminaribus autem in æquatore extantibus, utraque aquæ elevatio fiet per spatium $= 3pp \left(\frac{S}{2a^3} + \frac{L}{2b^3}\right)$.

§. 54. Ut nunc in effectus, quos Sol & Luna in quadraturis siti conjunctim producunt, inquiramus; ponamus, ne calculus nimium fiat prolixus, Solem in ipso æquatore versari, quoniam tum plerumque minimus æstus observatur. Hoc itaque casu Solis declinatio erit nulla, Lunæ verò maxima, quam neglectâ latitudine assumamus 23° 29', cujus sinus sit $= Q$, cosinus $= q$, positâ hac declinatione boreali. Jam ponamus Lunam in meridiano in M versari, quo tempore Sol erit in horizonte; unde cùm aqua supra statum naturalem elevetur à Lunâ intervallo $\frac{L(3(pq + PQ)^2 - 1)}{2b^3}$, à Sole verò deprimatur intervallo $\frac{S}{2a^3}$, ab utrâque vi conjunctim elevabitur per spatium $\frac{L(3(pq + PQ)^2 - 1)}{2b^3} - \frac{S}{2a^3}$: at

dum

dum Luna sub horizonte ad meridianum appellit, aqua elevabitur per spatium $\frac{L(3(PQ-pq)^2-1)}{2b^3}-\frac{S}{2a^3}$. Sumatur inter has ambas elevationes inæquales more solito medium, eritque elevatio aquæ media hac quadraturâ eveniens $=\frac{L(3p^2q^2+3P^2Q^2-1)}{2b^3}-\frac{S}{2a^3}$. Refluxus verò continget, cùm Luna horizontem attinget, quo tempore Sol in meridiano proximè versabitur, ex quo depressio totalis aquæ in Refluxu infra statum naturalem proximè erit $=\frac{L}{2b^3}-\frac{S(3pp-1)}{2a^3}$; quare à Fluxu usque ad subsequentem Refluxum aqua subsidet per intervallum $=\frac{3L(p^2q^2+P^2Q^2)}{2b^3}-\frac{3Spp}{2a^3}$.

§. 55. Quamvis motus Maris hoc modo assignatus ab inertiâ aquæ multum immutetur, tamen quia eandem ferè mutationem tam majoribus æstibus quàm minoribus infert, satis tutò assumere posse videmur spatia, per quæ aqua circa æquinoctia cùm tempore plenilunii sive novilunii, tùm etiam tempore quadraturarum actu ascendit, expressionibus inventis esse proportionalia. Quamobrem si in dato Terræ loco ex pluribus observationibus determinetur spatium medium, per quod Mare à Refluxu ad Fluxum ascendit, tempore æquinoctiorum, tam in pleniluniis noviluniisve quàm in quadraturis, eorum ratio ad eam quæ ex formulis consequitur, proximè accedere debebit. Atque hinc ex definitâ hac ratione per observationes ratio poterit inveniri inter vires Solis & Lunæ absolutas S & L, quæ est ipsa via quâ Newtonus est usus ad vim Lunæ absolutam definiendam, cùm vis Solis sit cognita: quod negotium, cùm à Newtono non satis accuratè sit pertractatum, nos id ex istis principiis expediemus. Exprimat igitur $m:n$ rationem intervallorum eorum, per quæ Oceanus in dato Terræ loco, cum in syzygiis luminarium quàm quadraturis tempore æquinoctiorum, ascendendo descendendoque oscillatur; eritque $m:n=3pp\left(\frac{S}{2a^3}+\frac{L}{2b^3}\right):\frac{3L(p^2q^2+P^2Q^2)}{2b^3}$

$- \frac{3Spp}{2a^3}$; ex qua elicitur ista proportio $m\left(q^2 + \frac{P^2Q^2}{p^2}\right) - n :$ $m + n = \frac{S}{a^3} : \frac{L}{b^3}$; ex qua cùm data sit vis à Sole orta $\frac{S}{a^3}$, deducetur vis à Lunâ oriunda $\frac{L}{b^3}$ saltem proximè. Instituamus calculum pro observationibus in Portu Gratiæ (*Havre de Graces*) factis, ex quibus diligenter inter se collatis pro ratione $m:n$ prodit ista 17 : 11. Cùm igitur hujus loci elevatio poli sit circiter 50°, erit $P =$ sin. 50°, & $Q =$ sin. 23°, 29′; hincque $qq + \frac{P^2Q^2}{pp} = 1,0668$: ex quo prodibit $\frac{S}{a^3} : \frac{L}{b^3} = 7,1356 : 28$; ita ut vis Lunæ $\frac{L}{b^3}$ sit ferè quadrupla vis Solis $\frac{S}{a^3}$, uti jam Newtonus ex aliis observationibus conclusit : atque hanc ob rem ipsius determinationem vis Lunæ absolutæ L retinuimus.

§. 56. Si hæc, quæ de combinatione virium Lunam Solemque respicientibus sunt allata, attentiùs considerentur, mox patebit maximos æstus menstruos in novilunia ac plenilunia incidere debere ; his enim temporibus tam elevatio aquæ quàm depressio à Luna oriunda à vi Solis maximè adjuvatur, cùm eodem tempore, quo Luna aquam maximè vel elevat vel deprimit, simul quoque Solis vis aquam maximè vel elevet vel deprimat. In quadraturis autem hæ duæ vires ferè perpetuò dissentiunt, ac dum Luna aquam maximè vel elevat vel deprimit, eodem tempore Sol contrarium exerit effectum, aquamque maximè vel deprimit vel elevat, ex quo minimum discrimen inter quemque Fluxum ac subsequentem Refluxum observabitur, æstusque erunt minimi. Quamobrem circa alias Lunæ phases æstus Maris medium teneat inter maximum minimumque necesse est, quia tum vires Solis ac Lunæ nec omnino conspirant, nec sibi invicem adversantur. Per totum autem annum quibus noviluniis pleniluniisque maximus eveniat æstus, quibusque quadraturis minimus æstus respondeat, absolutè sine respectu ad situm loci habito definiri nequit.

Sub æquatore quidem ubi Luna, cùm eſt in æquatore, maximâ vi gaudet, dubium eſt nullum, quin æſtus maximi in æquinoctia incidat, quando ambo luminaria in æquatore ſunt poſita, quæ eadem proprietas etiam in loca ab æquatore non multum diſſita competit: at in locis ab æquatore magis remotis æſtus Maris, cùm Luna maximam habet declinationem, dantur quidem majores ex Tabula §. 50, verùm æſtus mox ſubſequentes multo ſunt minores. Quòd ſi autem inter binos æſtus à Lunâ oriundos conſequentes medium capiatur, patebit in regionibus 30°. ab æquatore remotis, quibus æſtus eſt $\frac{2,250}{2b^3}L$ ſi Lunæ declinatio ſit nulla, æſtum Maris medium, cùm Luna habet declinationem 20 graduum, fore $= \frac{2,074}{2b^3}L$, ideoque adhuc minorem quàm cùm Luna æquatorem tenet. Contrà verò ſub elevatione poli 60 graduum, eſt æſtus Maris, Lunâ verſante in æquatore, $= \frac{0,740}{2b^3}L$, æſtus autem medius, cùm Lunæ declinatio eſt 20°, eſt $= \frac{0,926}{2b^3}L$, ideoque major. Ex quo conſequitur in regionibus polis vicinioribus æſtus maximos, non in æquinoctia, ſed potius circa ſolſtitia, incidere debere, quâ quidem in re theoria noſtra per experientiam mirificè confirmatur.

CAPUT QUINTUM.

De tempore Fluxûs ac Refluxûs Maris in eadem hypotheſi.

§. 57. QUANQUAM in præcedente capite, quo in quantitatem æſtûs Maris præcipuè inquiſivimus, etiam tempora, quibus tam Fluxus quàm Refluxus eveniat, jam indicavimus; tamen hoc capite iſtud argumentum fuſiùs atque ad obſervationes accommodatè perſequemur. Obſervationes enim, quæ circa æſtum Maris inſtitui ſolent, ad tria genera commodiſſimè referuntur; ad quorum pri-

mum pertinet Maris cùm elevatio maxima tùm maxima depressio, atque indicatur quantum quovis æstu aqua cùm ascendat tùm descendat. Ad secundum observationum genus numerari convenit eas, quæ ad tempus respiciunt, quibusque definitur, quonam temporis momento ubivis terrarum aqua cùm summam teneat altitudinem tùm minimam. Tertium denique genus observationum ad ipsum motum Maris reciprocum spectat, iisque determinatur quantâ celeritate quovis temporis momento alterna Maris elevatio ac depressio absolvatur, sive momentanea mutatio, dum Mare à Fluxu ad Refluxum transit & vicissim, investigatur. Quibus tribus rebus cùm observationes convenientissimè instituantur, iisdem theoria atque explicatio phænomenorum commodissimè tractabitur. Ac primæ quidem & tertiæ parti pro nostrâ hypothesi in præcedentibus capitibus abundè satisfactum videtur.

§. 58. Quoniam autem à Maris inertiâ aliisque circumstantiis Maris motum turbantibus omnes cogitationes adhuc abstrahimus, manifestum est ubique terrarum, si sola Lunæ vis Mare agitaret, aquam maximè elevari debere cùm Luna ab horizonte longissimè fuerit remota, hoc est iis ipsis momentis quibus Luna per meridianum dati loci tam supra quàm infra Terram transit: sunt enim elevationes aquæ in duplicatâ ratione sinuum distantiarum Lunæ ab horizonte, ex quo simul successiva Maris commotio cognoscitur. Excipiuntur autem hinc, ut jam notavimus, loca polis Terræ proxima, quibus Luna vel non oritur vel non occidit; ibi enim altero Lunæ ad meridianum appulsu aqua debet esse summa, altero ima. Verùm de his locis non admodum erimus solliciti; cùm tam observationes sufficientes, quibus theoria probetur, deficiant, quàm ipse Maris motus indicatus rationi sit consentaneus, neque confirmatione indigeat. In Terræ locis ergo à polis satis remotis seu extra circulos polares sitis, quibus Luna intervallo 24 h. 48′ tam oritur quàm obit, elevabitur Mare eodem temporis intervallo bis, totiesque deprimetur; atque

utraque maxima Maris altitudo continget, cùm Luna ad meridianum illius loci pervenit, minima verò cùm Luna horizontem attingit. Hinc igitur temporis intervallum inter binos aquæ Fluxus seu summas elevationes interjectum constanter erit 12 h. 24′, ab anomaliis Lunæ mentem abstrahendo; at tempus summæ depressionis, cùm respondeat appulsui Lunæ ad horizontem, inter binas elevationes æqualiter non interjacebit, sed alteri elevationi eò erit propiùs, quò major fuerit cùm loci propositi elevatio poli tum Lunæ declinatio, hoc est quò majus fuerit discrimen inter ortum obitumve Lunæ & circulum horarium sextum.

§. 59. Sed conjungamus cum Lunâ vim Solis, ut nostræ conclusiones magis ad observationes perducantur. Ac primò quidem manifestum est tempore tam novilunii quàm plenilunii aquam maximè fore elevatam, quando Luna per meridianum loci transit, quippe quo momento etiam Sol ad eundem meridianum appellit, si quidem syzygia ipso meridie vel mediâ nocte celebratur. Quamobrem si novilunium pleniluniumve in ipsum meridiem incidat, ipso quoque meridiei momento maxima habebitur aquæ elevatio; pariterque si id eveniat mediâ nocte, eodem ipso momento aqua maximam obtinebit elevationem. Verùm si conjunctio vel oppositio luminarium meridiem vel præcedat vel sequatur, tum Fluxus non in ipsum meridiem incidet, sed vel tardiùs vel citiùs veniet, quia Luna his casibus tanquam primaria æstûs causa vel post vel ante meridiem ad meridianum pertingit. Atque hinc eo die, in quem sive plenilunium sive novilunium incidit, facilè poterit definiri acceleratio vel retardatio Fluxûs respectu meridiei. Ponamus enim novilunium seu plenilunium celebrari n horis ante meridiem, unde cùm motus Lunæ medius à Sole diurnus sit 12° circiter, ipso meridie Luna à meridiano jam distabit angulo horario $\frac{n}{2}$ grad. versùs ortum, ex quo Luna post meridiem demum per meridianum transibit, elapsis $\frac{n}{30}$ horis seu 2 n minutis primis. Sin autem novilunium ple-

niluniumve accidat n horis poſt meridiem, tum Maris maxima elevatio $2\,n$ minutis ante meridiem eveniet. Hæc autem momenta accuratiſſimè cognoſcentur, ſi ad ſingulos dies tranſitus Lunæ per meridianum computentur; ac præterea tam ortus quàm occaſus notetur, quippe quibus momentis maxima aquæ depreſſio reſpondet; majorem autem hujuſmodi tabula afferet utilitatem, ſi inſuper quovis die diſtantia Lunæ à Terrâ indicetur, quippe à quâ Lunæ effectus præcipuè pendet.

§. 60. Congruunt hæc jam apprimè cum obſervationibus, quibus conſtat, diebus novilunii vel plenilunii æſtum Maris accelerari ſi novilunium pleniluniumve poſt meridiem accidat, contrà verò retardari. Quamvis enim ob aquæ inertiam maxima Maris elevatio non reſpondeat appulſui Lunæ ad meridianum, ſed tardiùs eveniat, uti poſt docebitur, tamen ſimilibus caſibus æqualiter retardabitur; pro termino igitur fixo, ſi ad obſervationes reſpiciatur, non ſumi debet momentum meridiei, ſed id momentum, quo ſi Lunæ cum Sole conjunctio vel oppoſitio in ipſum meridiem incidit, ſumma aquæ elevatio obſervatur. Hoc igitur momento notato, uti ab iis qui hujuſmodi obſervationes inſtituunt fieri ſolet, ſi plenilunium noviluniumve vel ante vel poſt meridiem incidat, ſumma Maris elevatio vel tardiùs vel citiùs continget: & quidem ſi ſyzygia vera n horis vel ante meridiem eveniat vel poſt, tum Fluxus $2\,n$ minutis vel tardiùs vel citiùs obſervari debebit. Atque hæc eſt ea ipſa regula quam Celeb. Caſſini in Mem. Academiæ Regiæ pro An. 1710, ex quamplurimis obſervationibus inter ſe comparatis derivavit; jubet ſcilicet numerum horarum, quibus conjunctio ſive oppoſitio luminarium verum meridiem vel præcedit vel ſequitur, duplicari, totidemque minuta prima ad tempus medium notatum, quo Fluxus evenire ſolet, vel addi vel ab eo ſubtrahi, quo verum Fluxus momentum obtineatur. Quoniam autem hæc correctio nititur motu Lunæ medio, perſpicuum eſt eam correctione ulteriori opus habere à vero Lunæ

motu petitâ, quæ verò plerumque erit insensibilis, cùm summa aquæ elevatio non subitò adsit, sed per tempus satis notabile duret.

§. 61. Nisi autem luminaria proxima sint vel conjunctioni vel oppositioni, maxima Maris elevatio non in ipsum Lunæ transitum per meridianum incidet. Quoniam enim Luna dum prope meridianum versatur, per aliquod tempus eandem altitudinem conservat, tantisper etiam Mare eandem elevationem retinebit; & hanc ob rem si Sol interea sensibiliter vel ab horizonte recedat, vel ad eundem accedat, vis Solis ad Mare elevandum vel crescet sensibiliter, vel decrescet; ex quo dum Luna prope meridianum existit, fieri potest, ut tamen mare etiamnum elevetur, vel adeò jam deprimatur à Sole. Ex his igitur perspicuum est summam Maris altitudinem tardiùs seu post transitum Lunæ per meridianum accidere debere, si eo tempore Sol ab horizonte recedat, id quod evenit diebus noviluniûm & pleniluniûm præcedentibus. Contrà autem si Luna post Solem per meridianum transeat, idque vel ante Solis ortum vel ante occasum; tum, quia Mare in transitu Lunæ per meridianum à vi Solis jam deprimitur, maximam habuit altitudinem ante appulsum Lunæ ad meridianum, id quod contingit diebus novilunium pleniluniumve sequentibus. Quando autem Sol ipsum horizontem occupat, dum Luna in meridiano versatur, tum etiamsi distantia Solis horizonte perquam sit mutabilis, tamen cùm elevationis vis quadrato sinûs altitudinis Solis sit proportionalis, quod omnino evanescit, etiam hoc casu maxima aquæ elevatio in ipsum Lunæ per meridianum transitum incidet, hicque casus circa quadraturas luminarium locum habet.

§. 62. Ut igitur innotescat, quantum vires cùm Solis tùm Lunæ ad Mare elevandum dato tempore vel crescant vel decrescant, dum ab horizonte aliquantillum vel recedunt, vel ad eundem accedunt, ponamus Solem Lunamve in L versari, atque inde ad punctum meridiani M progredi. Tempusculo ergo per angulum $LPl = d\theta$ repræsentato

FIG. VIII

progredietur Luna vel Sol ex L in l atque ab horizonte removebitur intervallo Lh: ad quod inveniendum sit ut antè anguli MPL cosinus $=t$, & sinus $=T$, eritque ipse angulus $LPl = d\theta = \frac{+dt}{\sqrt{(1-tt)}} = \frac{dt}{T}$, ex quo orietur anguli MPl cosinus $= t + dt = t + Td\theta$. Si jam ponatur sinus elevationis poli $= P$, sinus declinationis borealis puncti $L = Q$, nam si declinatio sit australis, sinus Q sumi debet negativè, cosinus verò respondentes sint p & q, reperietur sinus altitudinis L supra horizontem $= v = tpq + PQ$: punctique l sinus altitudinis $v + dv = tpq + PQ + Tpqd\theta$. Quocirca si Luna ponatur in L, cùm ejus vis ad Mare attollendum sit $= \frac{L(3vv-1)}{2b^3}$, erit hujus vis incrementum tempusculo $d\theta$ ortum $= \frac{3Lvdv}{b^3} = \frac{3L(tpq+PQ)Tpqd\theta}{b^3}$. At si Sol ponatur in L, ejus vis ad Mare elevandum tempusculo $d\theta$ capiet incrementum $= \frac{3S(tpq+PQ)Tpqd\theta}{a^3}$. Quamvis autem pro Sole & Lunâ eidem angulo $d\theta$ non æqualia tempora respondeant, tamen quia ea proximè ad rationem æqualitatis accedunt, sunt enim ut 24 ad $24\frac{3}{4}$ seu ut 32 ad 33, sine sensibili errore pro æqualibus haberi poterunt. Interim tamen si res accuratè definiri debeat, & vis Solis incrementum angulo $d\theta$ acquisitum sit $= \frac{3S(tpq+PQ)Tpqd\theta}{a^3}$, erit vis Lunæ incrementum eodem tempusculo acceptum $= \frac{32L(tpq+PQ)Tpqd\theta}{11b^3}$. Ex his intelligitur hæc incrementa tribus casibus evanescere, quorum primus evenit sub polis, quia ibi est $p=0$; secundus, si punctum L in meridiano sit situm, tum enim fit $T=0$; tertius denique locum habet, si punctum L in horizonte existat, ubi est $tpq + PQ = 0$.

§. 63. Ponamus nunc Solem in L versari ac Lunam per meridianum jam transiisse, hocque momento maximè aquam esse elevatam; jam enim ostendimus dum Sol ab horizonte recedit, aquam summam incidere post transitum Lunæ per meridianum.

meridianum. Hoc ergo momento necesse est, ut decrementum vis Lunæ, quod tempusculo $d\theta$ patitur, æquale sit incremento vis Solis eodem tempore accepto. Sit igitur anguli horarii ad polum sumti quo Luna jam à meridiano recessit, cosinus $= n$, sinus $= N$, atque sit Lunæ declinationis borealis sinus $= R$, cosinus $= r$, ex quibus orietur decrementum vis Lunæ tempusculo $d\theta$ ortum $=$ $\frac{3L(npr + PR)Nprd\theta}{b^3}$, quod cùm æquale esse debeat incremento vis Solis eodem tempusculo nato $= \frac{3S(tpq + PQ)Tpqd\theta}{a^3}$, denotante Q sinum declinationis borealis Solis, & q ejus cosinum, habebitur hæc æquatio $\frac{L(npr + PR)Nr}{b^3} = \frac{S(tpq + PQ)Tq}{a^3}$, neglectâ fractione $\frac{3\,2}{3\,3}$, per quam incrementum vis Lunæ multiplicari deberet. Quoniam autem Luna à meridiano non procul distabit, poni poterit $n = 1$, atque cùm sit proximè $\frac{L}{b^3} = \frac{4S}{a^3}$, obtinebitur iste valor $N = \frac{Tq(tpq + PQ)}{4r(pr + PR)}$; qui in tempus conversus dabit temporis spatium, quo aqua post transitum Lunæ per meridianum maximam altitudinem attingit. Sub æquatore ergo erit $N = \frac{Ttqq}{4rr}$, ob $P = 0$ & $p = 1$; quare si declinationes Luminarium vel negligantur vel æquales assumantur, ita ut sit $qq = rr$, fiet $N = \frac{Tt}{4}$, cujus expressionis valor extat maximus si angulus MPL sit $45°$, quo casu erit $N = \frac{1}{8}$, & angulus respondens $= 7°, 11'$, qui indicat aquam summam 30 minutis post transitum Lunæ per meridianum contingere debere: totidemque minutis aqua ante transitum Lunæ per meridianum maximè erit elevata, si Sol tum versùs occasum versetur angulo $MPL =$ semirecto. Quamobrem si Luna ad meridianum appellat horâ nonâ sive matutinâ sive pomeridianâ, Fluxus demum post semihoram eveniet; at si horâ tertiâ appellat Luna ad meridianum, aqua summa 30′ antè observabitur: in aliis verò Terræ regionibus ista aberratio magis est irregularis; interim tamen satis prope ex formulâ datâ per solam æstimationem potest definiri.

§. 64. Quòd si autem hanc rem curatiùs investigare velimus, amborum Luminarium declinationes non pro arbitrio fingere licet, pendent enim à se mutuò maximè ob angulum horarium MPL inter ea interjectum datum: ut igitur pro datâ Lunæ phasi aberrationem maximæ aquæ elevationis à transitu Lunæ per meridianum determinemus, repræsentet nobis circulus $ZBNC$ verticalem primarium, BC horizontem, ZN meridianum per dati loci Zenith Z & Nadir N ductum, atque æquator sit BAC, polus australis p, & ecliptica ♊ ♎ ♑. Constitutus nunc sit Sol in S & Luna in L, quæ modò per meridianum transierit, quo tempore ponimus aquam maximè esse elevatam. Ponamus porrò longitudinis Solis ab æquinoctio verno computatæ sinum esse $= F$, cosinum $= f$; Lunæ verò longitudinis sinum esse $= G$, cosinum $= g$; sitque inclinationis eclipticæ B ♎ ♑ sinus $= M$, cosinus $= m$. Ex his definientur declinationes cùm Solis tùm Lunæ, quarum sinus antè erant positi Q & R; erit scilicet $Q = FM$, $R = GM$; hincque $q = \sqrt{(1 - F^2 M^2)}$ & $r = \sqrt{(1 - G^2 M^2)}$. Deinde angulus SpL æqualis est angulo cujus tangens est $\frac{mF}{f}$ demto angulo cujus tangens est $\frac{mG}{g}$; hujus verò ejusdem anguli ob angulos SpZ & LpZ datos, quorum sinus sunt positi T & N, tangens quoque est $\frac{nT + Nt}{nt - NT}$, quæ tangens propter sinum N valde parvum proximè est $= \frac{T}{t} + \frac{N}{tt}$. Ponatur autem K pro sinu anguli qui excessus est anguli habentis tangentem $= \frac{mF}{f}$ super angulum cujus tangens est $\frac{mG}{g}$, & k pro cosinu, reperietur $T = K - Nk$ & $t = k + NK$ scripto 1 pro n: quibus valoribus substitutis prodibit $N = \frac{Kq(kpq + PQ)}{4r(pr + PR) + (2k^2 - 1)pq^2 + kPQq}$, ex æquatione $N = \frac{Tq(tpq + PQ)}{4r(pr + PR)}$, paragr. præced.

§. 65. Ponamus nunc Lunam in quadraturis versari ac primò quidem in primo post novilunium quadrante, ita ut

arcus LS futurus sit 90°, erit $G = f$, & $g = -F$, unde $Q = MF$ & $R = Mf$, ex quibus prodibit $K =$ sin. (Atāg. $\frac{mF}{f}$ — Atāg. $\frac{-mf}{F}$) atque k ejusdem anguli cosinui æquabitur. Quare his tempestatibus aqua maximè erit elevata post transitum Lunæ per Meridianum, intervallo temporis quod in arcum æquatoris conversum dabit angulum cujus sinus erit $N = \frac{Kq(kpq + PQ)}{4r(pr + PR) + (2k^2 - 1)pq^2 + kPQq}$. Pro posteriore verò quadraturâ post novilunium, erit $G = -f$ & $g = F$, unde erit $Q = MF$ & $R = -Mf$, ex quibus fit ut antè $K =$ sin. (Atāg. $\frac{mF}{f}$ — Atāg. $\frac{-mf}{F}$) & $k =$ cosinui respondenti. Ne autem hìc signa + & — calculum confundant, notari convenit K esse sinum arcûs, qui restat, si ascensio recta Lunæ subtrahatur ab ascensione rectâ Solis; atque k esse ejusdem arcûs cosinum. Ponamus exempli causâ Solem in initio Arietis versari, erit longitudo Solis $= 0^\circ$, seu 360°, & longitudo Lunæ = vel 90° vel 270°, unde fiet $F = 0$, $f = 1$, $G = \mp 1$, & $g = 0$, atque $Q = 0$. Præterea ascensio recta Solis est 360°, & ascensio recta Lunæ vel 90° vel 270°; utroque casu ergo fit $k = 0$, unde etiam prodit $N = 0$; quod idem evenit, si Sol versetur in initio Libræ. In utroque igitur æquinoctio, dum Luna in quadraturis versatur, aqua maximè erit elevata eo ipso momento, quo Luna ad meridianum appellit.

§. 66. Sit porrò Sol in solstitio æstivo, Luna verò in ultimo quadrante, erit longitudo Solis 90°, Lunæ verò $= 0^\circ$, unde fit $F = 1$, $f = 0$; $G = 0$, $g = 1$, indeque $Q = M$ & $R = 0$; itemque $q = m$ & $r = 1$. Solis verò ascensio recta habebitur 90°, Lunæ verò $= 0^\circ$, ex quo $K = 1$ & $k = 0$. Hinc ergo fit $N = \frac{m.MP}{(4 - m^2)p}$. Pro primâ autem quadraturâ est longitudo Lunæ 180°, unde $G = 0$, $g = -1$, at ut antè $F = 1$, $f = 0$; ergo $Q = M$, $R = 0$, itemque $q = m$ & $r = 1$. Cùm igitur Lunæ ascensio recta sit 180°, erit K = sin. — $90^\circ = -1$, & $k = 0$, ex quibus fit $N = \frac{-mMP}{(4 - m^2)p}$.

Quoniam autem est $4 > m^2$, dum Sol in solstitio æstivo versatur maxima aquæ elevatio in ultimâ quadraturâ continget post Lunæ transitum per meridianum supra Terram, priore verò quadraturâ ante hunc transitum, hæcque æquatio eò erit major, quò major fuerit elevatio poli; sub æquatore enim omnino evanescit. Sit poli elevatio 45°, fietque his regionibus $N = + \frac{Mm}{4 - m^2}$; quare cùm sit M sinus 23°, 29', prodibit N= sinui anguli 6°, 33', qui in tempus conversus dat 26'. In primâ igitur quadraturâ totidem minutis ante transitum Lunæ per meridianum aqua maximè erit elevata, in ultimâ verò quadraturâ tot minutis post transitum. Contrarium evenit si vel Luna sub Terra ad meridianum appellat, vel Sol in solstitio hyemali versetur. Ex his igitur formulis, si tabulæ adhibeantur, non erit difficile pro quovis loco Terræ ad quodvis tempus definire, quantum maxima aquæ elevatio transitum Lunæ per meridianum vel præcedere vel sequi debeat; cujusmodi supputationes maximam etiam afferent utilitatem, quando etiam inertiæ aquæ ratio habebitur.

§. 67. Quoniam igitur satis est expositum, quo momento Mare maximè sit elevatum, maximam quoque Maris depressionem definire aggrediamur. Ac primò quidem manifestum est, si sola Luna Mare agitaret, tum minimam aquæ altitudinem observatum iri, eo ipso momento, quo Luna in horizonte versetur: atque hinc perspicuum est, idem usuvenire debere, si Sol eodem momento quoque in horizonte existat, id quod accidit cùm noviluniis tùm pleniluniis. Præterea verò etiam ima aqua respondebit situi Lunæ in horizonte, si eo tempore Sol meridianum occupet, quia tum vis Solis per notabile temporis intervallum neque augetur nec diminuitur, etiamsi tum aqua non tantum deprimatur, quàm circa novilunia ac plenilunia. Ponamus igitur, quò reliquos casus evolvamus, dum Luna horizontem occupat, Solem ab horizonte removeri; hoc ergo casu aqua jam elevabitur, ex quo necesse est imam aquam

ante adventum Lunæ ad horizontem extitiſſe, contrà verò ſi dum Luna in horizonte verſatur, Sol ad horizontem appropinquet, aqua tardiùs ſcilicet poſt appulſum Lunæ ad horizontem continget. Ponamus itaque Lunam ante ortum ſub horizonte Hh in ☽ adhuc verſari, Solemque in ⊙ eſſe poſitum, unde ad meridianum PZH progrediatur, hocque ipſo momento aquam maximè eſſe depreſſam. Neceſſe igitur eſt, ut decrementum momentaneum vis Lunæ ad Mare movendum æquale ſit incremento momentaneo vis Solis. Ad hanc æqualitatem declarandam ſit anguli ☽ PO ad polum ſumti, diſtantiam Lunæ à ſuo ortu O indicantis, ſinus $= V$ & coſinus $= v$, qui ob angulum ☽ PO valde parvum tutò ſinui toti 1 æqualis concipi poteſt. Invento ergo angulo hoc ☽ PO ſeu arcu æquatoris illi reſpondente, eoque in tempus converſo, conſtabit quanto temporis intervallo ima aqua appulſum Lunæ ad horizontem præcedat: idem verò calculus tam ad Lunæ occaſum quàm ad acceſſionem Solis ad horizontem facilè accommodabitur. FIG. IX.

§. 68. Poſitis nunc $A\Upsilon a$ æquatore ac ♒♈♌ ecliptica, ſit elevationis poli Ph ſinus $= P$, coſinus $= p$; ſinus declinationis Lunæ borealis ☽ $L = R$, coſinus $= r$; ex quibus fiet anguli APO coſinus $= \frac{-PR}{pr}$, quia Lunæ, cùm in horizontem O pervenit, altitudo evaneſcit. Cùm igitur anguli APO ſinus ſit $= \frac{\sqrt{(p^2r^2 - P^2R^2)}}{pr} = \frac{\sqrt{(1 - P^2 - R^2)}}{pr} = \frac{\sqrt{(pp - RR)}}{pr}$, erit anguli AP☽ ſinus $= \frac{v\sqrt{(pp-RR)} - VPR}{pr}$, & coſinus $= \frac{-vPR - V\sqrt{(pp-RR)}}{pr}$, unde emergit decrementum momentaneum vis Lunæ $= \frac{3.LV\sqrt{(pp-RR)}\,(\sqrt{(pp-RR)} - VPR)\,d\theta}{b^3}$ $= \frac{3LV(pp-RR)\,d\theta}{b^3}$, ob $v = 1$ & V valde exiguum. Sit porrò Solis declinationis borealis ⊙ S ſinus $= Q$ & coſinus $= q$, atque anguli AP⊙ ſinus $= T$, coſinus $= t$, erit vis Solis incrementum momentaneum $= \frac{3S(tpq + PQ)\,Tpqd\theta}{a^3}$,

quod illi vis Lunæ decremento æquale eſt ponendum, ſiquidem Maris altitudo hoc tempore eſt minima. Quare cùm ſit ferè $\frac{L}{b^3} = \frac{4S}{a^3}$, iſta habebitur æquatio $4V(pp-RR) = Tpq(tpq+PQ)$, quæ præbet $V = \frac{Tpq(tpq+PQ)}{4(pp-RR)}$: cùm igitur hoc pacto innoteſcat angulus OP ☽, is in tempus converſus dabit temporis ſpatium, quo ſumma Maris depreſſio ante ortum Lunæ contingit. At ſi punctum O deſignet Lunæ occaſum, idem angulus præbebit tempus poſt Lunæ occaſum, quo Mare maximè deprimetur. Intelligitur ex formulâ inventâ quibus caſibus ima aqua in ipſum appulſum Lunæ ad horizontem incidat; hoc ſcilicet primò evenit, ſi $T=0$, hoc eſt ſi Sol in meridiano verſetur, deinde ſi $tpq+PQ=0$, id eſt ſi Sol quoque horizontem occupet; quos binos caſus jam notavimus.

§. 69. Sit locus noſter Terræ ſub æquatore ſitus, ſeu elevatio poli nulla, erit $P=0$, & $p=1$, unde efficitur $V = \frac{Ttqq}{4(1-RR)} = \frac{Ttqq}{4rr}$; in qua formula cùm q & r denotent coſinus declinationum Solis ac Lunæ, non multum inter ſe diſcrepabunt; ponamus enim alteram declinationem eſſe maximam, alteram verò minimam ſeu $=0$, erit tamen coſinuum ratio minor quàm $1 : \sqrt{\frac{3}{4}}$, ex quo fractio $\frac{qq}{rr}$ ſemper intra hos limites $\frac{4}{3}$ & $\frac{3}{4}$ continebitur. Quòd ſi ergo hanc ab æqualitate aberrationem negligamus, id quod tutò facere poſſumus, quia rem tantum prope definire conamur, habebitur $V = \frac{Tt}{4} = \frac{2Tt}{8}$. Denotat autem $2Tt$ ſinum dupli anguli horarii quo Sol à meridiano diſtat, & hanc ob rem ad momentum maximæ depreſſionis aquæ aſſignandum, videndum eſt quâ diei horâ Luna ad horizontem appellat, hujuſque temporis vel à meridie vel mediâ nocte intervallum capiatur, atque in arcum æquatoris convertatur. Hujus deinde arcûs vel anguli ſumatur duplum, hujuſque dupli ſinus, cujus pars octava præbebit ſinum anguli, qui in tempus converſus dabit temporis intervallum, quo ima aqua

Lunæ appulſum ad horizontem vel præcedit vel ſequitur; id quod ex notatis circumſtantiis diſcernere licet. Sic ſi Luna horâ 9 matutinâ adoriatur, erit tempus uſque ad meridiem 3 horarum, angulusque reſpondens 45°, cujus dupli ſinus eſt ipſe ſinus totus, cujus pars octava ſit ſinus anguli 7°, 11′, cui tempus reſpondet ferè 30 minutorum, tantum itaque ima aqua ortum Lunæ præcedet.

§. 70. Ut hæc ad datum Lunæ cum Sole aſpectum accommodari queant, ponamus longitudinis Solis ♈ ☉ ſinum eſſe $=F$, coſinum $=f$; longitudinis verò Lunæ ♈ ☽ ſinum eſſe $=G$, coſinum $=g$; atque inclinationis eclipticæ ☊ ♈ a ſinum $=M$, coſinum $=m$. His poſitis erit $Q=MF$, & $R=MG$; atque aſcenſionis rectæ Solis ♈ S tangens reperietur $=\frac{mF}{f}$, Lunæ verò aſcenſionis rectæ ♈ L tangens $=\frac{mG}{g}$. Subtrahatur aſcenſio recta Solis ab aſcenſione rectâ Lunæ, & differentiæ ſinus ſit $=K$, coſinus $=k$. Cùm igitur anguli ☉ P ☽ ſit ſinus $=K$ & coſinus $=k$, anguli verò AP ☽ ſinus $=\frac{\sqrt{(pp-RR)}-VPR}{pr}$ ob $v=1$, & coſinus $=\frac{-PR-V\sqrt{(pp-RR)}}{pr}$, erit anguli AP ☉ ſinus $=T=\frac{(k+KV)\sqrt{(pp-RR)}-kPRV+KPR}{pr}$ & coſinus $t=\frac{(K-kV)\sqrt{(pp-RR)}-KPRV-kPR}{pr}$; quibus valoribus ſubſtitutis, ſimulque ſinu V tanquam valde parvo conſiderato, reperietur ſinus $V=\frac{(KPR+k\sqrt{(pp-RR)})\,q\,(Kq\sqrt{(pp-RR)}-kPRq+PQr)}{4rr(pp-RR)}$.

Sub æquatore autem, quo ſit $P=0$, $V=\frac{Kkqq}{4rr}$: ex quo pro æquatore regula ſuperior à diſtantiâ Solis à meridiano petita ſimul ad differentiam aſcenſionalem Solis & Lunæ poteſt accommodari, ita ut maneat invariata. Sed ad præſens inſtitutum, quo tantum veritatem cauſæ Fluxûs ac Refluxûs Maris exhibitæ declarare annitimur, non opus eſt hæc pluribus perſequi, quippe quæ potiſſimum ad accuratiſſimas æſtûs marini tabulas ſupputandas pertinent, quæ res in pro-

positâ quæstione Illustrissimæ Academiæ non contineri videtur.

CAPUT SEXTUM.

De vero æstu Maris, quatenus à Terris non turbatur.

§. 71. QUÆ hactenus ex viribus Solis ac Lunæ circa æstum Maris fusiùs deduximus, eâ hypothesi nituntur assumtâ, quâ aquam inertiæ expertem posuimus: quamobrem non est mirandum si plerique effectus assignati cum Phænomenis minùs congruant, atque adeo pugnare videantur; quòd si enim inter se prorsus convenirent, theoria non solùm non eo consensu confirmaretur, sed potiùs omnino subverteretur, cùm quilibet facilè agnoscat ob aquæ inertiam determinationibus exhibitis ingentem mutationem inferri debere. Quæ autem ex deductis conclusionibus maximè ab experientia dissentiunt, potissimum quantitatem elevationis aquæ ac temporis momentum, quo tam summa Maris elevatio quàm ima depressio contingere solet, respiciunt. Nusquam enim ubi quidem Mare est liberum atque apertum, tam exiguum discrimen inter Fluxum ac Refluxum in aquæ altitudine observatur, quale in præcedentibus definivimus, quatuor scilicet pedum tantum; quæ elevatio insuper tamen maxima est deprehensa, ac tum solùm oriunda, quando tam regio prope æquatorem est sita, quàm vires luminarium inter se maximè conspirant. Experientiâ namque constat, plerisque in locis, si æstus contingat maximus, aquam non solùm ad altitudinem duplo majorem, sed etiam quadruplam, imò nonnullis in locis adeo decuplam attolli; quanquam hæc enormis elevatio non soli inertiæ aquæ, sed maximam partem vicino continenti ac littorum situi est tribuenda, uti in sequenti capite clarissimè monstrabitur. Deinde etiam quod ad tempus attinet, nusquam illis ipsis momentis, quæ assignavimus,

mus, Fluxus ac Refluxus unquam contingunt, nec etiam tempeſtatibus hìc definitis Fluxus maximi vel minimi, ſed ubique tardiùs evenire conſtanter obſervantur; cujus quidem retardationis cauſa in ipsâ aquæ inertiâ poſita eſſe primâ etiam fronte perſpicitur.

§. 72. Quantumvis autem agitatio Maris in præcedentibus capitibus determinata ab obſervationibus diſſentiat, tamen complures circumſtantiæ ſeſe jam præbuerunt experientiæ tantopere conſentaneæ, ut ampliùs dubitare omnino nequeamus, quin in viribus Solem Lunamque reſpicientibus, quas non temerè aſſumſimus, ſed aliunde exiſtere demonſtravimus, vera & genuina æſtûs Maris cauſa contineatur. Hanc ob rem jam meritò ſuſpicari licet, diſſenſiones quæ inter theoriam noſtram, quatenus eam aſſumtæ hypotheſi ſuperſtruximus, & experientiam intercedunt, ab aquæ inertiâ aliiſque circumſtantiis, quarum nullam adhuc rationem habuimus, proficiſci. Quocirca ſi omnia inertiæ ratione habitâ ad obſervationes propiùs accedant, id quidem noſtræ theoriæ maximum afferet firmamentum, atque ſimul omnes alias cauſas, quæ præter has vel ſunt prolatæ vel proferri poſſunt, excludet, irritaſque reddet. Cùm igitur conſenſum hujus theoriæ cum Phænomenis, mox ſimus evidentiſſimè oſtenſuri, quæſtioni ab Inclytâ Academiâ propoſitæ ex aſſe ſatisfeciſſe jure nobis videbimur: cùm non ſolum nullas vires imaginarias effinxerimus, ſed etiam virium Lunam Solemque reſpicientium exiſtentiam aliunde dilucidè evicerimus. Neque verò in hoc negotio cum pleriſque Anglorum ad qualitates occultas ſumus delapſi, verùm potius cauſam iſtarum virium modo rationali & legibus motûs conſentaneo in vorticibus conſtituimus, quorum formam atque indolem luculenter explicare poſſemus; idque feciſſemus, niſi ab aliis cùm jam ſatis eſſet expoſitum, tùm etiam ab Illuſtriſſimâ Academiâ in præſente quæſtione non requiri videatur.

§. 73. Dum igitur hactenus aquæ omnem inertiam cogitatione ademimus, ipſi ejuſmodi qualitatem affinximus,

qua viribus sollicitantibus subitò obsequeretur, seque in instanti in eum statum reciperet, in quo cum viribus in æquilibrio consisteret; hocque pacto aquam non solùm subitò omnis motûs capacem posuimus, sed etiam ita comparatam, ut quovis momento omnem pristinum motum amittat. Longè aliter autem res se habet, si inertiæ ratio in computum ducatur; hæc enim efficit ut primò aqua non subitò se ad eum situm componat, quem vires intendunt, sed pedetentim per omnes gradus medios ad eum accedat; deinde verò eadem inertia in causa est, quòd aqua, cùm in statum æquilibrii pervenerit, ibi non acquiescat, sed ob motum insitum ultrà progrediatur, quoad omnem motum à potentiis renitentibus amittat. Ex quo perspicuum est, admissâ inertiâ aquæ, à potentiis sollicitantibus motum omnino diversum actu imprimi debere ab eo, quem reciperet, si inertiâ privata esset; cujus discriminis ratio exemplo corporis penduli commodè ob oculos poni potest. Ponamus enim corpus pendulum *OC* ob gravitatem situm tenens verticalem, à vi quapiam in latus secundùm directionem *CM* sollicitari. Si nunc hoc pendulum inertiâ careret, seu ejusmodi esset indolis, cujus aquam hactenus sumus contemplati, tum subitò situm *OM* acciperet, in quo hæc vis cum gravitate æquilibrium teneret. At cùm pendulum inertiâ præditum consideratur, post aliquod demum tempus elapsum ad situm *OM* perveniet: ac deinde quia motu accelerato eò pertingit, ibi non quiescet, sed ultrà excurret, putà in *N* usque, ita ut spatium *CN* ferè sit duplo majus spatio *CM*, prouti calculus clarè indicat. Propter inertiam igitur pendulum primùm tardiùs vi sollicitanti obtemperat, atque à situ æquilibrii recedit; deinde verò etiam magis recedit, majoremque excursionem conficit, quàm si inertiâ careret; quæ sunt eæ ipsæ duæ res, in quibus theoria antè exposita ab experientiâ maximè dissentire deprehensa est.

FIG. X.

§. 74. Si nunc istud penduli exemplum ad nostrum casum æstûs Maris transferamus, primò ingens similitudo in

ſitu penduli verticali ac ſtatu Maris naturali, quem obtinet remotis potentiis externis, obſervatur. Nam quemadmodum pendulum, ſi in quamcunque plagam de ſitu verticali declinetur, propriâ vi gravitatis ſe in eundem recipit, ita etiam aqua, ſi ex ſitu ſuo æquilibrii depellatur, vi gravitatis ſe ad eundem componit, ac præterea pariter ac pendulum oſcillationes peragit, cujuſmodi oſcillationum caſus in aqua obſervati paſſim inveniuntur expoſiti. Deinde etiam ſimili modo, quo pendulum, Mare quò magis ex ſitu ſuo naturali fuerit deturbatum, eò majorem habebit vim ſeſe in ſitum æquilibrii reſtituendi. Quòd ſi igitur Mare à viribus externis, Solis ſcilicet ac Lunæ, mox elevetur mox deprimatur, neceſſe eſt ut inde motus oſcillatorius ſeu reciprocus oriatur æſtui Maris omnino ſimilis, qui autem per leges motûs difficulter definiri queat accuratè quidem; nam verò proximè, hoc non adeo erit difficile. Duæ autem ſunt res, quæ abſolutam ac perfectam totius motûs determinationem ſummopere reddunt difficilem, quarum altera phyſicam ſpectat, atque in ipsâ fluidorum naturâ conſiſtit, quorum motus difficulter ad calculum revocatur, præcipuè ſi quæſtio ſit de ampliſſimo Oceano, qui aliis in locis elevetur, aliis verò deprimatur. Altera autem difficultas in ipsâ analyſi eſt poſita, eò quòd iſte motus Maris reciprocus prorſus ſit diverſus ab omnibus oſcillationibus à Mathematicis adhuc conſideratis: vires enim Lunæ ac Solis Mare ſollicitantes neque à ſitu corporis oſcillantis, neque ab ejus celeritate pendent, uti id uſuvenit in omnibus oſcillationum caſibus etiam nunc expoſitis, ſed eæ vires à ſitu luminarium reſpectu Terræ, ideoque à tempore determinantur, cujuſmodi oſcillationes nemo adhuc, quantum quidem conſtat, calculo ſubjecit.

§. 75. Quod quidem ad priorem difficultatem phyſicam attinet, res hoc quidem tempore ferè deſperata videtur; quamquam enim ab aliquo tempore theoria motûs aquarum ingentia ſit aſſecuta incrementa, tamen ea potiſſimum motum aquarum in vaſis & tubis fluentium reſpiciunt, neque vix ullum commodum inde ad motum Oceani definiendum deri-

vari potest. Quamobrem in hoc negotio aliud quicquam præstare non licet, nisi ut hypothesibus effingendis, quæ à veritate quàm minimè abludant, tota quæstio ad considerationes purè geometricas & analyticas revocetur: alteram autem difficultatem mathematicam, etiamsi difficillimis integrationibus sit involuta, tamen feliciter superare confidimus. Considero scilicet superficiem aquæ RS, quæ hoc in situ æquilibrium teneat cum reliqua aqua, remotis viribus externis; his verò accedentibus alternis vicibus attollatur in A, deprimaturque in B. Quòd si igitur aqua in M usque sit depressa, atque externæ vires Solis ac Lunæ subitò cessarent, tum vi gravitatis propriæ conaretur sese elevare usque in situm RS naturalem, isteque conatus eò erit major, quò majus fuerit spatium CM quo à situ naturali distat. A veritate itaque non multum recedemus, si hanc vim ipsi spatio MC ponamus proportionalem: quamobrem posito spatio $MC = s$, erit vis, quæ aquæ superficiem in M usque depressam attollet $= \frac{s}{g}$, quæ hypothesis ad veritatem eò propiùs accedit, quòd sponte indicat, si aquæ superficies supra C jam sit elevata, tum vim fieri negativam, adeoque aquam deprimere. Præterea verò eadem hypothesis confirmatur pluribus phænomenis aquæ nisum respicientibus, ita ut de ejus veritate ampliùs nullum dubium supersit.

FIG. XI.

§. 76. Ponamus jam aquam in M constitutam urgeri à solâ Lunâ, atque ut calculus per se molestus minus habeat difficultatis, sit locus C sub ipso æquatore situs, Lunæque declinatio nulla, ex quo Luna in circulo maximo per loci zenith transeunte æquatore scilicet circumferetur: sit $EGFH$ iste circulus, cujus radius ponatur $= 1$, atque EF repræsentet horizontem, & G zenith. Positis his, sit Luna in T dum Maris superficies versatur in M, ita ut $PT = y$, exprimat sinum altitudinis Lunæ super horizonte; unde vis Lunæ Mare attollens erit $= \frac{L(3yy-1)}{2b^3} = \frac{3yy-1}{h}$, posito brevitatis gratiâ h pro $\frac{2b^3}{L}$. Hanc ob rem ergo superficies

Maris in M duplici vi attolletur scilicet vi, $= \frac{s}{g} + \frac{3yy-1}{h}$. Quòd si ergo ponamus aquam in M jam habere motum sursum directum, cujus celeritas tanta sit quanta acquiritur lapsu gravis ex altitudine v, atque spatium $Mm = -ds$ tempusculo infinitè parvo absolvatur, habebitur per principia motûs $dv = -ds\left(\frac{s}{g} + \frac{3yy-1}{h}\right)$. Ponamus porrò tempus ab ortu lunæ in E jam elapsum, quod arcui ET est proportionale, esse $= z$, quæ littera ipsum arcum ET simul denotet, erit $y = \sin. z$ scilicet sinui arcûs z, hoc enim modo sinus ac cosinus arcuum sumus indicaturi: unde orietur $1 - 2yy = \cos. 2z$, atque $3yy - 1 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}\cos. 2z$, hincque $dv = -ds\left(\frac{s}{g} + \frac{1}{2h} - \frac{3}{2h}\cos. 2z.\right)$.

§. 77. Cùm igitur elementum temporis sit $= dz$, erit ex naturâ motûs $dz = -\frac{ds}{\sqrt{v}}$, atque $v = \frac{ds^2}{dz^2}$; unde sumto elemento dz pro constante, fiet $dv = \frac{2dsdds}{dz^2} = -ds$ $\left(\frac{s}{g} + \frac{1}{2h} - \frac{3}{2h}\cos. 2z\right)$, atque $2dds + \frac{sdz^2}{g} + \frac{dz^2(1 - 3\cos. 2z)}{2h} = 0$, quæ æquatio duas tantum continet variabiles s & z, & propterea si debito modo integretur, indicabit situm seu statum aquæ ad quodvis tempus. Quoniam autem hæc æquatio est differentialis secundi gradûs, atque insuper arcus & sinus arcuum continet, facilè intelligitur ejus integrationem minus esse obviam; interim tamen cùm alterius variabilis s plus una dimensione nusquam adsit, ea per methodos mihi familiares tractari poterit. Soleo autem, quoties ejusmodi occurrunt, initio eos terminos in quibus altera variabilis s omnino non inest, rejicere; unde hæc consideranda venit æquatio $2dds + \frac{sdz^2}{g} = 0$, quæ per ds multiplicata fit integrabilis, existente integrali $ds^2 + \frac{ssdz^2}{2g} = cdz^2$ ob dz constans. Hinc porrò elicitur $dz = \frac{ds\sqrt{2g}}{\sqrt{(2cg - ss)}}$, atque $\frac{z}{\sqrt{2g}} =$ arcui cujus sinus est $\frac{s}{\sqrt{2cg}}$, ex quo obtinetur

$s = \sqrt{2cg}.\ \text{fin.}\ \frac{z}{\sqrt{2g}}$. Cognito autem hoc valore, idonea naſcitur ſubſtitutio facienda pro æquatione propoſitâ $2dds + \frac{sdz^2}{g} + \frac{dz^2(1-3\ cof.\ 2z)}{2h} = 0$; fiat enim $s = u\ \text{fin.}\ \frac{z}{\sqrt{2g}}$, erit $ds = du\ \text{fin.}\ \frac{z}{\sqrt{2g}} + \frac{udz}{\sqrt{2g}}\ \text{cof.}\ \frac{z}{\sqrt{2g}}$, atque $dds = ddu\ \text{fin.}\ \frac{z}{\sqrt{2g}} + \frac{2dudz}{\sqrt{2g}}\ \text{cof.}\ \frac{z}{\sqrt{2g}} - \frac{udz^2}{2g}\ \text{fin.}\ \frac{z}{\sqrt{2g}}$. Quibus valoribus ſubſtitutis emerget iſta æquatio $2ddu\ \text{fin.}\ \frac{z}{\sqrt{2g}} + \frac{4dudz}{\sqrt{2g}}\ \text{cof.}\ \frac{z}{\sqrt{2g}} + \frac{dz^2(1-3\ cof.\ 2z)}{2h} = 0$, in qua hoc commodè accidit, ut ipſa variabilis u non inſit, ſed tantum ejus differentialia.

§. 78. Quòd ſi ergo ponatur $du = pdz$, erit $ddu = dpdz$, & æquatio noſtra tranſibit in ſequentem differentialem primi gradûs tantum, $2dp\ \text{fin.}\ \frac{z}{\sqrt{2g}} + \frac{4pdz}{\sqrt{2g}}\ \text{cof.}\ \frac{z}{\sqrt{2g}} + \frac{dz(1-3\ cof.\ 2z)}{2h} = 0$: quæ integrabilis reddi invenitur, ſi multiplicetur per quantitatem quampiam ex z & conſtantibus compoſitam, eò quòd p plures una dimenſiones habet nuſquam. Ad integrationem autem abſolvendam notandum eſt hujus æquationis $dp + pZdz = \Sigma dz$, in qua Z & Σ functiones quaſcunque ipſius z denotent, integrale eſſe $e^{\int Zdz} p = \int e^{\int Zdz} \Sigma dz$. Reductâ autem noſtrâ æquatione ad hanc formam, habetur $dp + \frac{2pdz\ cof.\ \frac{z}{\sqrt{2g}}}{\sqrt{2g}.\ fin.\ \frac{z}{\sqrt{2g}}} = \frac{dz(3\ cof.\ 2z - 1)}{4h\ fin.\ \frac{z}{\sqrt{2g}}}$, ideoque $Zdz = \frac{2dz\ cof.\ \frac{z}{\sqrt{2g}}}{\sqrt{2g}.\ fin.\ \frac{z}{\sqrt{2g}}} = \frac{2\ diff.\ fin.\ \frac{z}{\sqrt{2g}}}{fin.\ \frac{z}{\sqrt{2g}}}$; atque hinc $\int Zdz = 2\ \text{log. fin.}\ \frac{z}{\sqrt{2g}}$; & $e^{\int Zdz} = \left(\text{fin.}\ \frac{z}{\sqrt{2g}}\right)^2$. Ex his ſequitur integrale noſtræ æquationis $p\left(\text{fin.}\ \frac{z}{\sqrt{2g}}\right)^2 = \frac{1}{4h}\int dz\ \text{fin.}\ \frac{z}{\sqrt{2g}}(3\ \text{cof.}\ 2z - 1) = \frac{3}{4h}\int dz\ \text{fin.}\ \frac{z}{\sqrt{2g}}\ \text{cof.}\ 2z - \frac{1}{4h}$

$\int dz \text{ ſin. } \frac{z}{\sqrt{2g}}$, ad quas integrationes perficiendas notetur eſſe $\int dz \text{ ſin. } \alpha z = C - \frac{1}{\alpha} \text{ coſ. } \alpha z$, atque $\int dz \text{ ſin. } \alpha z. \text{ coſ. } \beta z = C \frac{\beta \text{ ſin. } \alpha z. \text{ ſin. } \beta z - \alpha \text{ coſ. } \alpha z. \text{ coſ. } \beta z}{\alpha^2 - \beta^2}$: ex his itaque conficietur $p \left(\text{ſin.} \frac{z}{\sqrt{2g}}\right)^2$

$$= C + \frac{\sqrt{2g}}{4h} \text{ coſ.} \frac{z}{\sqrt{2g}} \frac{\left(2 \text{ ſin.} \frac{z}{\sqrt{2g}} \cdot \text{ſin. } 2z + \frac{1}{\sqrt{2g}} \text{ coſ.} \frac{z}{\sqrt{2g}} \cdot \text{coſ. } 2z\right)^3}{\left(\frac{1}{2g} - 4\right) 4h}$$

atque

$$p = \frac{C}{\left(\text{ſin.} \frac{z}{\sqrt{2g}}\right)^2} + \frac{\sqrt{2g}. \text{ coſ.} \frac{z}{\sqrt{2g}}}{4h \left(\text{ſin.} \frac{z}{\sqrt{2g}}\right)^2} \frac{\left(4g \text{ ſin.} \frac{z}{\sqrt{2g}} \text{ ſin. } 2z + \sqrt{2g}. \text{ coſ.} \frac{z}{\sqrt{2g}} \text{ coſ. } 2z\right). 3}{4h(1-8g) \left(\text{ſin.} \frac{z}{\sqrt{2g}}\right)^2}.$$

§. 79. Cùm autem poſuiſſemus $du = p\,dz$, erit $u = \int p\,dz = \int \frac{C\,dz}{\left(\text{ſin.} \frac{z}{\sqrt{2g}}\right)^2} + \int \frac{dz \sqrt{2g}. \text{ coſ.} \frac{z}{\sqrt{2g}}}{4h \left(\text{ſin.} \frac{z}{\sqrt{2g}}\right)^2} \frac{3}{4h} \int dz \frac{\left(4g \text{ ſin.} \frac{z}{\sqrt{2g}} \text{ ſin. } 2z + \sqrt{2g}. \text{ coſ.} \frac{z}{\sqrt{2g}} \text{ coſ. } 2z\right)}{(1-8g) \left(\text{ſin.} \frac{z}{\sqrt{2g}}\right)^2}$. Hæ autem formulæ omnes ſunt abſolutè integrabiles, prodibitque $u = D - \frac{C \sqrt{2g}. \text{ coſ.} \frac{z}{\sqrt{2g}}}{\text{ſin.} \frac{z}{\sqrt{2g}}} - \frac{g}{2h \text{ ſin.} \frac{z}{\sqrt{2g}}} + \frac{3g \text{ coſ. } 2z}{2h(1-8g) \text{ ſin.} \frac{z}{\sqrt{2g}}}$; ex quo tandem reſultat $s = u \text{ ſin.} \frac{z}{\sqrt{2g}} = D \text{ ſin.} \frac{z}{\sqrt{2g}} + C \text{ coſ.} \frac{z}{\sqrt{2g}} - \frac{g}{2h} + \frac{3g \text{ coſ. } 2z}{2h(1-8g)}$, quæ eſt æquatio generalis ad quodvis tempus z ſtatum aquæ, ſeu diſtantiam ejus ſupremæ ſuperficiei à C indicans, ubi conſtantes C & D ex dato Maris ſtatu ad datum tempus definiri oportet. Quòd ſi igitur ponamus motum aquæ jam ad uniformitatem eſſe deductum, ita ut aqua omnibus diebus, quando

Luna in T verſatur, in eodem loco M verſetur, neceſſe erit ut valor ipſius s maneat idem, etſi arcus z integrâ peripheriâ 2π vel ejus multiplo augeatur. At poſito $z + 2\pi$ loco z, terminus coſ. $2z$ manet quidem invariatus, at D ſin. $\frac{z}{\sqrt{2g}} + C$ coſ. $\frac{z}{\sqrt{2g}}$ fit $= D$ ſin. $\frac{z+2\pi}{\sqrt{2g}} + C$ coſ. $\frac{+2\pi}{\sqrt{2g}}$, quæ æqualitas adeſſe non poteſt niſi vel $\frac{1}{\sqrt{2g}}$ ſit numerus integer, vel C & $D = 0$. Cùm itaque g determinari non liceat, quia jam eſt datum, ponendum erit $C = 0$ & $D = 0$, ita ut iſta habeatur æquatio $s = \frac{-g}{2h} + \frac{3g \text{ coſ. } 2z}{2h(1-8g)}$, ex qua faciliimè ad quodvis tempus ſtatus Maris cognoſcetur: valores ſcilicet affirmativi ipſius s dabunt ſitum aquæ infra ſitum naturalem C, negativi verò ſupra C.

§. 80. Cognito autem ſpatio s per tempus z, celeritas quoque Maris quâ in M aſcendit reperietur ex æquatione $dz = \frac{-ds}{\sqrt{v}}$, erit enim $\sqrt{v} = \frac{-ds}{dz} = \frac{3g \text{ ſin. } 2z}{h(1-8g)}$, quæ expreſſio ipſi celeritati, quâ aquæ ſuperficies, dum in M verſatur, elevatur, eſt proportionalis: hæc ergo celeritas aquæ ſemper eſt ut ſinus dupli arcûs ET, vel etiam ut ſinus dupli temporis, quo Luna à tranſitu per meridianum abeſt, tempore ſcilicet in arcum æquatoris converſo. Hinc igitur celeritas aquæ erit nulla ſi Luna fuerit vel in E vel in G, vel in F vel in H, hoc eſt, vel in horizonte vel in meridiano: quare cùm his temporibus aqua vel maximè ſit elevata vel maximè depreſſa, unâ Lunæ revolutione aqua bis elevabitur, biſque deprimetur, ideoque bini Fluxus binique Refluxus contingent. Aqua quidem maximè erit depreſſa iis ipſis momentis, quibus Luna ad horizontem appellit, tum enim fit coſ. $2z = 1$; atque ſpatium CB erit $= s = \frac{g(1+4g)}{2(1-8g)}$; at maxima elevatio incidet in ipſos Lunæ tranſitus per meridianum, quibus eſt coſ. $2z = -1$: ac tum altitudo CA erit $= -s = \frac{g(2-4g)}{h(1-8h)}$. Quanquam autem hæc momenta cum experientiâ non ſatis conveniunt, tamen

tamen ea hypothesi assumtæ planè congruunt, qua posuimus Lunam solam agere, ac perpetuò in ipso æquatore versari, ex quo æstus se tandem ad summam regularitatem componat necesse est. Quòd si enim Lunæ declinatio ponatur variabilis, atque Sol insuper agat, æstus jam formati perpetuò turbabuntur, ex quo ob æquabilitatem continuò sublatam effectus tardiores necessariò consequi debebunt. Præterea quoque nullam adhuc motûs Maris horizontalis habuimus rationem, cùm enim aqua ad æstum formandum motu horizontali progredi debeat, perspicuum est hinc retardationem in æstu oriri oportere.

§. 81. Si aqua, uti in præcedentibus capitibus posuimus, inertiâ careret, tum foret ex æquatione primâ $dv = -ds\left(\frac{s}{g} + \frac{3yy-1}{h}\right)$ perpetuò $s = \frac{g(1-3yy)}{h}$, quia aqua tum quovis momento cum viribus sollicitantibus in æquilibrio consisteret. Maxima igitur depressio etiam tum Lunæ horizontali responderet, cùm est $y = 0$, foretque spatium depressionis $CM = \frac{g}{h}$; maxima verò elevatio, quæ circa Lunæ appulsum ad meridianum continget, fiet per spatium $CN = \frac{2g}{h}$ ob $y = 1$. Quare si aqua inertiâ careret, foret spatium MN, per quod aqua motu reciproco agitaretur, $= \frac{3g}{h}$; inertiâ autem admissâ agitationes perficientur in spatio majore $AB = \frac{3g}{h(1-8g)}$, cujus excessus super spatium MN erit $= \frac{24gg}{h(1-8g)}$. Quantitas itaque æstûs pendet à valore litteræ g, qui quidem semper est affirmativus; nam si foret $g = 0$, quod evenit si gravitatis vis esset infinitè magna respectu virium Lunæ & Solis, tum etiam nullus æstus oriretur; deinde quò magis $8g$ ad 1 accedit, eò major prodibit æstus, qui adeo in infinitum excrescere posset si foret $8g = 1$, hoc quippe casu vis Lunæ gravitatem superaret, omnesque aquas ad Lunam attraheret; quod autem fieri non potest, multo minus autem esse po-

test $8g > 1$, quod tamen si eveniret, maxima elevatio appulsui Lunæ ad horizontem, maximaque depressio Lunæ meridianum occupanti responderet.

§. 82. Cùm igitur aqua, si inertiâ careret, agitetur per spatium $MN = \frac{3g}{h}$, suprà autem §. 41. eâdem hac hypothesi, qua tam locus quàm Luna in æquatore ponitur, aquam elevari supra libellam per spatium 2, 260 pedum, infra eam verò deprimi spatio 1, 112 pedum, erit $\frac{3g}{h} = 3,372$ pedum, ideoque $\frac{g}{h} = 1,124$ pedum $= 1\frac{1}{8}$ pedum. Quoniam verò valor ipsius g cum unitate comparatur, ideo venit, quòd tempus per ipsum arcum circuli cujus radius est $= 1$ expressimus: hinc itaque valor ipsius g respectu unitatis definietur tempore eodem modo expresso, quo aqua in M usque depressa solâ vi gravitatis se in C restitueret, quod tempus ex circumstantiis facilè poterit æstimari: prodibit autem per calculum tempus hujus restitutionis $= \frac{\pi}{2}\sqrt{2g}$, denotante π semiperipheriam circuli radium $= 1$ habentis, seu tempus duodecim horarum Lunarium. Quòd si igitur restitutio ponatur actu fieri tempore $\frac{12}{n}$ horarum, erit $\frac{\pi}{n} = \frac{\pi\sqrt{2g}}{2}$, & $g = \frac{2}{nn}$, ex quo perspicuum est, quò citiùs aqua se propriâ suâ vi restituere valeat, eò minùs excessurum esse spatium AB spatium MN. Cùm autem de hac restitutione non satis tutò judicare queamus, præstabit ex observationibus rationem spatii AB ad MN proximè assumere. Si enim ponamus esse $AB = 2MN$, erit $\frac{3}{1-8g} = 6$, erit $g = \frac{2}{16}$; sin autem sit $AB = 3MN$, fiet $\frac{3}{1-8g} = 9$ & $g = \frac{2}{12}$: at posito $AB = 4MN$, erit $g = \frac{2}{32}$. Quoniam igitur aqua ob inertiam ferè duplo majus spatium absolvere poni potest, assumamus $g = \frac{2}{36}$ seu $n = 6$, ita ut aqua propriâ vi gravitatis tempore circiter 2 horarum in statum naturalem se restituere valeat. Posito autem $g = \frac{1}{18}$,

fiet $\frac{3}{1-8g} = 5,4$; ſpatiumque $AB = 6$ ped. proximè. Ne autem tractatio nimis fiat ſpecialis, retineamus litteram n, cujus valorem eſſe circiter 6 vel 5 notaſſe ſufficiet, qui valor ſatis propè ad æſtimationem accedit : ita ut ſit $g = \frac{2}{nn}$ & $AB = \frac{3nn}{nn-16} \cdot \frac{9}{8}$ pedum : unde ſatis patet n neceſſariò eſſe debere > 4, eritque adeo vel 5 vel 6.

§. 83. Tentemus nunc idem hoc problema in ſenſu latiori, ac ponamus regionis C elevationis poli ſinum eſſe $= P$, coſinum $= p$; Lunæ verò declinationis borealis ſinum eſſe $= Q$, coſinum $= q$; Lunamque ſuper Terra jam per meridianum tranſiiſſe, ab eoque diſtare angulo horario $= z$, ita ut z ut antè tam tempus quàm arcum circuli radii $= 1$ deſignet; quòd ſi nunc arcûs z coſinus ponatur $= t$, erit ſinus altitudinis Lunæ ſuper horizonte $= tpq + PQ$; ideoque vis Lunæ Mare elevans $= \frac{L}{2b^3}\left(3(tpq + PQ)^2 - 1\right) = \frac{3p^2q^2tt + 6pqPQt + 3P^2Q^2 - 1}{h}$, poſito ut antè $\frac{L}{2b^3} = \frac{1}{h}$. Quoniam verò eſt $t =$ coſ. z erit $2tt - 1 =$ coſ. $2z$ & $tt = \frac{1 + \text{coſ. } 2z}{2}$, ex quo vis Lunæ ad Mare elevandum habebitur $= \frac{3p^2q^2 \text{ coſ. } 2z}{2h} + \frac{6pqPQ \text{ coſ. } z}{h} + \frac{3p^2q^2 + 6P^2Q^2 - 2}{2h}$. Ponamus nunc ſuperficiem aquæ in M verſari, exiſtente $CM = s$, & celeritatem ejus quâ actu aſcendit debitam eſſe altitudini v, erit $dv = -ds\left(\frac{s}{g} + \text{vi Lunæ}\right)$, cùm verò ſit $dz = \frac{-ds}{\sqrt{v}}$ ſeu $\sqrt{v} = \frac{-ds}{dz} =$ ipſi celeritati aſcenſûs; erit $v = \frac{ds^2}{dz^2}$ atque $dv = \frac{2dsdds}{dz}$, poſito dz conſtante : hinc igitur emerget iſta æquatio $2dds + dz^2 \cdot \left(\frac{s}{g} + \frac{3p^2q^2 + 6P^2Q^2 - 2}{2h} + \frac{6pqPQ \text{ coſ. } 2z}{h} + \frac{3p^2q^2 \text{ coſ. } 2z}{2h}\right)$ relationem inter tempus z & ſtatum Maris s continens.

§. 84. Quòd ſi nunc hæc æquatio eodem modo tractetur, quo ſuperior, ea pariter bis integrari poſſe deprehendetur, integra-

tionibus autem ſingulis debito modo abſolutis, & conſtantibus ita determinatis ut motus aquæ fiat uniformis, reperietur $s = \frac{-g(3p^2q^2+6P^2Q^2-2)}{2h} - \frac{6gpqPQ\,\text{coſ.}\,z}{h(1-2g)} - \frac{3gp^2q^2\,\text{coſ.}\,2z}{2h(1-8g)}$ ac celeritas aſcenſûs $\surd v = \frac{-ds}{dz} = \frac{-6gpqPQ\,\text{ſin.}\,z}{h(1-2g)} - \frac{3gp^2q^2\,\text{ſin.}\,2z}{h(1-8g)}$. Cùm autem ſit ſin. $2z = 2$ ſin. z coſ. z, celeritas duobus caſibus evaneſcit, quorum primus eſt ſi ſin. $z = 0$, alter ſi coſ. $z = \frac{-PQ(1-8g)}{pq(1-2g)}$; illi caſus dabunt aquam ſummam, hi verò imam. Hinc igitur patet aquam ſummam contingere debere iis ipſis momentis, quibus Luna per meridianum tranſit, imam verò non tum, cùm Luna horizontem attingit; namque Luna horizontem attingit, ſi eſt coſ. $z = \frac{-PQ}{pq}$, aqua verò eſt ima ſi eſt coſ. $z = \frac{-PQ(1-8g)}{pq(1-2g)} = \frac{-5PQ}{8pq}$ poſito $g = \frac{1}{18}$. Hìc autem idem eſt notandum quod ſuprà, ſcilicet nos poſuiſſe motum aquæ eſſe uniformem ſeu quotidie ſui ſimilem, Lunamque in ecliptica locum tenere fixum, ſeu ſaltem ſuam declinationem non variare. Quoniam verò ob variabilitatem declinationis Lunæ, itemque ob actionem Solis, iſte motus perpetuò turbatur, atque inſuper motûs Maris horizontalis nulla adhuc habita eſt ratio, facilè intelligitur, tàm Fluxus quàm Refluxus tardiùs venire debere, quàm quidem ex his formulis ſequitur.

§. 85. Bini ergo unâ Lunæ revolutione contingent Fluxus, alter ſi Luna ſuper horizonte ad meridianum appellit, alter ſi ſub Terra; priori caſu eſt coſ. $z = 1$, & coſ. $2z = 1$, hoc itaque tempore Mare ſupra libellam C elevabitur per ſpatium $\frac{g(3p^2q^2+6P^2Q^2-2)}{2h} + \frac{3gp^2q^2}{2h(1-8g)} + \frac{6gpqPQ}{h(1-2g)}$. Dum autem Luna ſub horizonte meridianum attingit, tum aqua elevabitur per ſpatium $= \frac{g(3p^2q^2+6P^2Q^2-2)}{2h} + \frac{3p^2q^2}{2h(1-8g)} - \frac{6gpqPQ}{h(1-2g)}$, propter

cos. $z = -1$ at cos. $2z = 1$ hoc casu: harum igitur altitudinum differentia est $= \frac{12gpqPQ}{h(1-2g)}$: atque Mare in transitu Lunæ per meridianum supra horizontem altiùs elevatur, si declinatio Lunæ sit borealis; contrà verò si declinatio fuerit australis, major Maris elevâtio respondebit appulsui Lunæ ad meridianum infra horizontem. Lunâ verò in ipso æquatore versante, ambo Fluxus inter se erunt æquales. Ratione autem elevationis poli, horum binorum Fluxuum successivorum inæqualitas erit maxima sub elevatione poli 45°, pro his enim regionibus fit pP maximum; atque in aliis regionibus eò minor erit inæqualitas, quò magis fuerint à latitudine 45° remotæ. Mare autem maximè deprimetur, si fuerit cos. $z = \frac{-PQ(1-8g)}{pq(1-2g)}$; quo valore substituto, reperietur aqua infra libellam C subsidere per spatium $= \frac{3gp^2q^2}{2h(1-8g)} - \frac{g(3p^2q^2+6P^2Q^2-2)}{2h} + \frac{3gP^2Q^2(1-8g)}{h(1-2g)^2}$, omnino igitur aqua in æstu movebitur per spatium $= \frac{3gp^2q^2}{h(1-8g)} \pm \frac{6gpqPQ}{h(1-2g)} + \frac{3gP^2Q^2(1-8g)}{h(1-2g)^2}$, quorum signorum ambiguorum superius + valet si Luna super horizonte, alterum verò − si Luna sub horizonte in Fluxu meridianum attingit.

§. 86. Si aqua inertiâ careret, tum superiore Lunæ transitu per meridianum elevaretur supra libellam C per spatium $= \frac{3(pq+PQ)^2-1}{h}g$, inferiori verò transitu per meridianum elevaretur ad altitudinem $\frac{3(pq-PQ)^2-1}{h}g$, quarum altitudinum discrimen est $= \frac{12gpqPQ}{h}$; ita ut discrimen admissâ inertiâ majus sit parte circiter octava, quàm idem discrimen si inertia tollatur. Maximè autem deprimetur aqua sublatâ inertiâ, si fuerit cos. $z = \frac{-PQ}{pq}$, tumque infra libellam erit constituta intervallo $= \frac{g}{h}$; ex quo spatium, per quod æstus Maris fit sublatâ inertiâ, prodit =

$\frac{3p^2q^2 + 3P^2Q^2 \pm 6pqPQ}{h}g$; cùm igitur idem ſpatium conceſsâ inertiâ, ſit $= \frac{3gp^2q^2}{h(1-8g)} \pm \frac{6gpqPQ}{h(1-2g)} + \frac{3gP^2Q^2(1-8g)}{h(1-2g)^2}$, erit exceſſus hujus ſpatii ſuper illud $= \frac{24g^2p^2q^2}{h(1-8g)} - \frac{12g^2P^2Q^2(1+g)}{h(1-2g)^2} \pm \frac{12g^2pqPQ}{h(1-2g)}$. Fieri ergo poteſt ut ſpatium, in quo æſtus Maris continetur, majus ſit ſublatâ inertiâ, quàm ſi ea aquæ tribuatur, id quod eveniet ſi $\frac{P^2Q^2(1+g)}{(1-2g)^2} > \frac{2p^2q^2}{1-8g}$ vel $\frac{PQ}{pq} > \frac{(1-2g)\sqrt{2}}{\sqrt{(1+g)(1-8g)}}$, hoc eſt, $\frac{PQ}{pq} > \sqrt{\frac{256}{95}}$, poſito $g = \frac{1}{18}$; quod verò ſi evenit, Luna ne quidem ad horizontem in curſu diurno attingit, ac propterea aquam non deprimit. Ex quo ſequitur æſtum ubique ab inertiâ aquæ augeri: erit autem ad uſum magis accommodatè ſpatium AB, per quod Mare agitatur, ita expreſſum ut ſit $AB = \frac{3g}{h(1-8g)}\left(pq \pm \frac{PQ(1-8g)}{1-2g}\right)^2$, ubi ſignorum ambiguorum ſuperius tranſitum Lunæ per meridianum ſuper horizonte, inferius verò ſub horizonte reſpicit.

§. 87. Cùm ſit $\frac{3g}{h} = 3,372$ pedum, Lunâ mediocrem à Terrâ diſtantiam tenente, atque g ſit circiter $\frac{2}{25}$ vel $\frac{1}{18}$; erit poſito $g = \frac{2}{25}$ ſpatium $AB = \frac{25}{9}(pq \pm \frac{3}{7}PQ)^2$, 3, 372 ped. at facto $g = \frac{1}{18}$ erit ſpatium $AB = \frac{9}{5}(pq \pm \frac{5}{8}PQ)^2$. 3, 372 ped. Ex his colligitur æſtum fore maximum pro eadem elevatione poli, ſi fuerit tangens declinationis Lunæ $= \frac{3}{7}\frac{P}{p}$ caſu $g = \frac{2}{25}$, vel $= \frac{5}{8}\frac{P}{p}$ caſu $g = \frac{1}{18}$: horum autem caſuum prior veritati magis videtur conſentaneus, atque hanc ob rem valorem $g = \frac{2}{25}$ retineamus: hinc igitur ſequitur ſub æquatore æſtum fore maximum ſi Luna nullam habeat declinationem, atque ſimul pro quaque regione declinatio Lunæ poterit aſſignari, cui maximus æſtus reſpondeat: uti ex adjecto laterculo apparet:

Elevatio Poli.	Declinatio ☽	Elevatio Poli.	Declinatio ☽	Elevatio Poli.	Declinatio ☽
0°.	0°, 0′	30°.	13°, 54′	60°.	———
5°.	2°, 8′	35°.	16°, 42′	65°.	———
10°.	4°, 19′	40°.	19°, 46′	70°.	———
15°.	6°, 33′	45°.	23°, 11′	75°.	———
20°.	8°, 52′	50°.	27°, 3′	80°.	———
25°.	11°, 18′	55°.	maxima.	85°.	———

In locis ergo ultra 45°. ab æquatore remotis æstus erit maximus, si Luna maximam obtineat declinationem, si quidem fuerit $g = \frac{2}{25}$: ac si per observationes constet cuinam Lunæ declinationi maximus æstus respondeat, tum inde valor litteræ g innotescet: quoniam autem sub elevatione poli 50°. æstus maximi nondum maximæ declinationi respondere observantur, ponamus id evenire sub elevatione poli 60°, reperietur $\frac{1-8g}{1-2g} = \frac{1}{4}$ atque $g = \frac{1}{10}$, unde ipsius g tutò hi limites constitui posse videntur $\frac{1}{10}$ & $\frac{1}{18}$; ex hac verò hypothesi valor $\frac{1}{10}$ multo propiùs ad veritatem accedit; interim tamen etiamnum nil definimus, sed observationes hunc in finem sollicitè institutas expectamus.

§. 88. Quòd si autem ponamus $g = \frac{1}{10}$, tum bini æstus successivi, dum Luna in maximâ declinatione versatur, eò magis ad æqualitatem perducentur, quò ipso theoria ad experientiam propiùs accedit; cùm enim sit horum binorum æstuum major ad minorem uti $\left(pq + \frac{PQ(1-8g)}{1-2g}\right)^2$ ad $\left(pq - \frac{PQ(1-8g)}{1-2g}\right)$, hæc ratio eò propiùs ad æqualitatem accedet, quò minor fuerit fractio $\frac{1-8g}{1-2g}$, fit autem hæc fractio $= \frac{1}{4}$ si ponatur $g = \frac{1}{10}$. Hac itaque hypothesi erit quantitas æstûs majoris $= (pq + \frac{1}{4}PQ)^2 . 16, 86$ ped. minoris verò $= (pq - \frac{1}{4}PQ)^2 . 16, 86$ ped. At inter hos binos æstus aqua humillima non medium interjacet, sed minori est vicinior, neque tamen tantâ inæqualitate binos

Fluxus dirimit, quàm fieret, si ima aqua Lunæ horizontali responderet. Si enim tempus medium inter binos Fluxus ponatur z, erit cos. $z = 0$, at temporis, quo Refluxus Fluxum majorem insequitur, cosinus est $= \frac{-PQ}{4pq}$, ejusque ergo intervalli à tempore medio sinus est $= \frac{PQ}{4pq}$, quæ expressio adeo sub elevatione poli 60°, pro maxima Lunæ declinatione 28°, tantum fit = sin. 13°, unde Refluxus à tempore inter Fluxus medio circiter 54′ aberrabit: minor verò erit aberratio, quò propiùs cùm regio Terræ tùm Luna ad æquatorem versentur, id quod cum experientiâ mirificè convenit. Quoniam autem hæc ex valore ipsius g assumto consequuntur, imprimis notari oportet, litteram g non posse absolutè determinari, sed ejus quantitatem, quippe quæ mobilitatem totius oceani spectat, cùm ab extensione tùm etiam profunditate Maris pendere; ex quo variis in locis hæc eadem littera g, varias significationes sortietur.

§. 89. Ex solutione horum duorum problematum, quæ quidem in se spectata non solum sunt attentione digna, sed etiam cùm analysin tùm etiam motûs scientiam amplificant, quamvis ea casum propositum non penitus exhauriant, tamen motus in præcedentibus capitibus definitus multò magis cum experientiâ conciliatur, id quod theoriæ nostræ jam insigne addit firmamentum. Simili autem modo vis à Sole profecta cum inertiâ aquæ potest conjungi, atque æstus Maris definiri, quatenus à solâ vi Solis oritur, quibus duobus effectibus conjungendis judicare licebit, quantus æstus quovis tempore & quovis loco debeat evenire. In hoc quidem capite cogitationes adhuc ab omnibus obstaculis à Terrâ & littoribus oriundis prorsus abstrahimus, atque universam Terram undiquaque aquâ circumfusam ponimus; ex quo regulas hinc natas præcipuè cum ejusmodi observationibus, quæ in amplissimo oceano apud exiguas insulas sunt institutæ, conferri conveniet. Quoniam autem nondum motûs aquæ progressivi, quo alternativè

alternativè ad loca, in quibus Fluxus & Refluxus accidit, progreditur & recedit, rationem habuimus, necesse est ut etiam hunc motum & Phænomena inde orta contemplemur. Ac primò quidem facilè intelligitur, cùm ob inertiam aquæ tùm etiam alia impedimenta motui opposita, aquam tam tardiùs elevari quàm deprimi oportere, quàm ex allatis hactenus consequitur : unde Fluxus non ad transitus Lunæ per meridianum contingent, sed aliquanto seriùs evenient, omnino uti experientia testatur.

§. 90. Hæc autem retardatio præcisè ad calculum revocari non potest, quia à motu aquæ ejusque profunditate plurimum pendeat, prouti etiam videmus in diversis locis eam vehementer esse diversam, atque aliis locis Fluxum contingere post Lunæ culminationem tribus horis nondum elapsis, aliis verò locis plus quàm duodecim horis tardiùs venire, quæ quidem insignis retardatio terrarum positioni est adscribenda ; interim tamen hinc sufficienter constat motum Maris admodum posse impediri. Pro eodem verò loco satis luculenter perspicitur, quò major atque altior Fluxus evenire debeat, eò tardiùs eundem accidere oportere. Quòd si enim æstus contingat infinitè parvus, dubium est nullum, quin is stato tempore adveniat, cùm impedimentis hoc casu ne locus quidem concedatur agendi : unde dilucidè sequitur æstus eò tardiùs advenire debere, quò sint majores. Atque hoc ipsum experientia confirmat, quâ constat æstus majores, qui circa novilunia ac plenilunia contingunt, tardiùs insequi transitum Lunæ per meridianum, quàm æstus minores, qui circa quadraturas contingunt. Cùm enim Luna in quadraturis circiter 6 horis tardiùs respectu Solis per meridianum transeat, quàm in syzygiis, æstus tamen non 6 horis tardiùs, sed tantum circiter $5\frac{1}{4}$ horis tardiùs accidit. Videtur verò etiam calculus, qui pro utraque vi Solis ac Lunæ conjunctim institui potest simili modo, quo pro solâ vi Lunæ fecimus, ejusmodi retardationem majorem in syzygiis quàm in quadraturis indicare, etiamsi eum ob summas difficultates ad finem per-

ducere non valuerimus; interim tamen ſatis planum eſt præcipuam ejus cauſam in ipsâ naturâ aquæ eſſe quærendam. Hæc autem allata ratio retardationis à Flamſtedio maximè probatur, quippe qui obſervavit maximam retardationem non tam ſyzygiis luminarium, neque minimam quadraturis reſpondere, ſed iis tempeſtatibus, quibus æſtus ſoleant eſſe maximi & minimi, id quod demum poſt ſyzygias & quadraturas contingit.

§. 91. Ad hanc autem Fluxuum à ſyzygiis ad quadraturas accelerationem, reſpectu tranſitûs Lunæ per meridianum, ac retardationem à quadraturis ad ſyzygias, plurimùm quoque vis Solis conferre videtur. Suprà enim jam indicavimus poſt ſyzygias Fluxum tranſitum Lunæ per meridianum antecedere debere, ob Solem tum jam versùs horizontem declinantem; unde etiam, ſtabilitâ inertiâ, diebus novilunia ac plenilunia ſequentibus æſtus Maris citiùs inſequi debet tranſitum Lunæ per meridianum, quàm in ipſis ſyzygiis, id quod etiam obſervationes mirificè confirmant; inter Fluxum enim quintum & ſextum poſt ſyzygias retardatio reſpectu Solis tantum 17 minut. deprehenditur, cùm tamen Luna 24′ retardetur. Hanc ob rem à Sole determinatur æſtus ad actionem virium magis exactè ſequendam, quæ determinatio cùm duret uſque ad quadraturas, mirum non eſt, quòd æſtus tùm reſpectu Lunæ citiùs contingant, magiſque ad calculum accedant. Contrarium evenit in progreſſu à quadraturis ad ſyzygias, quo tempore æſtus à Sole continuò retardantur; hocque neceſſariò efficitur, ut tandem in ipſis ſyzygiis Fluxus tardiùs inſequatur Lunæ culminationem quàm in quadraturis. Hanc autem rationem cum magnitudine æſtûs conjungendam eſſe putamus ad hæc phænomena perfectè explicanda, ſæpiſſimè enim in hac quæſtione plures cauſæ ad eundem effectum producendum concurrunt; hoc autem eſt idipſum quod calculus ille ſummopere implicatus & moleſtus quaſi per tranſennam oſtendere viſus eſt.

§. 92. Quò autem tam de his Phænomenis quàm reliquis

certiùs & solidiùs judicare queamus, ipsum motum progressivum, quem aqua ab æstu recipit, investigabimus. Cùm enim aqua eodem loco nunc elevetur nunc subsidat, necesse est ut priori casu aqua aliunde affluat, posteriori verò ab eodem loco defluat, unde nomina Fluxûs ac Refluxûs originem traxerunt. Repræsentet igitur tempore quocunque figura $ADBE$ statum aquæ totam Terram ambientis, ita ut in locis A & B aqua maximè sit elevata, in locis verò mediis ab A & B æquidistantibus, maximè depressa. Post aliquod tempus transferatur æstus summus ex A & B in a & b, sitque $aDbE$ figura aquæ Terram circumdantis: hoc igitur tempore necesse est, ut à parte oceani DF defluxerit aquæ copia $FAMDmf$, in partem verò FE tantundem aquæ affluxerit, portio scilicet $FaNEne$: simili modo portio EG decrevit copiâ aquæ $EPBGgp$, portioque GD augmentum accepit $GbQDqd$. Si nunc ponamus portionem FMm transire in locum FNn, ac portionem EPp in ENn deferri, satis clarè motum aquæ progressivum intelligere licebit. Cùm enim motus aquæ summæ A fiat ab ortu in occasum, aqua quæ circa A versùs orientem scilicet ab M ad N usque est sita, in occasum movebitur; similiterque ea quæ huic è diametro est opposita & spatium PQ occupat. Contrà verò reliqua aqua in MQ & NP contenta in ortum promovebitur. Verùm celeritas ubique non erit eadem; in punctis enim M, N, P & Q quippe limitibus inter motus versùs ortum & obitum, celeritas erit nulla, deinde ab M usque ad F crescet ubique ita ut incrementa celeritatis in punctis mediis ut A sint differentiis Af proportionalia : ab F verò usque ad N celeritas decrescere debet, & decrementum celeritatis in e erit ut ae ; similique modo comparatus erit motus in reliquis portionibus figuræ propositæ.

FIG. XII.

§. 93. Si hæc diligentiùs prosequamur ac punctum a ipsi A proximum ponamus, reperiemus in loco quocunque M fore intervallum Mm sinui dupli anguli MCA proportionale. Quare si anguli ACM sinus ponatur $= x$, cosinus

$=y$, ac celeritas quam aqua in M habet, versùs occasum $=u$, erit du ut $2xy$. Cùm autem elementum arcûs AM sit ut $\frac{dx}{y}$; nam figuram instar circuli considerari licet: erit du ut $2xdx$, atque u proportionale erit ipsi $2xx-1$ ejusmodi adjecta constante, ut ubi Mm est maximum, ibi celeritas evanescat. Hanc ob rem erit celeritas in loco quocunque M, quam aqua versùs occidentem habebit, uti cosinus dupli anguli MCA. Maxima igitur aquæ celeritas versùs occidentem erit in iis locis, in quibus aqua maximè est elevata; huicque celeritati æqualis est ea, quâ aqua in locis ubi maximè est depressa, versùs orientem promovetur; si quidem hæc in circulo fieri concipiamus, nam in sphæra motus aliquantum diversus erit, sed tamen hinc intelligi poterit. At in locis quæ ab A & B 45 grad. distant, ob cosinum dupli anguli $=0$, aqua omnino nullum habebit motum horizontalem. Ex his igitur non solum motus aquæ progressivus cognoscitur, quo alterna elevatio ac depressio producitur, sed etiam luculenter perturbationes, quæ à Terris, littoribus atque etiam à fundo Maris proficisci possunt, perspiciuntur. Ceterum quanquam sectio nostra plana $ADBE$ æquatorem solum denotare videtur, tamen eadem ad parallelum quemvis significandum satis commodè adhiberi potest: quin etiam motus pro sphæra hinc satis distinctè colligi poterit, operæ enim pretium non judicamus, per solidorum introductionem hanc rem cognitu tantò difficiliorem reddere.

§. 94. Eò minus autem hujus accuratæ inquisitioni insistemus, quòd celeritas progressiva insuper à profunditate maris pendeat. Quòd si enim ponamus mn jam esse Maris fundum, ita ut profunditas Maris in M major non esset quàm Mm, tum isti aquæ tantus motus inesse deberet, quo ea, dum Fluxus ex A in a transit, ex situ $nFMm$ in situm $mFNn$ transferri posset. Hic autem motus quamvis sit difformis & per totam massam inæquabilis, tamen si tota translatio spectetur, totus motus ex spatio à centro

gravitatis interea percurſo eſt æſtimandus. Hoc igitur caſu, quo Terræ ſuperficiem ſolidam ad mn uſque pertingere ponimus, reperietur centrum gravitatis maſſæ $nFMm$ ferè æquè celeriter promoveri debere ac punctum A, ex quo ejus celeritas tanta eſſe deberet, qua tempore unius horæ ſpatium ferè 15 graduum percurrere poſſet, quæ celeritas utique foret enormis ac ſtupenda. At ſi Mari profunditatem majorem tribuamus, ſcilicet ad $\mu\nu$ uſque, tum illa celeritas multò fiet minor, decreſcet namque in eadem ratione in qua profunditas creſcit. Cùm igitur celeritas Maris, quæ antè in ſe ſpectata inventa eſt coſinui dupli anguli MCA proportionalis, eò fiat minor, quò majorem Mare habeat profunditatem, tenebit ea in quoque loco rationem compoſitam ex ratione directâ coſinûs dupli anguli MCA atque ex inversâ profunditatis.

§. 95. Datur autem alius modus celeritatem Maris horizontalem, poſitâ ſcilicet ubique profunditate eâdem, determinandi, qui tamen etiam ad diverſas profunditates patet, ſi cum ratione inveniendâ conjungamus reciprocum profunditatum uti fecimus; deduciturque hic modus ex motu Maris verticali, quo modò aſcendit modò deſcendit, qui jam ſuprà eſt definitus. Primò enim manifeſtum eſt, ſi Mare ubique eâdem celeritate, (poſitâ profunditate ubique æquali) in eandem plagam promoveretur, tum etiam altitudinem manſuram eſſe eandem ubique, neque ullam mutationem in elevatione aquæ orturam eſſe. At ſi aqua motu inæquabili progrediatur, manifeſtum eſt iis in locis, ubi celeritas diminuitur, aquam turgeſcere atque adeo elevari debere, quoniam plus aquæ affluit quàm defluit; contrà verò ubi celeritas aquæ creſcat, ibi aquam ſubſidere oportere. Quare cùm elevatio & depreſſio Maris à motûs progreſſivi horizontalis inæqualitate pendeat, licebit pro quovis loco hanc inæqualitatem definire, ex motu aſcensûs & deſcensûs cognito. Cùm enim celeritas aſcensûs ſit decremento celeritatis progreſſivæ æqualis, celeritas deſcensûs verò incremento celeritatis progreſſivæ, ex dato motu verticali ratio

Rr iij

motûs horizontalis definiri poterit. Invenimus autem suprà §. 84, si Luna à meridiano versùs occasum jam recessit angulo z, hoc est cùm regio proposita ab ea, in qua aqua est summa, versùs orientem secundùm longitudinem distet angulo z, fore celeritatem quâ aqua ascendit $= \frac{-6gpqPQ \sin. z}{h(1-2g)} - \frac{3gp^2q^2 \sin. 2z}{h(1-8g)}$. Quare cùm huic celeritati ascensûs proportionale sit decrementum motûs horizontalis, erit ipsa celeritas horizontalis versùs occasum ut $\frac{g(3p^2q^2+6P^2Q^2-2)}{2h} + \frac{6gpqPQ \cos. z}{h(1-2g)} + \frac{3gp^2q^2 \cos. 2z}{2h(1-8g)}$; hujus enim differentiale negativè sumtum & per dz divisum dat ipsam celeritatem ascensûs. Quoniam autem hæc expressio simul exhibet spatium, quo Mare supra libellam elevatur, erit celeritas Maris in quovis loco versùs occidentem proportionalis elevationi supra libellam, & inversè profunditati Maris, quæ est vera regula pro motu Maris, tam verticali quàm horizontali, definiendo; atque ita priori modò insufficienti supersedere potuissemus.

§. 96. Consideremus ergo motum, quo aqua tam verticaliter quàm horizontaliter promovetur à Fluxu usque ad Refluxum, indeque ad sequentem Fluxum, idque sub æquatore, dum Luna pariter in æquatore versatur: erit itaque celeritas ascensûs ut $-\sin. 2z$, celeritas autem horizontalis versùs occasum ut $15 \cos. 2z + 1$ posito $g = \frac{1}{10}$, cui expressioni simul altitudo aquæ supra libellam est proportionalis. Quòd si ergo superficies Terræ seu perimeter æquatoris in 24 partes æquales dividatur, atque in locis *A* & *B* aqua sit maximè elevata, in *C* & *D* verò minimè, numeri 1, 2, 3, &c. designabunt ea Terræ loca in quibus ante unam vel duas vel tres vel &c. horas lunares aqua maximè fuit elevata, tribuendo uni horæ Lunari 62 minuta. In Tabulâ ergo annexâ exhibetur motus tam verticalis, quàm horizontalis, ad singulas horas post Fluxum elapsas.

FIG. XIII.

Horæ post Fluxum.	*Celeritas Maris verticalis.*		*Celeritas Maris horizontalis.*	
0	0,000	descendit.	1,067	in occasum.
1	0,500	descendit.	0,927	in occasum.
2	0,860	descendit.	0,567	in occasum.
3	1,000	descendit.	0,067	in occasum.
4	0,860	descendit.	0,432	in ortum.
5	0,500	descendit.	0,792	in ortum.
6	0,000	ascendit.	0,932	in ortum.
7	0,500	ascendit.	0,792	in ortum.
8	0,860	ascendit.	0,432	in ortum.
9	1,000	ascendit.	0,067	in occasum.
10	0,860	ascendit.	0,567	in occasum.
11	0,500	ascendit.	0,927	in occasum.
12	0,000	descendit.	1,067	in occasum.

Facilè autem intelligitur pro regionibus ab æquatore remotis, præcipuè si Luna habeat declinationem, tum utrumque motum magis fore irregularem, atque mox ascensum citiùs absolvi mox verò descensum; totus autem motus faciliùs ex ipsis formulis datis cognoscetur. Hìc denique profunditatem ubique eandem posuimus; quòd si enim esset diversa, motus horizontalis simul rationem inversam profunditatis tenebit.

§. 97. Denique antequam hoc caput finiamus, notari oportet, neque maximos æstus iis ipsis temporibus evenire posse, quibus vires Solis & Lunæ maximè vigent, nec minimos æstus tum, cùm vis à Luna & Sole nata est debilissima, sed aliquanto tardiùs. Æstûs enim magnitudo non solum à quantitate virium sollicitantium pendet, uti id usu veniret, si aqua inertiâ careret, sed insuper à motu jam antè concepto. Quòd si enim antè Mare omnino quievisset,

tum primus certè æstus oriundus admodum futurus esset exilis, etiamsi vires sollicitantes essent maximæ ; sequentes verò æstus continuò crescerent, donec tandem post tempus infinitum magnitudinem assignatam obtinerent, si quidem vires sollicitantes idem robur perpetuò servarent : atque hoc idem evenire debet, si æstus præcedentes tantum fuerint minores, quàm is qui viribus sollicitantibus convenit. Quare cùm æstus novilunia ac plenilunia præcedentes sint minores, ii quidem his temporibus ab auctis viribus augebuntur, non verò subitò totam suam quantitatem consequentur, atque hanc ob rem æstus etiamnum post syzygias augmenta accipient, donec ob tum secutura virium decrementa, æstus iterum decrescere incipiant. Ita tempore noviluniorum & pleniluniorum non tam ipsi æstus quàm incrementa eorum censenda sunt maxima, quatenus scilicet æstus præcedentes maximè deficiunt, ab iis qui sequi deberent ; ex quo manifestum est non illos æstus, qui in ipsis syzygiis luminarium contingunt, esse maximos, sed sequentes esse majores. Hocque idem intelligendum est de æstibus minimis, qui non in ipsas quadraturas incidunt, sed tardiùs sequuntur : unde ratio luculenter perspicitur, cur æstus tam maximi quàm minimi non ipsis syzygiarum & quadraturarum tempestatibus respondeant, sed seriùs observentur, tertii scilicet demum vel quarti post hæc tempora.



CAPUT

CAPUT SEPTIMUM.

Explicatio præcipuorum Phænomenorum circa Æstum Maris observatorum.

§. 98. In præcedentibus capitibus fusiùs exposuimus effectus, qui in Mari à viribus illis duabus, quarum altera versùs Lunam est directa, altera versùs Solem, produci debent; eosque cùm per calculum analyticum, tùm per solida ratiocinia ita determinavimus, ut de eorum existentiâ dubitari omnino non liceat, si quidem illæ vires admittantur. At verò istas vires in mundo existere non solum per alia phænomena evidentissimè probavimus, sed etiam earum causam physicam assignavimus, quam in binis vorticibus, quorum alter circa Solem, alter circa Lunam sit constitutus, posuimus, quippe quæ est unica ratio cùm gravitatem tùm etiam vires, quibus planetæ in suis orbitis circa Solem continentur, explicandi. Quin etiam hæc ipsa phænomena internam vorticum structuram & indolem commonstrarunt; ob eaque vortices ita comparatos esse statuimus, ut vires centrifugæ decrescant in duplicatâ ratione distantiarum à centris eorumdem. Quare cùm in his viribus nihil gratuitò assumserimus, si effectus ex iis oriundi cum phænomenis æstûs Maris conveniant, certissimè nobis persuadere poterimus, in assignatis viribus veram æstûs Maris causam contineri; absonumque omnino fore, si causam æstûs Maris in aliis viribus imaginariis anquirere vellemus. Quamobrem in hoc capite constituimus omnes effectus, qui in superioribus capitibus sparsim sunt eruti, conjunctim & ordine proponere, summumque eorum consensum cum experientiâ declarare. Quoniam autem nondum impedimentorum à littoribus terrisque oriundorum rationem habuimus, facilè intelligitur, hinc excludi adhuc debere ejusmodi anomalias æstûs Maris, quæ evidentissimè

Ss

à Terris contingentibus ortum habeant, cujusmodi sunt æstus vel vehementer enormes vel vix sensibiles, uti in Mari Mediterraneo, vel insignes retardationes eorum, quibus rebus explicandis sequens caput ultimum destinavimus: ita in hoc capite tantum ea æstûs Maris phænomena explicanda suscipimus, quæ in portubus amplissimum oceanum respicientibus vel insulis observari solent in oceano sitis.

§. 99. Si omnes proprietates, quibus Fluxus ac Refluxus Maris præditus esse observatur, distinctè enumerare atque exponere velimus, deprehendemus eas ad tres classes revocari debere. Ad primam scilicet classem referenda sunt phænomena, quæ in uno æstu in se spectato conspiciuntur, cùm ratione temporis tùm etiam ratione quantitatis; hæcque phænomena commodissimè sub varietatibus diurnis comprehendi possunt, quatenus ea se offerunt observatori, qui per integrum tantum diem observationes instituit, neque ea cum aliis phænomenis aliis temporibus occurrentibus comparat. Secunda classis complectitur varietates menstruas, quæ sese observatori per integrum mensem æstum Maris contemplanti offerunt, quorsum pertinent æstus maximi minimique, item retardationes modò majores modò minores. Tertia denique classis comprehendit varietates annuas ac plusquam annuas, quæ sequuntur vel varias Lunæ à Terra distantias, vel Solis; vel etiam luminarium declinationem. Hanc ob rem phænomena uniuscujusque classis recensebimus, atque quomodo singula cum theoriâ traditâ congruant, ostendemus. Hìc verò, ut jam est monitum, à perturbationibus quæ à Terris ac littoribus provenire possunt, animum prorsus abstinemus, eas sequenti capiti reservantes. Multò minùs verò ad ventum hìc respicimus, quo æstus Maris cùm ratione magnitudinis tùm temporis plurimum affici observatur; sed tantum ejusmodi phænomena explicare hìc conabimur, quæ memoratis perturbationibus minimè sint obnoxia.

§. 100. Quod igitur ad primam classem attinet, præci-

puum Phænomenum in hoc consistit, quòd ubique in amplissimo oceano quotidie bini Maris Fluxus seu elevationes, binique Refluxus seu depressiones observentur, atque tempus inter binos Fluxus successivos circiter 12 h. 24′ deprehendatur. Huic verò Phænomeno, si ulli alii, per theoriam nostram plenissimè est satisfactum, ubi ostendimus maximam aquæ elevationem deberi transitui Lunæ per meridianum tam supra quàm infra Terram: ex quo cùm Luna unâ revolutione diurnâ bis ad ejusdem loci meridianum appellat intervallo temporis circiter 12 hor. 24′, necessariò sequitur unâ revolutione Lunæ circa Terram binos Fluxus tanto tempore à se invicem dissitos oriri debere, quemadmodum hoc ipsum calculus tam pro hypothesi aquæ inertiâ carentis, quàm admissâ inertiâ, clarissimè indicavit. Simul autem ex iisdem determinationibus intelligitur sub ipsis polis nullum omnino æstum dari diurnum, in regionibus verò à polis non procul remotis, ubi luminaria vel non oriuntur vel non occidunt, quotidie unum tantum Fluxum unicumque Refluxum contingere debere; quæ consequentia theoriæ, etsi observationibus nondum satis est comprobata, tamen quia ex iisdem principiis sequitur quæ institutis observationibus satisfaciant, nulli ampliùs dubio subjecta videtur. In locis autem æquatori propioribus, quibus quotidie bini Fluxus totidemque Refluxus eveniunt, momentum, quo aqua maximè deprimitur non satis exactè medium interjacere observatur inter Fluxuum momenta, sed mox priori mox posteriori est propius, quod Phænomenum cum nostrâ theoriâ apprimè congruit; ostendimus enim momentum Refluxûs non exactè tempori medio inter Fluxus respondere, nisi vel locus situs sit sub æquatore, vel Lunæ declinatio fuerit nulla, sed modò priori modò posteriori Fluxui esse propius.

§. 101. Secundum Phænomenum huc redit, ut ubique locorum Fluxus post transitum Lunæ per meridianum venire observetur, idque aliquot horarum spatio, in portubus versùs apertum oceanum patentibus. Nam in regionibus

quæ cum oceano non liberrimè communicantur, sed ad quas aqua juxta littora deferri debet, multo tardiùs æstus advenit, quæ retardatio si ferè ad 12 horas ascendit, in causa esse solet, ut hujusmodi in locis Fluxus ante transitum Lunæ per meridianum venire videatur. Ita ad Portum Gratiæ videri posset Fluxus 3 horis Lunæ culminationem antecedere, cùm tamen, re benè consideratâ, à præcedente culminatione oriatur, atque adeo eam 9 ferè horis demum sequatur, uti apparebit si æstuum momenta, quæ successivè ad littora Britanniæ minoris & Normanniæ observantur continuóque magis retardantur, attentiùs inspiciantur. Deberet quidem ubique Fluxus in ipsos Lunæ transitus per meridianum incidere, imò quandoque ob Solem præcedere, non solum demtâ inertiâ, sed etiam eâ positâ, si tantum aquæ motus verticalis spectetur; at si etiam motûs horizontalis ratio habeatur, tum dilucidè ostendimus Fluxum perpetuò retardari, ac demum post Lunæ transitum per meridianum evenire debere. Tempus quidem hujus retardationis, cùm sit admodum variabile pluribusque circumstantiis subjectum, non definivimus, interim tamen id ex §. 82. colligi poterit, remotis externis impedimentis: cùm enim invenerimus aquam propriâ vi gravitatis sese in situm æquilibrii recipere tempore $\frac{12}{n}$ horarum, ac numerum n esse circiter 5 vel 6, manifestum est tanto etiam tempore opus esse, quo aqua eum situm quem vires intendunt, induat, ex quo Fluxus circiter 2 horas vel $2\frac{1}{2}$ hor. post transitum Lunæ per meridianum contingere debebit, id quod cum observationibus in oceano libero institutis egregiè convenit; hancque idcirco præcipuam hujus retardationis causam meritò assignamus.

§. 102. Tertium Phænomenon suppeditat æstûs magnitudo, quæ autem tam diversis locis quàm diversis tempestatibus maximè est mutabilis. Interim tamen exceptis enormibus illis æstubus, qui nonnullis in portubus observari solent, reliqui cum nostrâ Theoriâ egregiè consentiunt; inertiâ enim sublatâ, invenimus sub æquatore maximum

æſtum fore per ſpatium circiter 4 pedum, ab inertia autem hoc intervallum augeri ita ut duplo, vel triplo, vel etiam quadruplo & plus fiat majus, prout valor ipſius g (vid. §. 82.) minor fuerit vel major, quippe qui à facultate oceani ſeſe propriâ ſuâ vi in ſtatum æquilibrii reſtituendi pendet; ex quo ſub æquatore ſpatium per quod maximus æſtus agitatur ad 8, 12, 16 & plures pedes exſurgere poteſt. In regionibus autem ab æquatore remotis invenimus magnitudinem æſtûs tenere rationem duplicatam coſinuum elevationis poli, unde ſub elevatione poli 45°, magnitudo æſtûs circiter duplo erit minor quàm ſub ipſo æquatore; cujus veritas in locis à littoribus aliquot milliaria remotis per experientiam eximiè comprobatur. Deprehenditur enim ubique in locis à littoribus remotis æſtus multò minor quàm ad littora; cujus diſcriminis cauſa in ſequenti capite dilucidè indicabitur. Quinetiam in medio Mari plerumque æſtus adhuc minor obſervatur, quàm hæc regula requirit; id autem oſtendetur à non ſatis amplâ oceani extenſione ſecundùm longitudinem proficiſci, quemadmodum in oceano Atlantico qui versùs occidentem littoribus Americæ, versùs orientem verò littoribus Africæ & Europæ terminatur, quæ amplitudo non eſt ſatis magna, ut integram æſtûs quantitatem ſuſcipere queat.

§. 103. Quartum Phænomenon varietates menſtruas reſpicit, atque oſtendit æſtus, qui circa plenilunia & novilunia contingunt, inter reliquos ejuſdem menſis eſſe maximos, æſtus verò circa quadraturas luminarium minimos; quæ inæqualitas cum theoria noſtra ad amuſſim quadrat. Cùm enim æſtus Maris non ſolum ab ea vi, quæ vortici Lunam ambienti competit, oriatur, ſed etiam à vi Solem ſpectante pendeat, quæ ceteris paribus circiter quadruplo minor eſt vi Lunæ, manifeſtum eſt æſtum Maris maximum eſſe debere, ſi ambæ vires inter ſe conſpirent, atque aquam ſimul vel elevent vel deprimant, id quod accidere oſtendimus tam pleniluniis quàm noviluniis. Deinde ſimili modo, quoniam iſtæ vires inter ſe maximè diſcrepant in quadraturis,

quibus temporibus dum aqua à Luna maximè elevatur, simul à Sole maximè deprimitur ac viciſſim, perſpicuum eſt iiſdem temporibus æſtum minimum eſſe debere. Præterea verò ipſum diſcrimen cum theoria exactè convenit; in pluribus enim portubus æſtus maximos & minimos ad calculum revocavimus, atque ex relatione eorum relationem inter vires Lunæ ac Solis inveſtigavimus; hincque perpetuò eandem ferè rationem inter vires Solis ac Lunæ abſolutas elicuimus, quemadmodum id fecit Newtonus ex obſervationibus Briſtolii & Plymouthi, nos verò in Portu Gratiæ inſtitutis, concluſionibus mirificè inter ſe congruentibus: qualis conſenſus profectò expectari non poſſet, ſi theoria veritati non eſſet conſentanea. Neque etiam aliæ theoriæ adhuc productæ, cujuſmodi ſunt Galilæi, Wallisii atque Carteſii, qui cauſam in preſſione Lunæ collocavit, huic phænomeno perfectè ſatisfaciunt, ſed potiùs prorsùs evertuntur.

§. 104. Quintum Phænomenon in hoc conſiſtat, quòd unius menſis intervallo maximi æſtus non ſint ii, qui novilunia ac plenilunia proximè inſequuntur, ſed ſequentes tertii ſcilicet circiter vel quarti, ſimilique intervallo æſtus minimi demum poſt quadraturas contingunt. Hujus autem Phænomeni ratio in §. 97. fuſiùs eſt expoſita, ubi oſtendimus, cùm æſtus ante ſyzygias incidentes eſſent minores, maximam vim à Sole & Lunâ ortam non ſubitò æſtum maximum producere valere, ſed tantum Mare ad eum ſtatum ſollicitare. Cùm igitur poſt ſyzygias vis æſtum efficiens ſenſibiliter non decreſcat, æſtus etiamnum poſt hoc tempus incrementa capiet, atque ideo demum poſt ſyzygias fiet maximus; ſimiliſque eſt ratio diminutionis æſtuum, quæ etiamnum poſt quadraturas contingere debet, ita ut æſtus minimi demum poſt quadraturas eveniant. Hujuſmodi autem retardationes effectuum à viribus in mundo exiſtentibus provenientium quotidie abundè experimur: ob ſimilem enim rationem ſingulis diebus maximum calorem non in ipſo meridie ſentimus, etiamſi hoc tempore vis Solis

calefaciens sine dubio sit maxima, sed demum aliquot horis post meridiem, atque propter eandem causam neque solstitii æstivi momento maximus calor annuus sentitur, neque tempore solstitii hyberni frigus summum, sed utrumque notabiliter tardiùs.

§. 105. Sextum Phænomenon in hoc ponimus, quòd momenta Fluxuum tempore syzygiarum multo strictiùs ordinem tenere observantur, quàm circa quadraturas. Hìc verò ante omnia animadvertendum est præcipuam sensibilem anomaliam in momentis æstuum inde originem trahere, quòd hæc momenta ex tempore solari atque à vero meridie seu transitu Solis per meridianum soleant computari, cùm ea potiùs à transitu Lunæ per meridianum pendeant. Quòd si autem ad has observationes tempus lunare à transitu Lunæ per meridianum computandum adhibeatur, irregularitates apparentes maximam partem evanescent, hoc verò multo magis in fluxubus circa syzygias quàm quadraturas: in quadraturis enim quoniam, dum Luna per meridianum transit, Sol non semper in horizonte versatur, sed vel ad horizontem demum accedit vel jam ab eo recedit, necesse est ut illo casu Fluxus citiùs, hoc verò tardiùs contingat: quod discrimen cùm partim ab elevatione poli partim à declinatione luminarium pendeat, momenta Fluxuum in quadraturis magis irregularia reddit: interim tamen habitâ harum circumstantiarum ratione satis propè definiri potest. Circa tempora Fluxuum autem, qui in noviluniis ac pleniluniis incidunt, hæc sola correctio seu reductio ad transitum Lunæ per meridianum omnem ferè anomaliam tollit, quorsum spectat regula à celeb. Cassino in Mem. 1710 tradita, qua pro totidem horis, quibus plenilunium seu novilunium vel ante meridiem vel post incidit, totidem bina minuta ad tempus Fluxûs medium vel addere vel ab eo subtrahere jubet, quippe quæ ex motu Lunæ est petita. Interim tamen hac correctione adhibitâ aliqua anomalia superesse deprehenditur, cujus autem ratio ex nostra theoria sponte sequitur. Quando enim syzygia ante meridiem celebratur,

tum dum Luna per meridianum transit, Sol jam ante eum est transgressus, atque ideo jam horizonti appropinquant, ex quo necesse est ut Fluxus citiùs eveniat, quàm prima regula sola adhibita indicat. Atque etiam idem in tabulis Fluxuum Dunkerquæ & in Portu Gratiæ observatorum, Mem. 1710. insertis, manifestò conspicitur: quando enim novilunium pleniluniumve pluribus horis ante meridiem accidit, tum Fluxus citiùs advenisse observatur, quàm calculus Cassinianus indicabat; contrà verò tardiùs si syzygiæ demum pluribus horis post meridiem inciderint, cujus majoris retardationis causa in Sole tum adhuc ab horizonte recedente est quærenda.

§. 106. Septimum Phænomenon suppeditat diversa retardatio Fluxuum in syzygiis luminarium & quadraturis respectu appulsûs Lunæ ad meridianum; tardiùs scilicet ubique locorum Fluxus, qui in syzygiis contingunt, insequuntur culminationem Lunæ, quàm ii, qui circa quadraturas veniunt. Hujus autem Phænomeni duplex causa potest assignari, quarum prima à solâ quantitate æstuum petitur, quia enim æstus syzygiarum multò sunt majores quàm æstus quadraturarum, consentaneum videtur illos tardiùs venire quàm hos. Altera verò causa quæ hoc Phænomenon multò distinctiùs explicat, nullique dubio locum relinquit, nostræ theoriæ omnino est propria, priorique longè est præferenda. Ponamus enim t esse tempus, quo in noviluniis ac pleniluniis Fluxus post appulsum Lunæ ad meridianum venire solet; sequentibus igitur diebus hoc tempus t continuò diminuetur, quia tum Sol, dum Luna in meridiano versatur, Mare jam deprimit; quæ diminutio cùm duret ferè usque ad quadraturas, necesse est ut his temporibus Fluxus multò citiùs post culminationem Lunæ sequantur, viribusque sollicitantibus magis obtemperent, uti hoc fusiùs §. 91. explicavimus, unde tempus retardationis in quadraturis tantum erit $t - \theta$. Post quadraturas autem Sol exerit contrarium effectum, atque adventum Fluxûs continuò magis retardat, idque æquali modo, quo antè acceleraverat, ex quo usque ad sequentem

quentem syzygiam intervallum $t - \theta$ iterum ad t usque augebitur. Hujusque Phænomeni solius explicatio sufficere posset ad veritatem theoriæ nostræ evincendam, cùm id omnibus aliis theoriis explicatu sit insuperabile; neque à nemine adhuc saltem probabilis ejus causa sit assignata.

§. 107. Octavum Phænomenon petamus ex inæqualitate duorum Fluxuum sese immediatè insequentium, quorum alter transitui Lunæ superiori per meridianum respondet, alter inferiori, quæ inæqualitas maximè observatur in regionibus ab æquatore multum remotis, ac tum, cùm Lunæ declinatio est maxima. Theoria quidem declarat Lunam, etiamsi in ipso æquatore versetur, tamen majori vi gaudere ad Mare movendum, quando super horizonte meridianum attingit, quàm infra horizontem; at discrimen adeo sub æquatore tam est exiguum, ut vix in sensus occurrere queat, integrum enim digitum non attingit (§. 41.); atque in regionibus ab æquatore remotis fit multò minus. Vera igitur hujus Phænomeni ratio in altitudine Lunæ meridianâ seu distantiâ ab horizonte continetur; hinc enim sequitur quò major fuerit differentia inter distantias Lunæ ab horizonte, dum per meridianum transit tum super horizonte tum sub horizonte, eò majorem esse debere differentiam inter binos Fluxus successivos, ex quo perspicuum est istam differentiam versùs polos continuò crescere debere, si quidem Luna habeat declinationem. Quòd si ergo Luna habuerit declinationem borealem, tum in regionibus septentrionalibus Fluxus erit major qui transitum Lunæ per meridianum superiorem sequitur, alter verò sequens, qui transitui inferiori respondet, minor. Contrà autem si Lunæ declinatio fuerit australis, appulsui Lunæ ad meridianum superiori Fluxus succedet minor, inferiori verò major; hancque differentiam Flamstedius observavit diligenter, nullumque est dubium, quin ea per copiosissimas observationes, quas Academia Celeberrima Regia Parisina collegit, omnino confirmetur. In hoc autem negotio indoles Fluxuum probè est inspicienda, quoniam aliquibus in portibus tantopere retardantur, ut sequentibus Lunæ transitibus per meridianum

ſint propiores, quàm illi, cui ſuam originem debent; ita Dunkerquæ circa ſyzygias Fluxus circiter meridie obſervari ſolet, neque verò illi ipſi tranſitui Lunæ per meridianum eſt tribuendus qui eodem tempore fit, ſed præcedenti, prouti ſucceſſiva retardationis incrementa ad littora Galliæ & Belgii borealia evidentiſſimè teſtantur. Quare ſi verbi gratiâ Dunkerquæ quis hujuſmodi obſervationes perluſtrare voluerit, is quemque Fluxum non cum tranſitu Lunæ per meridianum proximo comparet, ſed cum eo qui propemodum 12 horis antè contigit; alioquin enim contraria Phænomena eſſet deprehenſurus.

§. 108. Commodus hìc nobis præbetur locus explicandi tranſitum à binis æſtubus, qui quotidie in regionibus extra circulos polares ſitis eveniunt, ad ſingulos æſtus, qui ſecundùm theoriam noſtram in regionibus polaribus contingere debent. Quoniam enim theoria noſtra monſtrat, in zonis temperatis & torridâ quotidie duos Fluxus obſervari debere, in zonis frigidis autem unum tantum, tranſitio ſubitanea à binario ad unitatem maximè mirabilis ac paradoxa videri poſſet. Sed quia ſi Fluxus bini ſucceſſivi inter ſe ſunt inæquales, Refluxus aquæ ſeu maxima depreſſio Fluxui minori eſt vicinior, bini æſtùs quoque ſucceſſivi ratione temporis inter ſe erunt inæquales, ſi quidem voce æſtûs intelligamus motum aquæ à ſummâ elevatione ad imam depreſſionem uſque, ac viciſſim. Quò magis itaque ab æquatore versùs polos recedatur, eò major deprehendetur inter binos æſtus ſucceſſivos inæqualitas, cùm ratione magnitudinis tùm temporis, major enim diutiùs durabit quàm minor, ambo verò ſimul ubique abſolventur tempore 12 horarum, cum 24′ circiter: quòd ſi itaque in eas regiones uſque perveniatur, in quibus Luna utraque vice vel ſuper horizonte vel ſub horizonte meridianum attingit, æſtus minor omnino evaneſcet, ſoluſque major ſupererit, qui tempus 12 h. 24′. adimplebit. Ex quibus perſpicuum eſt, ſi Luna habeat declinationem, inæqualitatem binorum æſtuum ſucceſſivorum ad polos accedendo continuò fieri majorem,

atque tandem minorem omnino evanescere debere, quod cùm evenit, bini æstus in unum coalescunt.

§. 109. Explicatis anomaliis æstûs Maris menstruis, pervenimus ad anomalias annuas vel plusquam annuas, ac nonum quidem Phænomenon desumimus ex variatione æstûs, quæ à diversis Lunæ à Terra distantiis proficiscitur. Observantur enim æstus ubique majores ceteris paribus, in iisdem scilicet luminarium aspectibus iisdemque declinationibus, si Luna in suo perigæo versetur, minores verò, Lunâ in apogæo existente. Egregiè autem hæc conveniunt cum nostrâ theoriâ, qua demonstravimus Lunæ vires ad Mare movendum decrescere in triplicata ratione distantiarum Lunæ à Terra: quòd si igitur Luna versetur in perigæo Fluxus debebunt esse majores, quàm si Luna apogæum occupat. Præterea etiam tabula quam Celeb. Cassini in Mem. 1713. pro diversis Lunæ à Terra distantiis ex plurimis observationibus Brestiæ institutis collegit, satis accuratè cum theoriâ nostrâ conspirat, etiamsi enim pro Luna perigæa minorem elevationem aquæ tribuat, quàm ista ratio requireret, tamen discrimen valde est exiguum: quin etiam facilè concedetur Lunam perigæam totum suum effectum non tam citò consequi posse, quem tandem consequeretur, si Luna perpetuò in perigæo versaretur. Aliter autem Luna apogæa est comparata, quæ ad diminuendum æstum Maris tendit, cùm enim Mare ob inertiam & impedimenta ipsum ad diminutionem æstûs sit proclive, sine ullâ resistentiâ Luna in apogæo constituta effectum suum exeret. Huc etiam pertinet, quod pariter Celeb. Cassini se observasse testatur, similem differentiam etsi multò minorem à variis Solis à Terrâ distantiis produci, id quod nostræ theoriæ non solum est consentaneum, sed inde etiam ipsa quantitas hujus differentiæ potest definiri.

§. 110. Denique decimum Phænomenon sese nobis contemplandum offert, quo vulgò statui solet æstus tam noviluniorum quàm pleniluniorum, qui contingant circa æquinoctia, ceteris esse majores, etiamsi observationes hanc re-

gulam non penitùs confirment ; quamobrem videamus quomodo æstus ceteris paribus comparatus esse debeat pro diversis Lunæ declinationibus. Ac primò quidem ex nostrâ theoriâ constat (§. 87.) æstus dum Luna in æquatore versatur, maximos esse non posse, nisi in locis sub ipso æquatore sitis; atque eodem loco tabellam adjecimus, ex qua patet, cuinam Lunæ declinationi maximi æstus respondeant. Ita pro elevatione poli 50°, æstus maximi incidunt Lunæ declinationi 27°, si quidem g ponatur $= \frac{2}{25}$; at posito $g = \frac{1}{10}$, quod probabilius videtur, prodit Lunæ declinatio maximum æstum producens circiter 16°, id quod mirificè convenit cum observationibus ad Littora Galliæ Septentrionalia institutis, quibus constat maximos syzygiarum æstus mensibus Novembri & Februario accidere solere, quibus temporibus Luna ferè assignatam obtinet declinationem. At quod fortè illi regulæ, quâ Lunæ in æquatore versanti maximi æstus adscribi solet, ansam præbuisse videtur, est modus æstuum quantitates definiendi peculiaris ac satis perversus ; cùm enim crederent plerique observatores causis alienis tribuendam esse inæqualitatem, quæ inter binos æstus successivos intercedat, veram aquæ elevationem accuratiùs definire sunt arbitrati, si sumerent medium inter binos Fluxus successivos. Quòd si autem hoc modo quique æstus æstimentur, tum utique maximi æstus in æquinoctia incidere observabuntur, id quod etiam nostræ theoriæ maximè est conforme, exceptis tantum regionibus polis vicinioribus. Cùm enim positis sinu elevationis poli $= P$, cosinu $= p$, sinu declinationis Lunæ $= Q$, cosinu $= q$, major æstus fiat per spatium $\frac{3g}{h(1-8g)}\left(pq + \frac{PQ(1-8g)}{1-2g}\right)^2$, minor verò per spatium $= \frac{3g}{h(1-8g)}\left(pq - \frac{PQ(1-8g)}{1-2g}\right)^2$, (§. 86.) erit per hunc æstum Maris mensurandi modum quantitas æstûs $= \frac{3g}{h(1-8g)}\left(p^2 q^2 + \frac{(1-8g)^2 P^2 Q^2}{(1-2g)^2}\right) = \frac{3g}{h(1-8g)}\left(p^2 - p^2 Q^2 + \frac{(1-8g)^2 P^2 Q^2}{(1-2g)^2}\right)$; ex qua express-

ſione perſpicitur maximos æſtus ubique, ſi quidem modo recenſito menſurentur, Lunæ in ipſo æquatore degenti reſpondere, niſi ſit $\frac{(1-8g)^2 \cdot p^2}{(1-2g)^2} > p^2$, hoc eſt niſi tangens elevationis poli major ſit quàm $\frac{1-2g}{1-8g}$: his ſcilicet regionibus etiam Luna declinans ab æquatore majores æſtus producet. At ſi ponatur $g = \frac{2}{25}$, prodit elevatio poli, ubi regula prolata fallere incipit, 66°; ſin autem ponatur $g = \frac{1}{18}$, fit elevatio poli major quàm 58°; at poſito $g = \frac{1}{10}$, provenit poli elevatio 76°. Cùm igitur in locis polis tam vicinis obſervationes inſtitui non ſoleant, ſatis tutò affirmare licet, maximos æſtus menſtruos accidere circa æquinoctia, ſi quidem quantitas æſtûs quotidie menſuretur per medium arithmeticum inter ſpatia, quæ duo æſtus ſucceſſivi conficiunt.

§. 111. Quid nunc aliud de theoriâ noſtrâ ſit ſentiendum, niſi eam veram & genuinam æſtûs Maris cauſam, qualis ab Illuſtriſſima Academia Regia in propoſita quæſtione deſideratur, in ſe complecti, non videmus? Non ſolum enim omnia Phænomena, quæ in æſtu Maris obſervantur, clarè & diſtinctè explicavimus, ſed etiam exiſtentiam actualem earum virium, quibus hos effectus adſcribimus evidentiſſimè demonſtravimus; ex quo efficitur cauſam à nobis aſſignatam, non tantum omnibus Phænomenis ſatisfacere, ſed etiam eſſe unicam quæ cum verâ conſiſtere queat. Quòd ſi enim quiſpiam alias vires excogitet, quibus æquè omnia Phænomena explicare poſſet, etiamſi hoc fieri poſſe minimè concedamus, ejus certè explicatio ſubitò concideret & everteretur à viribus noſtræ theoriæ, quas aliunde in mundo exiſtere abundè conſtat; quoniam ab illis viribus imaginariis hiſque realibus conjunctim effectus duplicatus conſequi deberet, quem experientia averſatur. Nunc igitur nobis ſummo jure aſſerere poſſe videmur, veram æſtûs Maris cauſam in duobus vorticibus eſſe poſitam, quorum alter circa Solem, alter circa Lunam agitetur, atque uterque ejus ſit indolis, ut vires centrifugæ decreſcant in duplicata ratione diſtantiarum à centris utriuſque vorticis: quæ proprietas obti-

netur, si celeritas materiæ subtilis gyrantis in quoque vortice teneat rationem reciprocam subduplicatam distantiarum. Neque verò hi duo vortices ad libitum sunt excogitati, sed ille qui Solem circumdat est is ipse, qui omnes planetas in suis orbitis continet; alter verò Lunam circumdans, etsi ejus vis nisi in æstu Maris non sentitur, tamen sine ulla hæsitatione admitti potest, cùm certò constet Terram, Jovem ac Saturnum similibus vorticibus esse cinctas, unde ejusmodi vortices nulli omnino corpori mundano denegari posse videntur. Parciùs quidem hîc materiam de vorticibus tractavimus, etiamsi in illis veram æstûs Maris causam ponamus; hoc autem de industria fecimus, cùm hoc argumentum jam toties sit tractatum ac ferè exhaustum; neque nobis persuadere possumus, si hac occasione doctrinam de vorticibus etiam meliùs, quàm etiamnum à quoquam est factum, expediremus, ob eam rem præmium nobis tributum iri.

CAPUT OCTAVUM.

De Æstûs Maris perturbatione à Terris ac littoribus oriundâ.

§. 112. PERVENIMUS tandem ad ultimam nostræ disquisitionis partem, quæ præcipua est, in qua Theoriam expositam ad statum telluris, in quo revera reperitur, debito modo accommodabimus. Hactenus enim, quò ardua ista disquisitio facilior redderetur, ab omnibus circumstantiis externis quibus effectus à viribus Solis ac Lunæ oriundis vel turbari vel determinatu difficiliores reddi possent, cogitationem abstraximus. Primò scilicet non solum totam Terram ex aqua conflatam posuimus, sed etiam inertiam aquæ mente sustulimus, ut eò pauciores res in computum ducendæ superessent. Deinde inertiæ quidem habuimus rationem, ac præcedentes determinationes debito

modo correximus; verùm totam Terram aquâ undiquaque circumfusam assumsimus, seu etiamnum anomalias à Terris oriundas neglenimus. Nunc itaque nostra theoria eò est perducta, ut nihil ampliùs adjicere necesse foret, si quidem æstus Maris à Terris littoribusque sensibiliter non afficeretur; nisi fortè anomaliæ quædam à ventis oriundæ commemorari deberent, quæ autem motu aquæ perspecto facilè dijudicantur, atque ad omnes theorias æquè pertinent. Quamobrem ultimum hoc caput destinavimus explicationi Phænomenorum quorumdam singularium, quorum causa non tam in ipsâ aquâ viribusque eam sollicitantibus, quàm in Terrâ continenti littoribusque est quærenda: hac enim parte absolutâ nihil ampliùs restare videtur, quod vel ad Theoriæ nostræ confirmationem, vel ad omnium Phænomenorum adæquatam explicationem desiderari queat. Quamvis enim Illustrissima Academia totum hoc argumentum non penitùs exhauriri jubeat, cùm adhuc nonnullas quæstiones de eodem in posterum proponere constituisset, tamen quia hoc tempore vera causa physica desideratur, veritatem nostræ theoriæ non satis confirmari arbitramur, nisi ejus convenientiam cum omnibus Phænomenis dilucidè ostenderemus, cùm si vel unicum Phænomenon refragaretur, eo ipso tota theoria subverteretur; quam ob causam prolixitatem nostræ tractationis, atque transgressionem limitum præscriptorum nobis sine difficultate condonatum iri confidimus.

§. 113. Primùm autem perspicuum est motum Maris horizontalem quo vel versùs orientem vel occidentem progreditur, ob Terram interpositam non solum perturbari, verùm etiam quandoque prorsus impediri debere. Suprà enim ostendimus, si tota Terra aquâ esset circumfusa, tum ubique ad Fluxum formandum aquam ab oriente advehi debere, ante refluxum autem versùs ortum defluere. Quòd si ergo oceanus versùs orientem Terris terminetur, fieri omnino nequit tempore Fluxûs ad hæc littora aqua ab oriente affluat, quo ipso cursus aquæ naturalis penitùs impedietur. Quo-

niam autem vires Solis ac Lunæ nihilominùs his in regionibus Mare attollere conantur, effectum consequi non poterunt, nisi aqua ab occidente afferatur: sic quando ad littora Europæ aqua à viribus Solis ac Lunæ elevatur, aqua ab occidente eò deferatur necesse est, ab iis scilicet regionibus, ubi aqua eodem tempore deprimitur; quod idem fieri debet ad littora Africæ & Americæ occidentalia. Contrà verò ad littora Asiæ & Americæ orientalia aqua naturali motu feretur, atque in Fluxu ab oriente adveniet, in Refluxu verò versùs orientem recedet. Vires namque Solis ac Lunæ motum aquæ horizontalem non per se determinant, sed eatenus tantum, quatenus aliis in locis aquam attollunt, aliis verò eodem tempore deprimunt; atque aqua ob propriam gravitatem eum seligit motum, quo facillimè à locis quibus deprimitur, ad loca quibus attollitur promoveatur: quamobrem iste motus maximè à Terris oceanum includentibus determinetur necesse est. Hinc igitur perspectâ positione littorum cujusvis Maris facilè definiri poterit, à quanam plagâ aqua in Fluxu venire, quorsumque in Refluxu decedere debeat, si modò elevationes & depressiones aquæ per totum Mare attentè considerentur: tota enim hæc quæstio pertinebit ad hydrostaticam.

§. 114. Cùm igitur ad littora Europæ aqua elevari nequeat, nisi affluxus ab occidente fiat copiosus, ad littora quæ versùs occidentem respiciunt aqua directè ab occidente adveniet, quæ autem littora ad aliam plagam sunt disposita, aquæ cursus versùs orientem directus inflectetur juxta littora, priusquam eò pertingat, omnino uti inspectio mapparum docebit. Quoniam verò iste aquæ juxta littora Fluxus tantam celeritatem, quantam habet Luna, recipere nequit, necesse est, ut Fluxus ad littora magis ad orientem sita tardiùs advehatur. Hæc autem versùs littora orientaliora retardatio maximè perspicua est in portubus Galliæ, Belgii, Angliæ & Hiberniæ; cùm enim ad ostia fluviorum Garumnæ & Ligeris, quæ versùs oceanum amplissimum patent, tempore pleniluniorum ac noviluniorum Fluxus adveniat horâ tertiâ pomeridianâ,

pomeridianâ, quæ retardatio naturalis censeri potest, neque littoribus adhuc turbata; hinc aqua demum ad littora Britanniæ minoris ac Normanniæ progreditur; atque idcirco his in regionibus Fluxus tardiùs evenire observantur. Sic ad Portum S. Malo tempore syzygiarum Fluxus demum horâ sextâ sequitur, ad ostia verò Sequanæ usque ad horam nonam retardatur: atque ita porro retardatio augetur, donec tandem in freto Gallico Dunkerquæ & Ostendæ mediâ nocte incidat. Ex hac verò retardatione innotescit celeritas aquæ, quâ juxta littora progreditur, eaque tanta deprehenditur quâ unâ horâ spatium circiter 8 milliarium conficiat. Denique aqua tantam fere viam absolvere debet usque ad Dublinum, quantam ad fretum Gallicum, ex quo Fluxus etiam Dublini horâ circiter decimâ pomeridianâ observari solet. Atque simili modo retardatio Fluxuum ad littora aliarum regionum sine ullâ difficultate explicari poterit.

§. 115. Quod autem ad quantitatem æstûs Maris ad littora attinet, facilè intelligitur æstum Maris ad littora majorem esse debere, quàm in medio mari. Primò enim aqua cum impetu ad littora allidit, ex quo allapsu solo jam intumescentia oriri debet. Deinde quoniam aqua eâdem celeritate, quam habebat in oceano, ubi maxima est profunditas, progredi conatur, ad littora locaque vadosa vehementer inturgescet, tantum enim fere aquæ ad littora affertur, quantum sufficeret ad spatium, quod Terra occupat, inundandum. Tertiò iste aquæ affluxus in sinibus vadosis multò adhuc magis increscere debet, eò quòd aqua his in locis jam multum appulsa ad latera diffluere nequit, si quidem sinus directè versùs eam plagam pateat, unde aqua advehitur. Ex his igitur non solum ratio patet, cur aqua fere ubique ad littora ad multo majorem altitudinem elevetur, quàm in medio Mari, sed etiam cur Bristolii tam enormis Fluxus circa syzygias luminarium observetur; cùm enim in hac regione littus sit valdè sinuosum ac vadosum, aqua maximâ vi appellitur, neque ob sinuositatem

tam citò diffluere poteſt. Atque ex his principiis non erit difficilè rationem inconſuetorum æſtuum, qui paſſim in variis portubus animadvertuntur, indicare atque explicare; quamobrem hujus generis Phænomenis explicandis diutiùs non immoramur, cùm conſideratio littorum & Fluxûs aquæ eò ſponte quaſi manuducat.

§. 116. Quamvis autem tam Affluxus aquæ ex oceano Atlantico, quàm Refluxus per fretum Galliam ab Anglia dirimens, ingenti fiat celeritate, tamen cùm versùs Belgium fœderatum Mare mox vehementer dilatetur, ab iſto alterno Fluxu ac Refluxu altitudo Maris in oceano Germanico ſenſibiliter mutari nequit. Atque hanc ob cauſam ſtatui oportet, in hoc Mari æſtum proficiſci maximam partem ab affluxu & refluxu aquæ circa Scotiam, ubi communicatio hujus Maris cum oceano Atlantico multo major patet; quam ſententiam magnopere confirmat ingens æſtuum retardatio ad littora Belgii & Angliæ orientalia obſervata, ad Oſtia ſcilicet Thamiſis pertingit Fluxus elapſis jam duodecim horis poſt tranſitum Lunæ per meridianum, atque ad Londinum uſque tribus fere horis tardiùs defertur; quod Phænomenon conſiſtere non poſſet ſi aqua per fretum Gallicum ſolum moveretur, cùm jam in ipſo freto duodecim horis retardetur Fluxus. Interim tamen negari non poteſt quin communicatio Maris Germanici cum oceano Atlantico per fretum Gallicum æſtum quodammodo afficiat, atque Fluxum qui circa Scotiam advehitur vel adjuvet vel turbet, prout hi ambo motus ad Mare elevandum ac deprimendum vel magis inter ſe conſpirent vel minus. Simul autem hinc intelligitur æſtum Maris ex oceano Atlantico neque cum Mari Mediterraneo neque cum Mari Baltico communicari poſſe, cùm intervallo ſex horarum per freta Herculea & Oreſundica tantum aquæ in hæc maria neque affluere queat neque inde refluere, ut ſenſibilis mutatio in altitudine aquæ oriri queat. Quamobrem in iſtiuſmodi maribus quæ à vaſto oceano tantum anguſtis fretis ſeparantur, æſtus omnino nullus contingere poteſt, niſi forte talia maria Terris incluſa ipſa tam

ſint ampla, ut vires Solis ac Lunæ æſtum peculiarem in iis producere queant; qua de re mox videbimus.

§. 117. Quemadmodum autem vidimus in Mari Germanico duplicem extare æſtum, quorum alter, qui quidem longè eſt minor, per fretum Gallicum, alter circa Scotiam advehitur ex eodem oceano Atlantico: ita propter ſingularem littorum quorumdam ſitum mirabilia Phænomena in æſtu Maris evenire poſſunt. Quòd ſi enim littus quodpiam ita fuerit comparatum, ut æſtus in id duplici viâ vel ex eodem oceano, vel ex diverſis communicetur, ratione temporis, quo bini iſti æſtus adveniunt inſignes diſcrepantiæ oriri poterunt. Nam ſi per utramque viam Fluxus eodem tempore advehatur, atque adeo ſimul Refluxus congruant, æſtus multo majores exiſtere debebunt. Sin autem eo tempore, quo per alteram viam Fluxus advenit, ex alterâ viâ Refluxus incidat, tum æſtus omnino deſtruetur ſi quidem per utramque viam aqua æquali vel affluat vel defluat. Ad hoc verò non ſufficit ut ambæ viæ ſint æquales, ſed etiam requiritur ut bini æſtus ſucceſſivi ſint æquales, id quod evenit ſi Luna vel non habeat declinationem, vel littus in æquatore fuerit poſitum. Quòd ſi autem eadem duplici communicatione poſitâ, tam Luna habeat declinationem, quàm littus notabiliter ab æquatore ſit remotum, tum ob inæqualitatem binorum æſtuum ſeſe inſequentium, Fluxus majores ex alterâ viâ advenientes, ſuperabunt Refluxus minores eodem tempore per alteram viam factos, atque hoc modo in tali littore ſingulis diebus non bini Fluxus, ſed unus tantum accidet; hancque rationem allegat Newtonus æſtûs illius ſingularis Tunquini obſervati, ubi ſi Luna in æquatore verſatur nullus æſtus deprehenditur, ſin autem Luna habeat declinationem unicus tantum unâ Lunæ revolutione circa Terram. Nos autem mox hujus mirabilis Phænomeni aliam magis naturalem noſtræque theoriæ conformem indicabimus cauſam.

§. 118. Hactenus æſtum Maris, quemadmodum in ampliſſimo oceano à viribus ad Lunam ac Solem tendentibus

producatur, atque vario littorum ſitu cùm ratione quantitatis tùm retardationis diverſimodè turbetur, ſumus contemplati, neque neceſſe eſſe duximus ventorum Mariſque curſuum propriorum rationem habere, cùm ſatis pronum ſit perſpicere, quomodo his rebus æſtus Maris tam augeri vel diminui, quàm accelerari vel retardari debeat. Supereſt igitur ut exponamus, quomodo in ſatis amplo tractu Maris, qui ab oceano vel omnino eſt ſejunctus, vel per anguſtum tantum canalem conjunctus, peculiaris æſtus à viribus Lunæ ac Solis produci queat. Perſpicuum enim eſt ſi talis tractus ſecundùm longitudinem ultra 90 gradus pateat, æſtum pari modo generari debere, ac in ampliſſimo oceano, qui totam tellurem ambire ponitur. Nam quoniam extenſio tanta eſt, ut vires Lunæ & Solis in eo tractu ſimul maximam ac minimam aquæ altitudinem inducere queant, neceſſe eſt etiam, ut aqua alio in loco tantum elevetur, inque alio tantum deprimatur, quantum fieret, ſi iſte tractus omnino non eſſet terminatus. At ſi iſte tractus tam fuerit parvus ut ſingulæ partes æqualibus fere viribus ſimul vel attollantur vel deprimantur, nulla ſenſibilis mutatio oriri poterit. Aqua enim uno in loco attolli nequit niſi in alio ſubſidat & contrà, ſi quidem eadem aquæ copia in eo tractu perpetuò conſervetur. Atque hæc eſt ratio ut in Mari Baltico, Caſpio, Nigro, aliiſque minoribus lacubus nullus omnino æſtus deprehendatur.

§. 119. Quòd ſi autem iſtiuſmodi Maris tractus tantum ſpatium occupet, ut vires attollentes & deprimentes in extremitatibus ſenſibiliter differant, tum neceſſe eſt ut non ſolum aqua in altero extremo elevetur in alteroque deprimatur, ſed etiam ut differentia inter aquæ altitudines tanta ſit, quanta in aperto oceano eidem virium differentiæ reſpondet. Quamobrem definiri conveniet, quanta differentia in diverſis Terræ locis eodem tempore in altitudinibus aquæ à viribus Lunæ ac Solis produci queat. Ne autem calculus nimium fiat prolixus, ſolam Lunæ vim in computum ducemus, quippe quæ vim Solis multum excedit; & quoniam

effectu Lunæ cognito facile est Solis effectum æstimando vel adjicere vel auferre. Repræsentet ergo $PLpl$ superficiem Terræ cujus poli sint P & p, atque M & N sint duo termini in eodem Maris tractu assumti, in quibus quantum Maris altitudo quovis tempore differat, sit investigandum. Repræsentet porro Ll parallelum, in quo Luna moveatur hoc tempore, sitque Luna in L; atque exprimet angulus LPM tempus, quod post Lunæ transitum per meridianum termini M est præterlapsum, angulus verò LPN tempus post transitum Lunæ per meridianum alterius termini N. Ductis autem circulis maximis PM & PN, erit arcus PM complementum latitudinis loci M, arcus PN verò loci N; angulus verò MPN dabit differentiam longitudinis locorum M & N; quæ proinde omnia ponuntur cognita.

FIG. XIV.

§. 120. Ducantur jam ex loco Lunæ L ad terminos M & N circuli maximi LM & LN, exhibebuntque isti arcus complementa altitudinum, quibus hoc tempore Luna in locis M & N supra horizontem elevata conspicitur. Ponatur arcûs PL sinus $= q$, cosinus $= Q$, erit Q sinus declinationis borealis Lunæ, si quidem Q habeat valorem affirmativum, ac P polum borealem denotet. Deinde ponatur arcûs PM sinus $= p$, cosinus $= P$, erit P sinus elevationis poli pro loco M; similique modo sit arcûs PN sinus $= r$ & cosinus $= R$, ita ut R sit sinus elevationis poli loci N: denique sit anguli MPN sinus $= M$ & cosinus $= m$, anguli verò LPM sinus $= T$, cosinus $= t$; unde erit anguli LPN cosinus $= mt - MT$. Ex his per trigonometriam sphæricam reperietur sinus altitudinis Lunæ supra horizontem loci M seu cosinus arcûs $LM = tqp + QP$: pro loco N verò erit altitudinis Lunæ sinus $= (mt - MT)qr + QR$. Quare si ut suprà vis absoluta ad Lunam urgens ponatur $= L$ & distantia Lunæ à Terra $= b$, erit altitudo ad quam aqua in M elevari deberet $= \frac{L(3(tpq+PQ)^2-1)}{2b^3}$, & altitudo ad quam aqua in N elevari deberet $= \frac{L(3((mt-MT)qr+QR)^2-1)}{2b^3}$, utroque casu supra

libellam naturalem. Si ergo illa expreſſio hanc excedat, aqua in M altiùs erit elevata quàm in N intervallo $\frac{3L}{2b^3}\left((tpq+PQ)^2-((mt-MT)qr+QR)^2\right)$, hæcque expreſſio, quando fit negativa, indicabit, quanto aqua in N altiùs conſiſtat quàm in M. In hoc verò negotio inertiam aquæ negligimus, quoniam tantum proximè Phænomena hujuſmodi caſibus oriunda indicare annitimur; ſi enim hanc materiam perfectè evolvere vellemus, integro tractatu foret opus.

§. 121. Ponamus tractum noſtrum Maris ab oriente N versùs occidentem M ſub eodem parallelo extendi, ita ut elevatio poli in locis M & N ſit eadem; erit adeo $R=P$, & $r=p$. Tranſeat nunc Luna per meridianum loci M ſupra Terram ita ut ſit $T=0$, $t=1$; hoc ergo tempore magis erit elevata in M quàm in N intervallo $\frac{3L}{2b^3}\left((pq+PQ)^2-(mpq+PQ)^2\right)=\frac{3L}{2b^3}\left(M^2p^2q^2+2(1-m)pqPQ\right)$. At quando Luna per meridianum loci N ſupra Terram tranſit, aqua tantundem magis erit elevata in N quàm in M. Ex quo ſequitur, dum Luna à meridiano loci N ad meridianum loci M progreditur, aquam in M ſenſim elevari per ſpatium $\frac{3Lpq}{2b^3}\left(M^2pq+2(1-m)PQ\right)$, interea verò in N tantundem ſubſidere. Sin autem Luna infra Terram à meridiano loci N ad meridianum loci M progrediatur, aqua in M elevabitur interea per ſpatium $=\frac{3Lpq}{2b^3}\left(M^2pq-2(1-m)PQ\right)$, per tantumque ſpatium aqua in N ſubſidet. Ponamus nunc angulum LPM eſſe 90 graduum, ſeu quæſtionem inſtitui, cùm Luna jam ante ſex horas meridianum loci M ſit trangreſſa, atque obtinebitur differentia inter aquæ altitudines in locis M & N $=\frac{3L}{2b^3}\left(P^2Q^2-(PQ-Mpq)\right)=\frac{3Lpq}{2b^3}\left(2MPQ-M^2pq\right)$. Sex autem horis, antequam Luna ad meridianum loci M appellit, aqua in N magis erit elevata quàm in M in-

tervallo $= \frac{3Lpq}{2b^3}(2MPQ + M^2pq)$. Sequuntur hæc si inertia aquæ negligatur; at inertiâ admissâ ex præcedentibus satis clarum est, cùm has differentias majores esse debere, tùm tempora mutationum tardiùs sequi debere.

§. 122. Quoniam verò in hoc Maris tractu perpetuò eadem aquæ quantitas contineri debet, necesse ut quantum aquæ unâ parte supra libellam attollatur, tantundem ea in reliquâ parte infra libellam deprimatur. Quò igitur hinc altitudinem Maris quovis loco exactè determinemus, ponamus tractum nostrum secundùm longitudinem terminari binis meridianis PM & PN, secundùm latitudinem verò binis parallelis MN & mn, positâque Lunâ in L sit sinus $PL = q$, cosinus $= Q$; sinus $LPM = T$, cosinus $= t$. Porro sit sinus arcus $PM = p$, cosinus $= P$, sinus $Pm = r$, cosinus $= R$, atque anguli MPN sinus $= M$ & cosinus $= m$. Præterea sit elevatio in M dum Luna in L versatur, supra libellam $= \alpha$, ita ut hoc loco suprema aquæ superficies à centro Terræ distet intervallo $= 1 + \alpha$, unde cùm sinus altitudinis Lunæ in M sit $= tpq + PQ$, erit gravitatio totius columnæ aquæ ab M ad centrum Terræ $= \frac{(1+\alpha)^{n+1}}{n+1} + \frac{L(1 - 3(tpq + PQ)^2)}{2b^3} = \frac{1}{1+n} + \alpha + \frac{L(1 - 3(tpq + PQ)^2)}{2b^3}$, prouti suprà §. §. 43. & 44. demonstravimus. Consideretur jam locus quicunque X in nostro tractu, in quo aqua supra libellam sit elevata spatio $= \varphi$; ac ducto per hunc locum meridiano PR, sit anguli LPR sinus $= X$, cosinus $= x$; arcûs PX sinus $= z$ & cosinus $= Z$, unde gravitatio columnæ aqueæ ex X ad centrum Terræ pertingentis erit $= \frac{1}{1+n} + \varphi + \frac{L(1 - 3(xqz + QZ)^2)}{2b^3}$. Cùm igitur hæc gravitatio æqualis esse debeat illi, orietur $\varphi = \alpha + \frac{3L}{2b^3}\left((xqz + QZ)^2 - (tpq + PQ)^2\right)$, ex quâ formulâ si modò constaret elevatio aquæ in M, simul innotesceret elevatio vel depressio in quovis loco X.

§. 123. Cùm ergo in X aqua ſupra libellam elevetur ſpatio φ, in elemento tractûs infinitè parvo $XYyx$, plus inerit aquæ, quàm in ſtatu naturali, & quidem quantitas $XY.\ Xx.\ \varphi$, cujus elementi integrale per totum tractum ſumtum debet eſſe $= 0$, ex quo valor ipſius α innoteſcet. Erit autem angulus $RPr = \frac{dX}{x}$, hincque arculus $Xx = \frac{z\,dX}{x}$, at elementum $XY = \frac{dZ}{z}$, ex quo infinitè parvum rectangulum $XYyx = \frac{dXdZ}{x}$, in quo ergo exceſſus aquæ ſupra ſtatum naturalem eſt $= \frac{\varphi\,dXdZ}{x} = \frac{dX}{x}\left(\alpha dZ + \frac{3L\,dZ}{2b^3}\left((xqz + QZ)^2 - (tpq + PQ)^2\right)\right)$, quæ formula bis debet integrari. Ponatur primò X conſtans, & integratione abſolutâ reperietur in elemento $RSsr$ exceſſus aquæ ſupra ſtatum naturalem $= \frac{dX}{x}\left(\alpha(R - P) + \frac{3L}{2b^3}\left(q^2x^2(R - P) - \frac{x^2q^2}{3}(R^3 - P^3) - \frac{2xQq}{3}(r^3 - p^3) + \frac{Q^2}{3}(R^3 - P^3) - (tpq + PQ)^2(R - P)\right)\right)$. Integretur hæc formula denuo ut integrale ad totum tractum $MNnm$ extendatur, prodibitque incrementum aquæ, quod toti tractui acceſſiſſe oporteret,

$$= \alpha(R - P)A\,\text{ſin.}\,M + \frac{3L}{2b^3}\left(\frac{q^2(3(R - P) - (R^3 - P^3))}{6}\left(Mm(1 - 2TT) - 2M^2Tt\right) + \frac{2Qq(r^3 - p^3)}{3}(T - Mt - mT) + \frac{q^2(R - P)}{2}A\,\text{ſin.}\,M + \frac{(3Q^2 - 1)(R^3 - P^3)}{6}A\,\text{ſin.}\,M - (tpq + PQ)^2(R - P)A\,\text{ſin.}\,M\right),$$

quæ adeo quantitas debet eſſe $= 0$: unde oritur

$$\alpha = \frac{3L(tpq + PQ)^2}{2b^3} + \frac{L(1 - 3Q^2)(R^2 + PR + P^2)}{4b^3} - \frac{3Lq^2}{4b^3} + \frac{3L}{2b^3(R - P)A\,\text{ſin.}\,M}\left(\frac{q^2(3(R - P) - (R^3 - P^3))}{6}\left(2M^2Tt - Mm(1 - 2TT)\right) + \frac{2Qq(p^3 - r^3)}{3}(T - Mt - mT)\right).$$

§. 124. Cognitâ igitur verâ elevatione aquæ in M ſupra

libellam,

libellam, quam antè posuimus $= \alpha$, hinc intelligetur vera aquæ elevatio supra libellam in loco quocunque X. Ponatur enim sinus anguli $MPX = S$ & cosinus $= s$, erit sin. $LPR = X = Ts + tS$ & $x = ts - TS$, manentibusque arcûs PX sinu $= z$ & cosinu $= Z$, erit elevatio aquæ in $X = \varphi = \alpha + \frac{3L}{2b^3}\big((ts - TS)qz + QZ\big)^2 - \frac{3L}{2b^3}(tpq + PQ)^2$; quare loco α valore invento substituto, reperietur aqua in X supra libellam attolli actu per spatium $=$

$$\frac{3L}{2b^3}\big((ts - TS)qz + QZ\big)^2 + \frac{L(1 - 3Q^2)(R^2 + PR + P^2)}{4b^3} - \frac{3Lq^2}{4b^3} + \frac{3L}{2b^3(R-P)A\,\text{sin.}\,M}\Big(\frac{q^2(3(R-P) - (R^3 - P^3))}{6}\big(2M^2Tt - Mm(1 - 2TT)\big) + \frac{2Qq(p^3 - r^3)}{3}(T - Mt - mT)\Big).$$

Quòd si ergo ponatur tractus noster ita augeri ut totam tellurem ambiat, orietur casus jam suprà tractatus; quoniam enim fit $MN = 360^\circ$, seu A sin. $M = 2\pi$ denotante $1 : \pi$ rationem diametri ad peripheriam, erit $M = 0$ & $m = 1$: præterea verò quia M in polum australem p, m verò in borealem P incidit, erit $p = 0$, $P = -1$, $r = 0$ & $R = +1$: si hi valores substituantur, prodibit elevatio aquæ in $X = \frac{L}{2b^3}\Big(3\big((ts - TS)qz + QZ\big)^2 - 1\Big)$, quæ expressio, quia $ts - TS$ denotat cosinum anguli LPX atque $(ts - TS)qz + QZ$ sinum altitudinis Lunæ supra horizontem in X, cum superioribus formulis exactissimè convenit : si quidem terminus $\frac{L}{b^4}$ negligatur. Hæc verò eadem ipsa expressio quoque emergit, si tantum alterum hemisphærium vel boreale vel australe ponatur aquâ totum circumfusum, manent enim omnia ut antè, nisi quòd fiat $p = 1$ & $P = 0$: utroque enim casu fit $R^2 + PR + P^2 = 1$; ultimusque terminus ob $M = 0$ utroque casu evanescit.

§. 125. Ponamus nunc tractum Maris secundùm longitudinem MN usque ad 180 gradus extendi, erit $M = 0$ & $m = -1$ & A sin. $M = \pi$, denotat enim A sin. M semper arcum circuli, qui mensura est anguli MPN : hinc

ſi brevitatis gratiâ ponatur ſinus anguli, quo Luna in X ſupra horizontem elevata apparet, $= v$, erit aquæ elevatio in X ſupra libellam $= \frac{3Lv^2}{2b^3} + \frac{L(1-3QQ)(R^2+PR+P^2)}{4b^3} - \frac{3Lqq}{4b^3} + \frac{2LTQq(p^3-r^3)}{(R-P)b^3\pi}$. Ponamus porro integrum hemiſphærium $LPlp$ aquâ eſſe circumfuſum, fiet $p = 0$; $P = -1$, $r = 0$ & $R = 1$; unde elevatio aquæ in X erit $= \frac{L(3v^2-1)}{2b^3}$, omnino ac ſi tota Terra aquâ cincta eſſet, uti in præcedentibus capitibus poſuimus, vel quod eodem redit, dummodo omnis aqua ſuper Terra mutuam habeat communicationem ſatis amplam. Quòd ſi autem tractus noſter Maris tantum ad æquatorem uſque porrigatur à polo P, ita ut quartam ſuperficiei terreſtris partem ſolum obtegat, tum erit $p = 1$, $P = 0$, $r = 0$ & $R = 1$, hoc itaque caſu aqua in X elevabitur ad altitudinem $= \frac{L(3v^2-1)}{2b^3} + \frac{2LTQq}{\pi b^3}$: ex quo perſpicitur hoc caſu elevationem in X majorem fore, quàm ſi tota Terra aquâ eſſet circumdata, ſi expreſſio TQq habeat valorem affirmativum, minorem verò ſi TQq habeat valorem negativum. Sed limites huic quæſtioni præſcripti non permittunt hinc plura conſectaria deducere, cùm debita evolutio ſatis amplum tractatum requirat, neque theoria ulteriori confirmatione indigeat. Quocirca coronidis loco duos tantum caſus evolvemus, quorum altero latitudo tractûs ponetur infinitè parva, altero verò longitudo: quippe qui ad phænomena quædam ſingularia explicanda inſervire poterunt.

§. 126. Ponamus igitur latitudinem Mm infinitè eſſe parvam, ſeu $R = P$ & $r = p$, reperietur aquæ in X elevatio ſupra libellam $= \frac{3Lv^2}{2b^3} + \frac{3L(P^2-q^2-3P^2Q^2)}{4b^3} + \frac{3Lpq}{2b^3 A\,\text{ſin.}\,M}\left(\frac{pq}{2}\left(2M^2Tt - Mm(1-2TT)\right) + 2PQ(T-Mt-mT)\right)$. Conſideremus autem elevationem in M, ubi cùm ſit $v = tpq + PQ$, erit ea $=$

$\frac{3Lpq(2ttpq+4tPQ-pq)}{4b^3} + \frac{3Lpq}{4b^3 A\,\text{fin.}\,M}\Big(pq\big(2M^2Tt - Mm(1-2TT)\big)+4PQ(T-Mt-mT)\Big)$. Transeat nunc Luna per meridianum loci M supra Terram, erit $T=0$, & $t=1$, atque elevatio in M prodibit $= \frac{3Lpq(pq+4PQ)}{4b^3} - \frac{3Lpq}{4b^3 A\,\text{fin.}\,M}(Mmpq+4MPQ)$; at si per eundem meridianum infra Terram transeat, erit aquæ elevatio $= \frac{3Lpq(pq-4PQ)}{4b^3} - \frac{3Lpq}{4b^3 A\,\text{fin.}\,M}(Mmpq-4MPQ)$. Quòd si autem Luna versùs ortum à meridiano distet angulo horario 90 graduum, seu circiter 6 horis ante appulsum Lunæ ad meridianum in M superiorem, erit $T=-1$, & $t=0$, unde elevatio erit $= \frac{-3Lp^2q^2}{4b^3} + \frac{3Lpq}{2b^3 A\,\text{fin.}\,M}\big(pqMm-2PQ(1-m)\big)$; sex verò horis post transitum Lunæ per meridianum loci M versùs occasum, erit altitudo aquæ in M supra libellam $= \frac{-3Lp^2q^2}{4b^3} + \frac{3Lpq}{2b^3 A\,\text{fin.}\,M}\big(2pqMm-2PQ(1+m)\big)$.

§. 127. Tribuamus huic tractui longitudinem 90 graduum, ut sit $M=1$, $m=0$, & A fin. $M=\frac{\pi}{2}$, unde oritur elevatio aquæ in $M = \frac{3Lpq(2ttpq+4tPQ-pq)}{4b^3} + \frac{3Lpq}{2\pi b^3}\big(2pqTt+4PQ(T-t)\big)$. Quæ si etiam declinatio Lunæ ponatur $=0$, fiet $= \frac{3Lp^2q^2(2tt-1)}{4b^3} + \frac{3Lp^2q^2Tt}{\pi b^3}$ existente $q=1$, unde apparet maximam elevationem non accidere cùm Luna per meridianum loci M transit, sed tardiùs, & quidem si dupli anguli LPM sinus fuerit $=\frac{2}{\pi}$, hoc est ferè unâ horâ post transitum Lunæ per meridianum, hoc igitur casu Fluxus in M unâ ferè horâ tardiùs observetur, quàm si tota Terra aquâ esset circumfusa. Dum autem Luna per meridianum superius transit, erit elevatio $=\frac{3Lpp}{4b^3}$, quæ etiam valet si Luna infra Terram meridianum attingat; at sex horis vel antè vel post, quando Luna

in horizonte verſatur, erit aquæ depreſſio $= - \frac{3Lpp}{4b^3}$. Unde intelligitur in tali Maris tractu pariter quotidie binos Fluxus totidemque Refluxus accidere debere, atque æſtum propemodum fore ſimilem æſtui generali, niſi quòd majoribus anomaliis ſit obnoxius, præcipuè ſi Luna habeat declinationem.

§. 128. Hinc explicari poteſt ratio æſtûs, qui in Mari Mediterraneo obſervatur, & qui in ipſo hoc Mari generatur. Cùm enim longitudo hujus Maris ne 60 quidem gradus attingat, æſtus erunt multò minores; decreſcunt enim ſi cùm longitudo diminuatur, tum elevatio poli augeatur. Quòd ſi ergo in his formulis angulus MPN ponatur fere 60 graduum, atque elevatio poli debita introducatur, reperientur quidem æſtus bini quotidie evenire debere, qui autem futuri ſint multò minores, quàm in medio Mari, & pluribus anomaliis ſubjecti, quas quidem omnes ex formulis traditis definire licebit. Quoniam ergo tam exigui æſtus à ventis & curſu aquæ, qui in hoc Mari notabilis deprehenditur, vehementer turbantur, ad pleraque Littora hujus Maris vix uſquam æſtus regularis obſervabitur. Excipi autem debet Mare Adriaticum, quod cùm ſinum formet amplum, advenientem aquam meliùs colliget, atque elevationem multò ſenſibiliorem patietur, à quo æſtus Maris Venetiis obſervatus originem habet. Tametſi enim Mare Mediterraneum non ſolum ſatis amplam habeat latitudinem, ſed etiam vehementer inæqualem, tamen ejuſmodi marium æſtus admodum exquiſitè ex præſenti caſu, quo latitudinem omnino negligimus, colligi poteſt, quia extenſio Maris in longitudinem præcipuam cauſam æſtuum binorum ſingulis diebus evenientium continet, neque extenſio latitudinis multum conferat.

§. 129. Ponamus nunc tractûs noſtri Maris longitudinem evaneſcere, totumque tractum in eodem meridiano Pp ab M uſque ad N extendi, ita ut ſit $M = 0$, $m = 1$; ſinus autem elevationis poli in M ſit $= P$, coſinus $= p$, in N

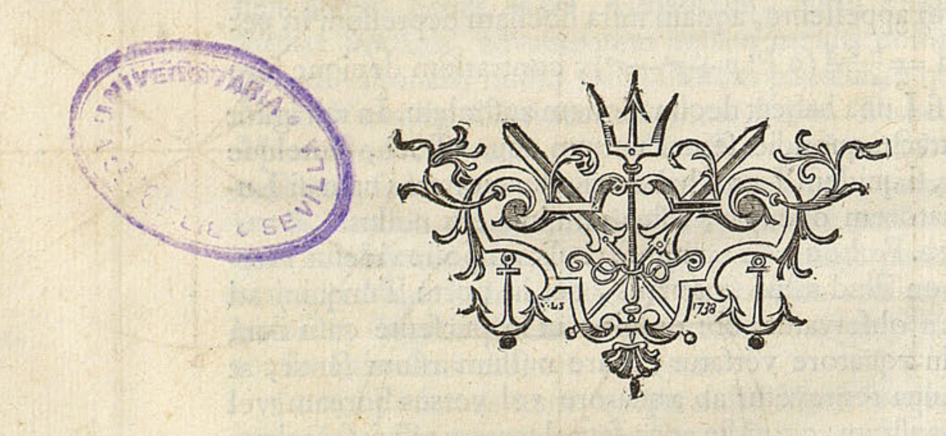
FIG. XVI.

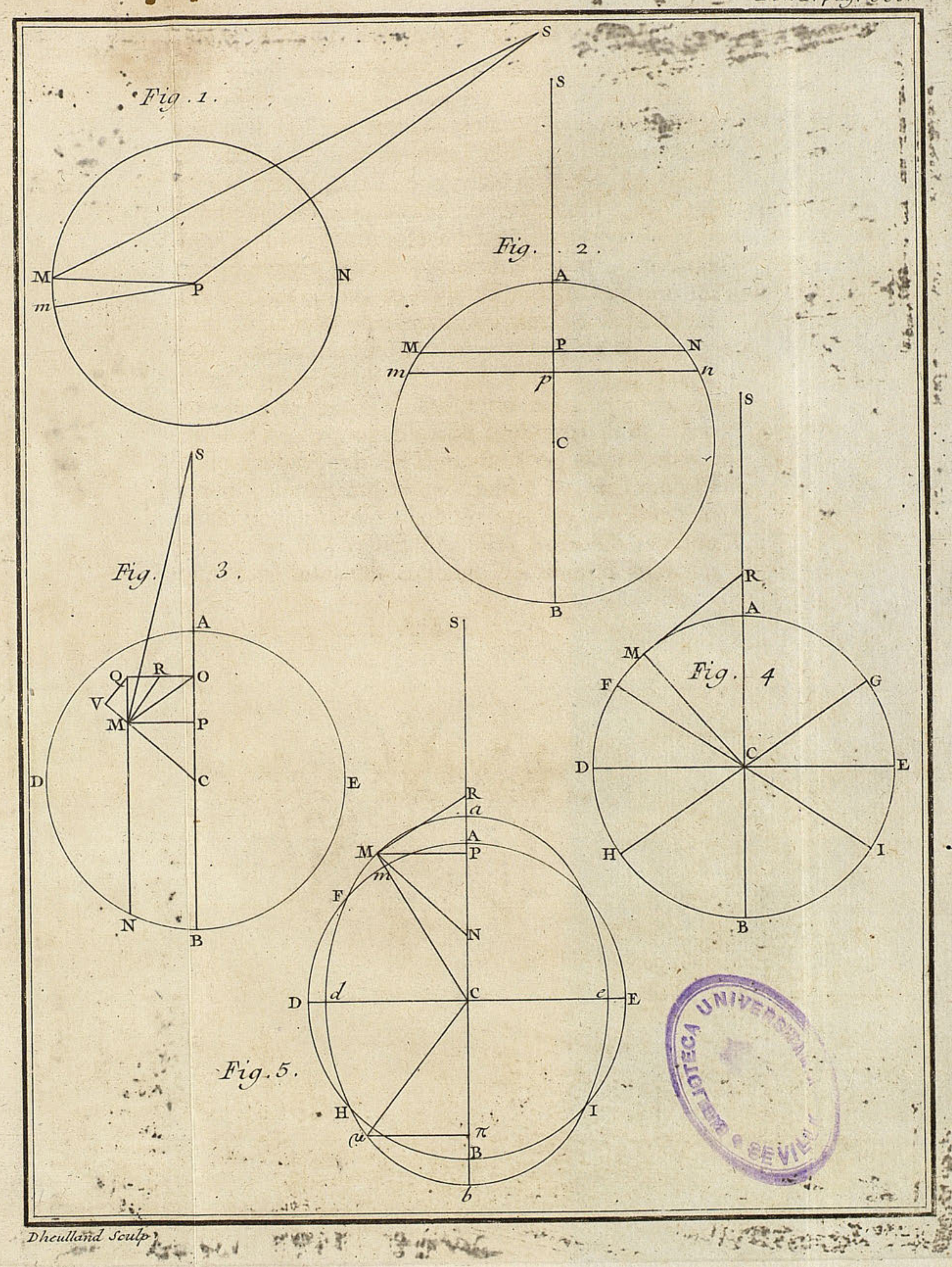
verò ſit ſinus elevationis poli $= R$, coſinus $= r$. Ex his ſi Luna in L verſetur, ob A ſin. $M = M$, erit in M elevatio aquæ ſupra libellam $= \frac{3L(tpq + PQ)^2}{2b^3} + \frac{L(1 - 3Q^2)(P^2 + PR + R^2)}{4b^3}$
$- \frac{3Lq^2}{4b^3} + \frac{L}{4b^3}\Big(q^2(3 - P^2 - PR - RR)(2TT - 1)$
$- \frac{4Qqt(p^3 - r^3)}{R - P}\Big) = \frac{L}{2b^3}\Big((ttqq - QQ)(R^2 + PR - 2P^2)$
$+ \frac{2Qqt(3PpR + r^3 - 3P^2p - p^3)}{R - P}\Big)$. Quòd ſi nunc ponatur alter terminus N ultra æquatorem versùs auſtrum ſitus, ita ut ſinus elevationis poli auſtralis in N duplo major ſit quàm ſinus elevationis borealis in M, ſeu $R = -2P$ & $r = \surd(1 - 4P^2)$, erit $R^2 + PR - 2P^2 = 0$, atque elevatio aquæ in M ſupra libellam erit $= \frac{LQqt}{3b^3P}(9P^2p + p^3 - r^3)$. Ex hac igitur formulâ ſequitur, ſi Lunæ declinatio ſit nulla ſeu $Q = 0$, tum nullum omnino æſtum in M obſervari debere. Quòd ſi autem Luna habeat borealem, tum ad tranſitum Lunæ per meridianum ſuperiorem aquam attolli ad ſpatium $= \frac{LQq}{2b^3P}(9P^2p + p^3 - r^3)$; at dum Luna in alterutro circulo horario ſexto verſetur, tum aquam ad libellam naturalem fore conſtitutam; Lunâ autem infra horizontem ad meridianum appellente, aquam infra libellam depreſſum iri per ſpatium $= \frac{LQq}{2b^3P}(9P^2p + p^3 - r^3)$; contrarium denique fore æſtum, ſi Luna habeat declinationem auſtralem. In tali igitur Maris tractu quotidie ſemel tantum aqua affluet, ſemelque refluet, ſi quidem Luna habeat declinationem; nam ſi Luna æquatorem occupat, æſtus omnino erit nullus.

§. 130. Ex hoc caſu aptiſſimè explicari poſſe videtur Phænomenon illud æſtûs ſingularis, qui in portu Tunquini ad Batsham obſervatur, ubi omnino ut in præſente caſu dum Luna in æquatore verſatur, Mare nullum æſtum ſentit, at dum Luna removetur ab æquatore vel versùs boream vel versùs auſtrum, quotidie aqua ſemel tantum affluit ſemelque refluit, prorſus ut calculus monſtravit; ſcilicet ſi Lunæ declinatio fuerit borealis, aqua versùs Lunæ occaſum, hoc eſt

post transitum Lunæ per meridianum super horizonte, affluit, versùs ortum verò defluit, quæ retardatio ab inertiâ aquæ & motu ad littora provenire intelligitur ut suprà. Contrà verò si Lunæ declinatio sit australis, aqua deprimitur Lunâ ad occasum inclinante, Lunâ autem oriente, attollitur: quæ Phænomena apprimè conveniunt cum casu modò exposito. Est præterea elevatio poli Tunquini 20° 50′, borealis, atque Mare utrinque cùm peninsulis tùm insulis ab utroque oceano Pacifico & Indico fere prorsus separatur, saltem ut libera communicatio non adsit: præterea hic idem Maris tractus, qui versùs boream ad littora regni Tunquini terminatur, extenditur ultra æquatorem ad gradus circiter 45, cujus latitudinis sinus circiter duplo major est, quàm sinus latitudinis borealis 20°, 51′: Quocirca ex his circumstantiis per nostram Theoriam eadem ipsa singularia Phænomena æstûs Maris observari debent, quæ actu observantur: atque hoc modo si ullum adhuc dubium circa nostram theoriam reliquum fuisset, id resolutione hujus mirabilis Phænomeni funditùs sublatum iri confidimus.

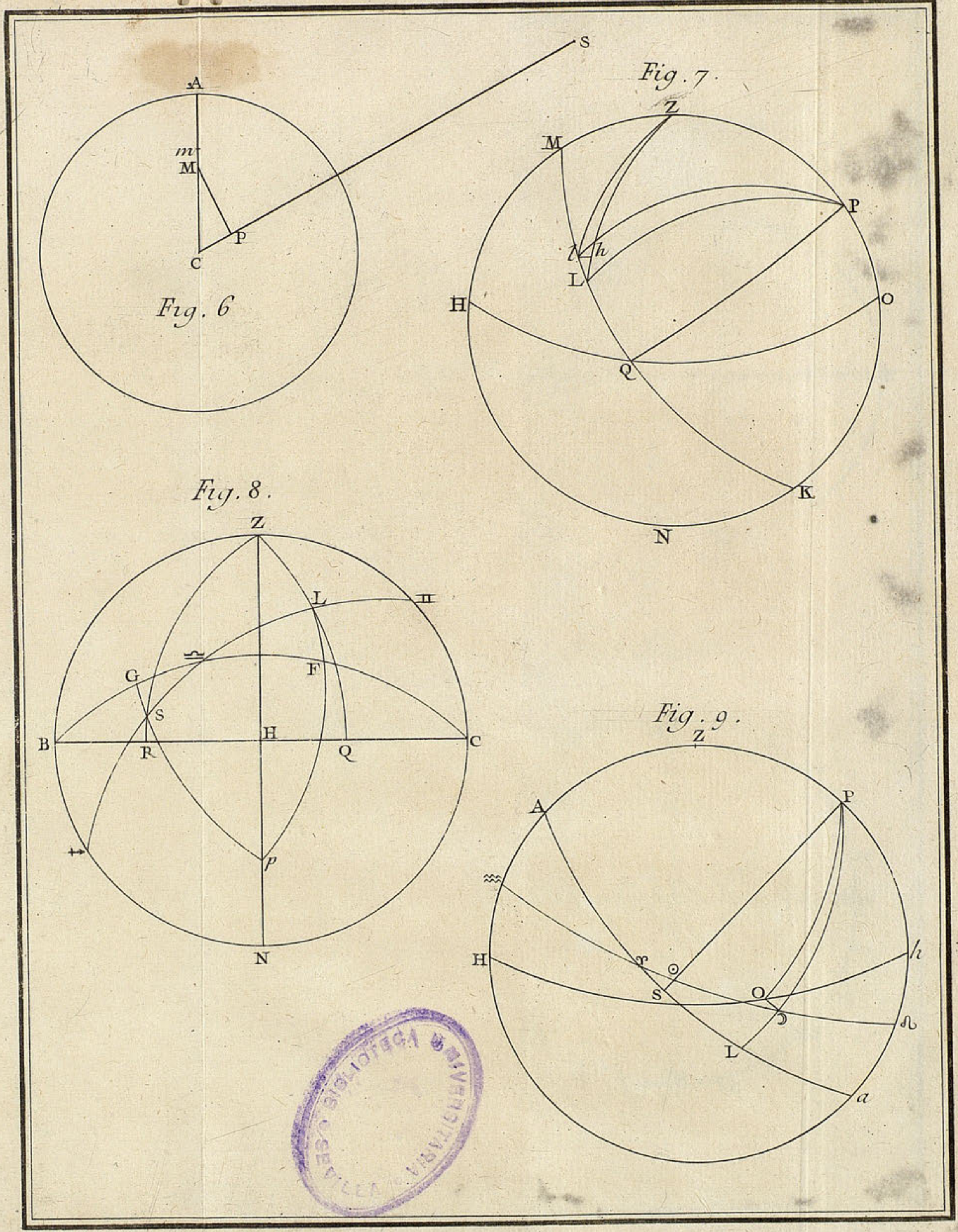
FINIS.





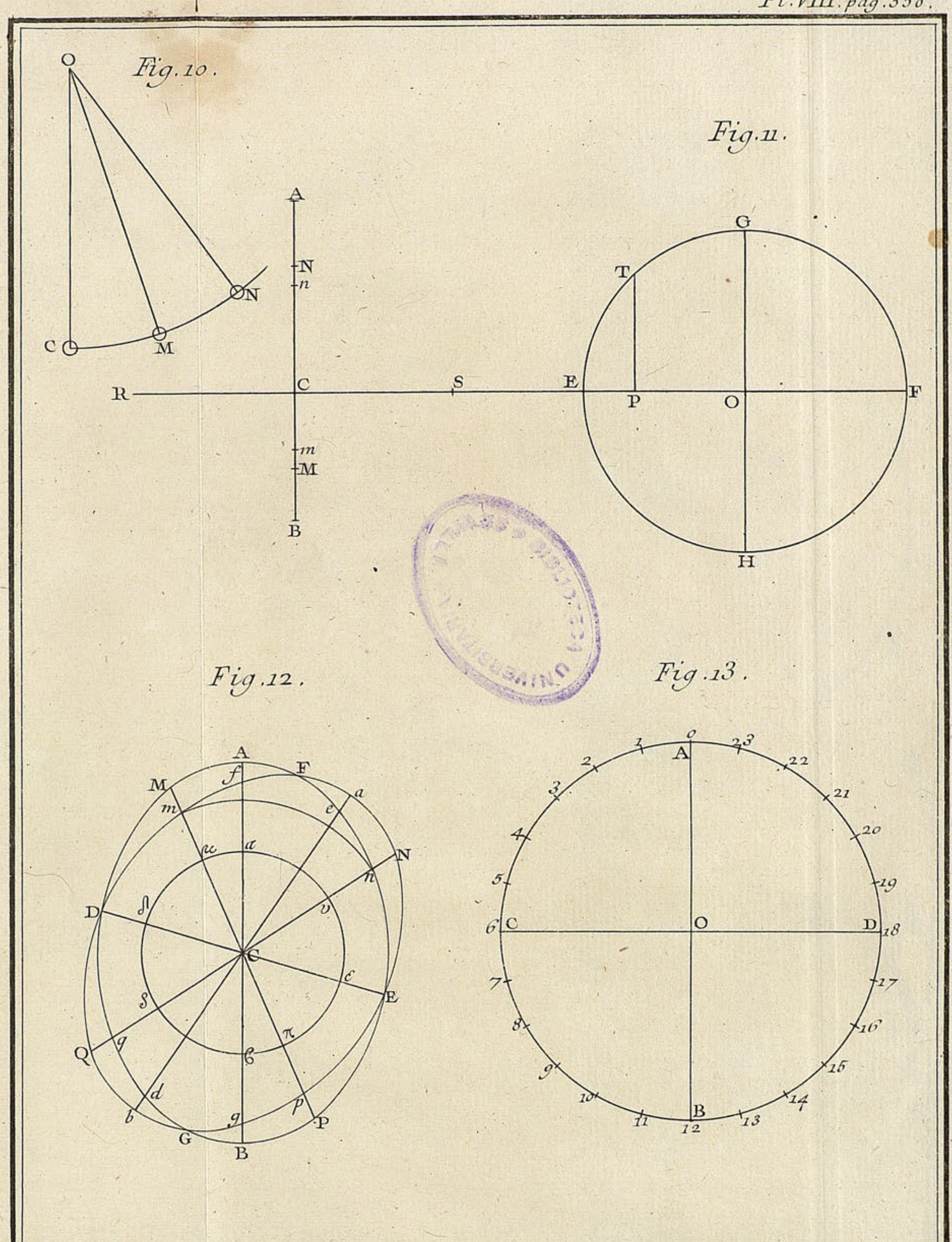
Dheulland Sculp.



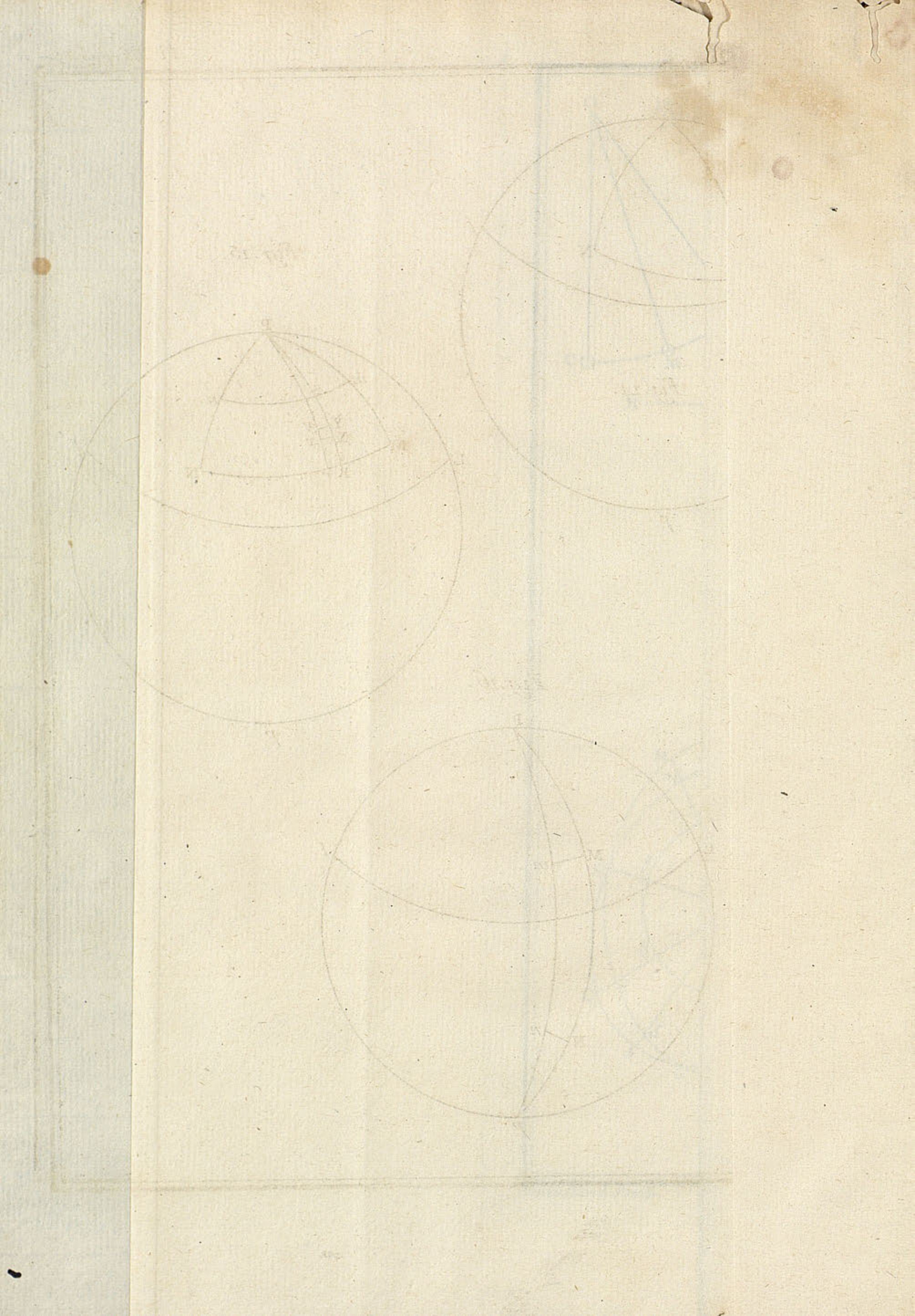


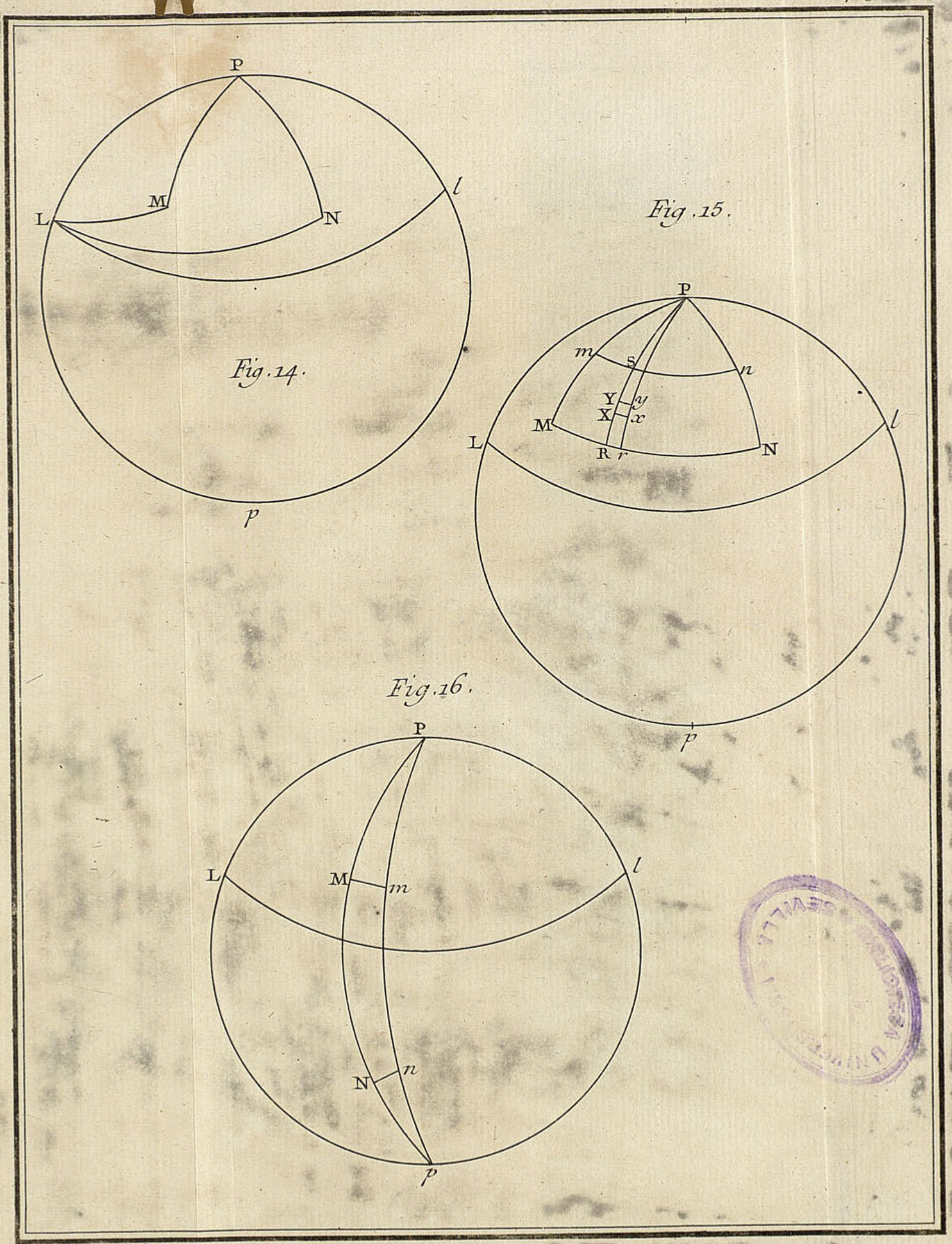
Dheulland Sculp.



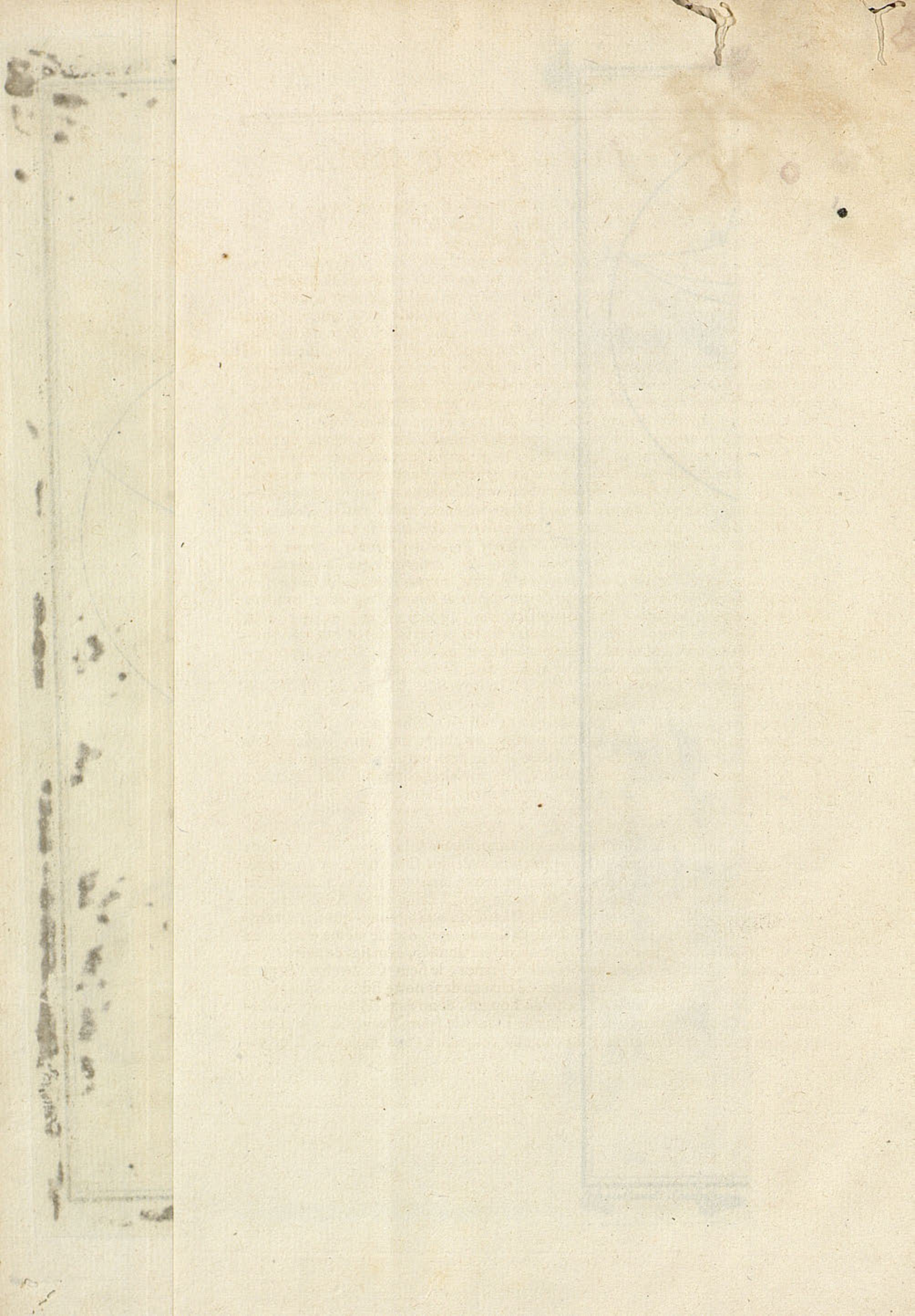


Dheulland Sculp.





Dheulland Sculp.



PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS, par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre : A nos amés & féaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers, qu'il appartiendra, SALUT. Notre ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES Nous a très-humblement fait exposer, que depuis qu'il Nous a plû lui donner par un Réglement nouveau de nouvelles marques de notre affection, Elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences, qui font l'objet de ses exercices; ensorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja donnés au Public, Elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilége, attendu que celles que Nous lui avons accordées en date du six Avril 1693. n'ayant point eû de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conseil d'Etat, du 13 Août 1704. celles de 1713. & celles de 1717. étant aussi expirées; & désirant donner à notredite Académie en corps & en particulier, & à chacun de ceux qui la composent, toutes les facilités & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leurs travaux utiles au Public, Nous avons permis & permettons par ces Présentes à notredite Académie, de faire vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéissance, par tel Imprimeur ou Libraire qu'elle voudra choisir, *Toutes les Recherches ou Observations journalieres, ou Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les assemblées de notredite Académie Royale des Sciences; comme aussi les Ouvrages, Mémoires, ou Traités de chacun des Particuliers qui la composent, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages, & jugé qu'ils sont dignes de l'impression;* & ce pendant le tems & espace de quinze années consécutives, à compter du jour de la date desdites Présentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangére dans aucun lieu de notre obéissance: comme aussi à tous Imprimeurs-Libraires, & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire aucun desdits Ouvrages ci-dessus spécifiés, en tout ni en partie, ni d'en faire aucuns extraits, sous quelque prétexte que ce soit, d'augmentation, correction, changement de titre, feuilles même séparées, ou autrement, sans la permission expresse & par écrit de notredite Académie, ou de ceux qui auront droit d'Elle, & ses ayans cause, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de dix mille livres d'amende contre chacun des Contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & intérêts: à la charge que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impression desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & que notredite Académie se conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10 Avril 1725. & qu'avant que de les exposer en vente, les Manuscrits ou Imprimés qui auront servi de copie à l'impression desdits Ouvrages, seront remis dans le même état, avec les Approbations & Certificats qui en auront été donnés, ès mains de notre très-cher & feal Chevalier Garde des Sceaux de France, le sieur Chauvelin; & qu'il en sera ensuite remis deux Exemplaires de chacun dans notre Bibliothéque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France le sieur Chauvelin : le tout à peine de nullité des Présentes; du contenu desquelles vous mandons & enjoi-

gnons de faire jouir notredite Académie, ou ceux qui auront droit d'Elle & ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement: Voulons que la Copie desdites Présentes qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin desdits Ouvrages, soit tenue pour dûement signifiée, & qu'aux Copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conseillers & Secretaires foi soit ajoutée comme à l'Original: Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Chartre Normande & Lettres à ce contraires: Car tel est notre plaisir. Donné à Fontainebleau le douziéme jour du mois de Novembre, l'an de grace mil sept cent trente-quatre, & de notre Regne le vingtiéme. Par le Roi en son Conseil. *Signé*, SAINSON.

Registré sur le Registre VIII. de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, num. 792, fol. 775. conformément aux Réglemens de 1723. qui font défenses, Art. IV. à toutes personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter & faire afficher aucuns Livres pour les vendre en leur nom, soit qu'ils s'en disent les Auteurs ou autrement, & à la charge de fournir les Exemplaires prescrits par l'Art. CVIII. du même Réglement. A Paris le 15 Novembre 1734. G. MARTIN, Syndic.

L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES a cédé aux Sieurs GABRIEL MARTIN, COIGNARD & GUERIN l'aîné Libraires à Paris la jouissance du Privilege general par elle obtenu le 12. Novembre 1734. pour l'impression des Pieces qui ont remporté le Prix de ladite ACADEMIE, & pour celles qui le remporteront dans la suite. A Paris ce 3. Juin 1740.

Signé FONTENELLE, *Secretaire perpetuel de l'Académie Royale des Sciences.*

ERRATA

DE LA PIECE DE M. EULER.

§. 2. *lig.* 19. corpore, *liſez* corpore?

§. 9. *lig.* 10. videatur, *liſ.* videtur.

§. 14. *lig.* 8. ſub duplicatam, *liſ.* ſubduplicatam.

§. 17. *lig.* 19. vis lunæ ob propinquitatem, *liſ.* vis lunæ, ob propinquitatem,

§. 20. *lig.* 15. il faut que le dénominateur ſoit écrit ainſi: $((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}\sqrt{(x^2+y^2)}$

§. 33. *lig.* 27. prætium, *liſ.* pretium.

§. 34. *lig.* 1. & 2. cui ea quæ ex alterâ parte axis ab, *liſ.* cui ea, quæ ex alterâ parte axis *ab*,

Ibid. *lig.* 9. $\frac{3Sxy}{a^3\sqrt{(xx-yy)}}$ *liſ.* $\frac{3Sxy}{2^3\sqrt{(xx+yy)}}$

Ibid. *lig.* 14. $=\frac{3Sy(4xx-yy)}{2a^4\sqrt{(xx+yy}}$ *liſ.* $+\frac{3Sy(4xx-yy)}{2a^4\sqrt{(xx+yy)}}$

§. 36. *lig.* 13. ſuperioris, *liſ.* ſuperior.

§. 38. *lig.* 10. vel Nadir, *liſ.* vel in Nadir.

§. 39. *lig.* 7. vim ſoli, *liſ.* vim ſolis.

§. 45. *lig.* 21. Il faut qu'au dénominateur f^{n-2} ſe trouve vis-à-vis de —

§. 46. *lig.* 9. in motum, *liſ.* in motu.

§: 48. *lig.* 13. ſit, *liſ.* fit.

§. 49. *lig.* 20. depreſſabiſque elevata, *liſ.* depreſſum biſque elevatum.

§. 52. *lig.* 2. tantum, *liſ.* tantùm.

§. 54. *lig.* 10. L doit être vis-à-vis 3.

§. 72. *lig.* 12. & 13. omnia inertiæ ratione habitâ, *liſ.* omnia, inertiæ ratione habitâ,

§. 78. *lig.* 18. $\mathfrak{C}$ *ſin.* αz, *liſ.* $-\mathfrak{C}$ *ſin.* αz

lig. 19. (2. *ſin.* $\frac{z}{\sqrt{29}}$ &c.)^3 *liſ.* -3 (2 *ſin.* $\frac{z}{\sqrt{29}}$ &c.)

lig. 21. (49. *ſin.* $\frac{z}{\sqrt{29}}$ &c.)^3 *liſ.* -3 (49. *ſin.* $\frac{z}{\sqrt{29}}$ &c.)

§. 79. *lig.* 2. $\frac{3}{4h}$ *liſ.* $-\frac{3}{4h}$

§. 80. *lig.* 19. $h(1 - 8h)$ *lis.* $h(1 - 89.)$

§. 82. *lig.* 23. $\frac{2}{16}$ *lis.* $\frac{1}{16}$

lig. 24. $\frac{2}{12}$ *lis.* $\frac{1}{12}$

lig. 24. $\frac{2}{32}$ *lis.* $\frac{3}{32}$

§. 83. *lig.* 20. $+ 6pq\ PQ\ cos.\ 2z$, *lis.* $+ 6pq\ PQ\ cos.\ z$

§. 85. *lig.* 9. $- 1\ at$, *lis.* $- 1,\ at$

lig. 10. $hc\ 1 - 89)$ *lis.* $h(1 - 89)$

§. 88. *lig.* 6. $\left(pq - \frac{PQ(1-89)}{1-29}\right)$ *lis.* $\left(pq - \frac{PQ(1-89)}{1-29}\right)^2$

§. 89. *lig.* 14. undiquaque, *lis.* undequaque.

§. 101. *lig.* 5. communicantur, *lis.* communicant.

§. 105. *lig.* 34. appropinquant, *lis.* appropinquat.

§. 112. *lig.* 13. undiquaque, *lis.* undequaque.

§. 117. *lig.* 15. æquali, *lis.* æquali vi.

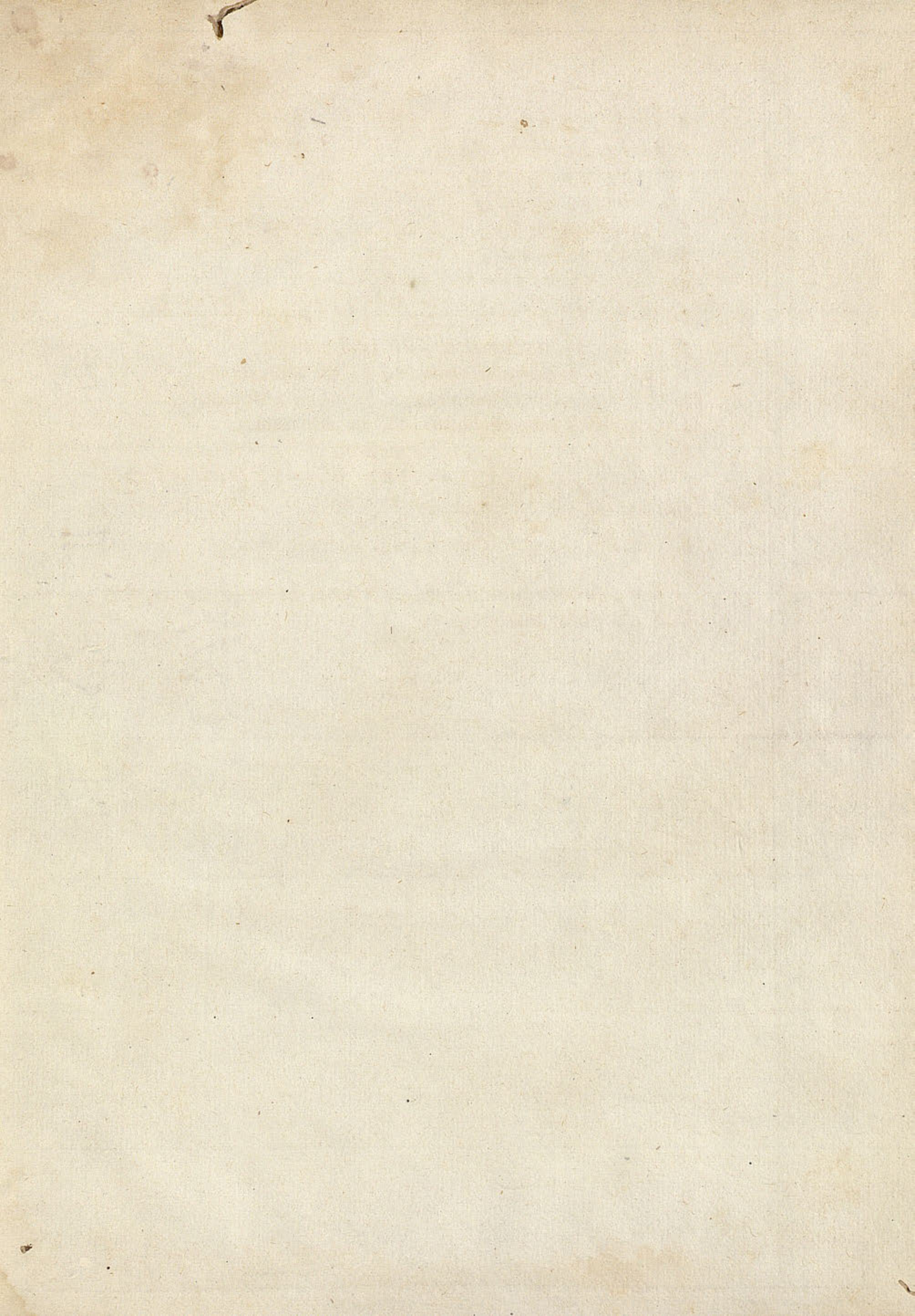
§. 121. *lig.* 21. $-(PQ - Mpq)$ *lis.* $-(PQ - MPQ)^2$

§. 126. *lig.* 11. $\frac{3Lpq}{46^3 A\, sin.\, M}$ *lis.* $\frac{-3Lpq}{46^3 A\, sin.\, M}$

§. 127. *lig.* 11. obferventur, *lis.* obfervantur.

Il y a encore quelques fautes légeres de ponctuation, que l'on n'a point marquées.













97
PRIX
DE
L'ACADEM
TOM. IV